

Jerzy Gąsiorowski, Jacek Szypliński, Ryszard Wnuk

Institut Techniki Ciepłej

ZAGADNIENIE WZROSTU PĘCHERZA PARY METALU W POLU MAGNETYCZNYM

W opracowaniu przeanalizowano ograniczenia wpływające na wybór metody odbioru ciepła w reaktorach termojądrowych. Wyselekcjonowano pęcherzykowy ustrój wrzenia metalu jako efektywny sposób rozwiązania problemu. Wykazano istnienie związku między natężeniem pola magnetycznego a intensywnością wymiany ciepła przy wrzeniu metalu. Oszacowano udział sił Lorentza w bilansie pędu pęcherzyka parowego, wzrastającego w ciekłym metalu. Oszacowano także wpływ pola magnetycznego na dynamikę pęcherza elipsoidalnego.

Oznaczenia

- A - pole powierzchni
- a - współczynnik wyrównywania temperatur
- B - natężenie pola magnetycznego
- c - przewodność elektryczna
- F - siła
- h - ciepło zmiany fazy
- j - gęstość prądu
- K - krzywizna
- L - długość łuku
- m, n - parametr
- p - ciśnienie
- R - promień pęcherza sferycznego
- współrzędna powłoki elipsoidalnej na osi r
- r - współrzędna

- T - temperatura
t - czas
u - prędkość, składowa prędkości w kierunku osi r
V - objętość
w - składowa prędkości w kierunku osi z
 \bar{z} - współrzędna powłoki elipsoidalnej na osi z
z - współrzędna
 η, μ - lepkość dynamiczna
 θ - kąt graniczny
 λ - przewodność cieplna
 π - gęstość powierzchniowa siły
 ρ - gęstość
 σ - napięcie powierzchniowe
 ϕ - kąt

Indeksy

- b - dylatacyjna, pęcherza
E - elipsoidy
ed - elektrodynamiczna
g - wzrostu
L - Lorentza
l - cieczy
n - normalna
o - początkowy, odniesienia
p - parcia, przylegania
R - powłoki międzyfazowej
s - postaciowa
sat - nasycenia
v - pary
w - lepkie, wyporu

1. WPROWADZENIE

Prognozy światowego zapotrzebowania na energię elektryczną wskazują, że już w najbliższych dziesięcioleciach siłownie konwencjonalne i klasyczne nuklearne nie będą mogły sprostać potrzebom. Głównym ograniczeniem, prócz oddziaływań ekologicznych produktów spalania, jest wyczerpywanie zasobów paliw. Układy niekonwencjonalne, przetwarzające energię promieniowania słonecznego, ruchu powietrza i wód, czy entalpii składników skorupy ziemskiej, związane są z warunkami regionalnymi i choć powinny być cennym uzupełnieniem bilansu energetycznego, to roli zasadniczej odegrać nie mogą. Siłownie z reaktorami powielającymi pozwalają bardziej racjonalnie wykorzystywać paliwa jądrowe, lecz energia w nich wytwarzana jest także ograniczona zasobami paliw.

Dlatego rozwiązaniem perspektywicznym, w skali stuleci, wydają się być siłownie termojądrowe. Paliwem mogą tutaj być izotopy pierwiastków lekkich, w tym przede wszystkim deuter, zawarty w ogromnych ilościach w wodach mórz i oceanów.

W systemach tych energia wyzwalana jest w trakcie łączenia jąder atomowych. Reakcję można będzie wywołać w odpowiednio silnie zagęszczonej i stosunkowo długo utrzymywanej (kryterium Lawsona) plazmie wysokotemperaturowej. Przy aktualnych możliwościach technicznych, efekty zagęszczenia i "odsunięcia" plazmy od ścianek materialnych, można uzyskać przy użyciu magnesów nadprzewodzących. Z punktu widzenia inżynierskiego kluczową rolę odgrywa realizacja dwóch postulatów:

- przejścia od sznura plazmowego strumienia energii rzędu 4 MW/m^2 ,
- opanowania różnicy temperatur między plazmą ($4 \cdot 10^7 \text{ K}$), a chłodziwem magnezu nadprzewodzącego (4 K).

Dodatkowym utrudnieniem jest konieczność utrzymania wysokiej czystości plazmy oraz oddziaływanie na układ bardzo silnego pola magnetycznego (rzędu kilku T).

Ze względu na dopuszczalną maksymalną temperaturę pracy, grubość ścianki torusa obejmującego przestrzeń plazmową nie może przekraczać $1 \div 3$ mm.

Pomijając nawet względy ekonomiczne, uniemożliwi to zastosowanie chłodziwa gazowego, którego (przy wymaganej intensywności przejmowania ciepła) ciśnienia związane z ogromnymi prędkościami przepływu byłyby zbyt wielkie. Zastosowanie konwencjonalnych czynników ciekłych jest niemożliwe ze względu na zbyt niskie temperatury nasycenia. Natomiast ciekłe metale wymagałyby także bardzo wysokich ciśnień, niezbędnych do przewyciężenia hamujących ruch, sił magnetycznych. W tych warunkach jedynym realnym rozwiązaniem może być chłodzenie wrzącymi metalami w ustroju pęcherzykowym. W początkowym okresie szczególnie przydatny jako nośnik energii może okazać się sód, którego właściwości stosunkowo najszerszej poznano w trakcie prac nad reaktorami powielającymi.

Istnieje jednak uzasadniona obawa, że oddziaływanie tak silnego pola magnetycznego może radykalnie obniżyć intensywność wymiany ciepła. Kwestii tej poświęcone jest niniejsze opracowanie.

2. MECHANIZM TRANSPORTU CIEPŁA

Transport ciepła przy wrzeniu pęcherzykowym związany jest z przenoszeniem cieczy z obszaru termicznej warstwy przysciennej do rdzenia płynu, w śladzie odrywających się pęcherzy. Zatem o intensywności wymiany ciepła decydują:

- a) gęstość ośrodków wrzenia,
- b) częstość generacji pęcherzyków,
- c) masa płynu przenoszona w śladzie pęcherza,
- d) rozkład entalpii (temperatury) w cieczy.

Gęstość ośrodków wrzenia jest parametrem związanym ze strukturą i rodzajem materiałów powierzchni, a także z właściwościami płynu przy zadanym przegrzaniu. Zdolność do powtarzalnej generacji pęcherzy z danego ośrodka wynika z równowagi sił działających na powłokę międzyfazową, a więc sił powierzchniowych i objętościowych, w tym także sił Lorentzowskich. W efekcie pole magnetyczne może w istotny sposób wpływać na gęstość ośrodków wrzenia.

Przyczyną wzrostu pęcherza jest transport energii od płynu do powierzchni rozdziału faz. W rezultacie tej wymiany na części powłoki następuje odparowanie. W następstwie ulegają zmianie siły wyporu i napięcia powierzchniowego, wynikające z chwilowej objętości i geometrii powłoki. Różnica tych sił powoduje ruch zarówno fazy parowej, jak i ciekłej. W przypadku oddziaływania pola magnetycznego generowane siły Lorentza przeciwstawiają się temu ruchowi. Zagadnienie wzrostu pęcherza sprowadzić można, przy pewnych założeniach, do rozwiązania równania ruchu cieczy. Całkowanie umożliwia oszacowanie czasu wzrostu. Częstość generacji pęcherzy jest odwrotnie proporcjonalna do tak określonego czasu.

Przedstawione rozumowanie stanowi uproszczenie, które pomija procesy zachodzące w końcowych stadiach cyklu pęcherzykowego. Jednak na wstępnym etapie rozważań można uznać je za przybliżenie wystarczające.

Masa płynu, którą pęcherz przenosi, jest wielkością zależną od wymiarów pęcherzyka, tzn. od jego objętości i kształtu. Jest zatem parametrem, który określić można również na podstawie znajomości dynamiki wzrostu pęcherzyka, a także oddziaływania nań cieczy po oderwaniu.

Wreszcie określenie rozkładu entalpii w śladzie pęcherzyka wynika z bilansu energii warstwy przyściennej. Widać zatem, że dynamika powłoki w okresie wzrostu pęcherza na obecnym etapie analizy stanowi zagadnienie kluczowe.

3. JEDNOWYMIAROWY MODEL WZROSTU PĘCHERZA

Problem wzrostu pęcherza parowego na powierzchni ścianki grzejnej, nawet bez uwzględnienia oddziaływań pól zewnętrznych, nie został dotychczas satysfakcjonująco rozwiązany. Z konieczności więc modele użyte w przytoczonych dalej rozważaniach uproszczono na tyle, na ile było to niezbędne dla uzyskania efektywnych rezultatów.

W pierwszym etapie przyjęto jednowymiarowy model wzrostu pęcherza przy następujących założeniach upraszczających:

- wygenerowany pęcherz ma kształt kulisty (pomija się wpływ grawitacji),
- temperatura i ciśnienie pary są stałe,
- na powierzchni rozdziału faza parowa i ciekła są w równowadze termodynamicznej,
- współczynniki lepkości dylatacyjnej cieczy są równe zeru,
- ciecz jest nieściśliwa,
- prędkości pary, cieczy i powierzchni rozdziału faz są sobie równe.

Ostatnie założenie wynika z tego, iż przy dużej różnicy gęstości obu faz składowa prędkości powłoki wynikająca z odparowania może być pominięta.

Różniczkowy bilans masy w punkcie substancjalnym ma postać:

$$\frac{d\varrho_1}{dt} \rightarrow \bar{u} + \varrho_1 \operatorname{div} \bar{u} = 0. \quad (1)$$

Przy przyjętych założeniach upraszcza się on do zależności:

$$\operatorname{div} \bar{u} = 0, \text{ gdyż } \varrho_1 = \text{const}. \quad (2)$$

Bilans pędu cieczy otaczającej pęcherz, o najogólniejszej formie opisany jest równaniem:

$$\varrho_1 \frac{d\bar{u}}{dt} \rightarrow \bar{u} = \bar{F} - \operatorname{div} \bar{\pi}. \quad (3)$$

Pod nieobecność pól magnetycznego i elektrycznego gęstość sił objętościowych jest równa zeru. Tensor naprężeń jest sumą gęstości powierzchniowych sił parcia i sił lepkich

$$\bar{\pi} = \bar{\pi}_p + \bar{\pi}_w = \bar{\tau} p + \bar{\pi}_w \quad (4)$$

Ostateczną postać drugiego składnika otrzymać można na następującej drodze

$$\begin{aligned} \bar{\pi}_w &= -\eta_b \bar{\tau} \operatorname{div} \bar{u} - \eta_s \overline{\operatorname{grad}}^s \bar{u} = \\ &= -(\eta_s - \frac{1}{3} \eta_b) \bar{\tau} \operatorname{div} \bar{u} - \eta_s \overline{\operatorname{grad}}^s \bar{u} = \\ &= -\eta_s \overline{\operatorname{grad}}^s \bar{u} \end{aligned} \quad (5)$$

W efekcie równanie ruchu przybiera postać

$$\rho_1 \frac{d\bar{u}}{dt} \rightarrow \bar{u} = -\operatorname{div} \bar{\tau} p + \eta_s \operatorname{div} \overline{\operatorname{grad}}^s \bar{u} \quad (6)$$

Stosując przekształcenia

$$\begin{aligned} \operatorname{div} \bar{\tau} p &= \overline{\operatorname{grad}} p \\ \operatorname{div} \overline{\operatorname{grad}}^s \bar{u} &= \frac{1}{2} (\operatorname{div} \overline{\operatorname{grad}} \bar{u} + \overline{\operatorname{grad}} \operatorname{div} \bar{u}) = \\ &= \frac{1}{2} \operatorname{div} \overline{\operatorname{grad}} \bar{u} \end{aligned}$$

oraz przyjmując tradycyjną definicję współczynnika lepkości ($\mu = \frac{1}{2} \eta_s$) dochodzi się do kolejnej formy równania ruchu

$$\rho_1 \frac{d\bar{u}}{dt} \rightarrow \bar{u} = -\overline{\operatorname{grad}} p + \mu \operatorname{div} \overline{\operatorname{grad}} \bar{u} \quad (7)$$

Ponieważ \bar{u} ma jedyną składową r-ową (oznaczoną jako u), a wszystkie wielkości zależą wyłącznie od r , to

$$\frac{\partial u}{\partial r} = \frac{du}{dr} ; \quad \frac{\partial p}{\partial r} = \frac{dp}{dr} .$$

Wskutek tego w sferycznym układzie współrzędnych otrzymuje się

$$\rho_1 \frac{du}{dt} = - \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{4}{3} \mu \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{2u}{r} \right) \quad (8)$$

W układzie tym bilans masy przechodzi w zależność

$$\frac{1}{r^2} \left[\frac{\partial}{\partial r} (r^2 u) \right] = 0, \quad (9)$$

z której wynika iż:

$$\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{2u}{r} = 0. \quad (9')$$

W konsekwencji równanie bilansu pędu upraszcza się do postaci

$$\rho_1 \frac{du}{dt} = - \frac{\partial p}{\partial r}. \quad (10)$$

Całkowanie równania (9') w granicach od $r = R$ do $r = r$ określa pole prędkości w cieczy

$$u = \left(\frac{R}{r} \right)^2 u_R. \quad (11)$$

Uwzględniając, że na granicy faz prędkość cieczy jest równa prędkości powłoki ($u_R = \dot{R}$), całkowanie równania ruchu (10) w obszarze $r \in (R, \infty)$ daje

$$\rho_1 (R \ddot{R} + \frac{3}{2} \dot{R}^2) = p_R - p_\infty. \quad (12)$$

Niewiadomą jest ciśnienie cieczy na powierzchni rozdziału faz. Można je określić przez nałożenie na powierzchni rozdziału warunku brzegowego w postaci bilansu pędu

$$\overline{\tau}_n (\overline{\overline{F}}_{ed} + \overline{\overline{F}}_p) - \overline{\tau}_n \overline{\overline{\text{Grad}}} \left[\overline{\overline{\pi}} + \rho (\overline{\overline{u}} - \overline{\overline{w}}_R) \overline{\overline{u}} \right] + \overline{\tau}_n \overline{\overline{\text{rot}}} \overline{\overline{\delta}} = 0, \quad (13)$$

przy czym

$$\overline{\overline{F}}_{ed} = \overline{\overline{F}}_p = 0 \text{ oraz } \overline{\tau}_n \overline{\overline{\text{rot}}} \overline{\overline{\delta}} = \overline{\tau}_n 2 K \delta.$$

Rozumowanie to, łącznie z zależnością (4) prowadzi do następującej formy bilansu pędu na powierzchni nieciągłości

$$\begin{aligned}
 & - \bar{\Gamma}_n (p_1 - p_v) - \bar{\Gamma}_n (\bar{\pi}_{w1} - \bar{\pi}_{wv}) + \\
 & - \bar{\Gamma}_n \left[\varrho_1 (\bar{u}_1 - \bar{w}_R) \bar{u}_1 - \varrho_v (\bar{u}_v - \bar{w}_R) \bar{u}_v \right] + \bar{\Gamma}_n 2 K \delta = 0
 \end{aligned} \tag{14}$$

Dla geometrii kulistej:

$$K = -\frac{1}{R}; \quad w_R = \dot{R}; \quad (\bar{\Gamma}_n \bar{\pi}_w)_r = \bar{\pi}_{wrr}.$$

Przy pominięciu odparowania i jednorodności wnętrza pęcherza słuszne jest także:

$$u_{vR} = u_{1R} = \dot{R}; \quad P_{vR} = P_v.$$

Pomijając człon związany z lepkością pary, bilans pędu na powierzchni rozdziału przybiera formę

$$p_v - p_R = \frac{26}{R} - \frac{4}{3} \mu \left[\left(\frac{\partial u}{\partial r} \right)_R - \frac{u_R}{r} \right], \tag{15}$$

z której po wprowadzeniu rozkładu prędkości w cieczy otrzymuje się

$$p_v - p_R = \frac{26}{R} + 4 \mu \frac{\dot{R}}{R}. \tag{16}$$

Porównanie (12) i (16) daje

$$R \ddot{R} + \frac{3}{2} \dot{R}^2 + 4 \frac{\mu}{\varrho_1} \frac{\dot{R}}{R} = \frac{1}{\varrho_1} (p_v - p_\infty - \frac{26}{R}) \tag{17}$$

lub po uwzględnieniu równania Clausiusa-Clapeyrona

$$p_v - p_\infty = \Delta p = \frac{(T_o - T_{sat}) \varrho_v h_{vl}}{T_{sat}} \tag{18}$$

bilans pędu przedstawić można jako

$$\varrho_1 \ddot{R} + \frac{3}{2} \varrho_1 \frac{\dot{R}^2}{R} + 4 \mu \frac{\dot{R}}{R^2} + \frac{26}{R^2} = \frac{(T_o - T_{sat}) \varrho_v h_{vl}}{T_{sat} R}. \tag{19}$$

Równanie powyższe opisuje ruch powierzchni rozdziału faz przy sferyczno-symetrycznym wzroście pęcherzyka pod nieobecność pola magnetycznego

Godzi się podkreślić, że zależności o strukturze (19) były już prezentowane w kilku publikacjach (np. [2], [5]). Formalna strona ich wyprowadzenia budziła jednak zastrzeżenia. Dlatego autorzy niniejszego opracowania zdecydowali się przedstawić całość wywodu.

W przypadku wzrostu pęcherza pary w ciekłym metalu jedyną znaczącą siłą objętościową może być siła Lorentza. Wynika ona z ruchu ośrodka przewodzącego w polu magnetycznym i jest określona zależnością

$$\bar{F}_L = \bar{j} \times \bar{B} = c \cdot (\bar{u} \times \bar{B}) \times \bar{B} \quad (20)$$

W sytuacji, gdy ruch czynnika odbywa się w kierunku prostopadłym do linii pola magnetycznego osiąga ona wartość maksymalną dla danej prędkości, równą

$$F_L = -c u B^2 \quad (20')$$

Wstawiając tę wartość do bilansu pędu (3), a następnie przekształcając analogicznie (przy tych samych założeniach upraszczających) jak dla wzrostu pod nieobecność pola magnetycznego, otrzymuje się

$$\rho_1 \ddot{R} + \frac{3}{2} \rho_1 \frac{\dot{R}^2}{R} + 4\mu \frac{\dot{R}}{R^2} + c \dot{R} B^2 + \frac{2\sigma}{R^2} = \frac{(T_o - T_{sat}) \rho_v h_{vl}}{R T_{sat}} \quad (21)$$

Zależność ta opisuje ruch powłoki pęcherza przy jego sferyczno-symetrycznym wzroście w takim polu magnetycznym, którego kierunek jest styczny do powłoki. Oczywiście model ten jest zbliżony z realnym procesem wzrostu pęcherza tylko w przekroju prostopadłym do kierunku pola. Ponieważ jednak w przekroju tym oddziaływanie magnetyczne jest największe, więc dla wstępnego szacunku uproszczenie to można uznać za wystarczające.

Równania (19) i (21) rozwiązano numerycznie przy następujących warunkach początkowych:

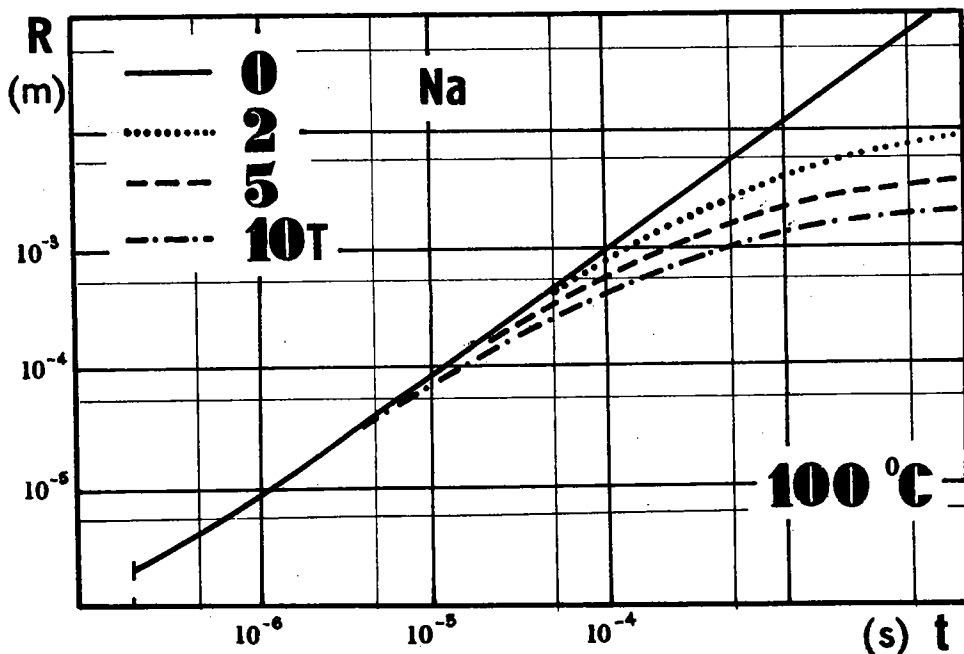
$$R(t_0) = \frac{26}{p_v - p_\infty} = \frac{T_{\text{sat}}^{26}}{(T_0 - T_{\text{sat}}) \rho_v h_{vl}}$$

$$\dot{R}(t_0) = \left[\frac{2}{3} \frac{(T_0 - T_{\text{sat}}) \rho_v h_{vl}}{\rho_l T_{\text{sat}}} \right]^{\frac{1}{2}}$$

Pierwszy z nich określa minimalny promień pęcherzyka jaki może powstać przy zadanym przegrzaniu cieczy $(T_0 - T_{\text{sat}})$ o napięciu powierzchniowym względem pary σ . Drugi otrzymano przez porównanie zmiany całkowitej energii kinetycznej cieczy $(2 \pi \rho_l \dot{R}^2 R^3)$ z pracą wykonaną na granicach cieczy

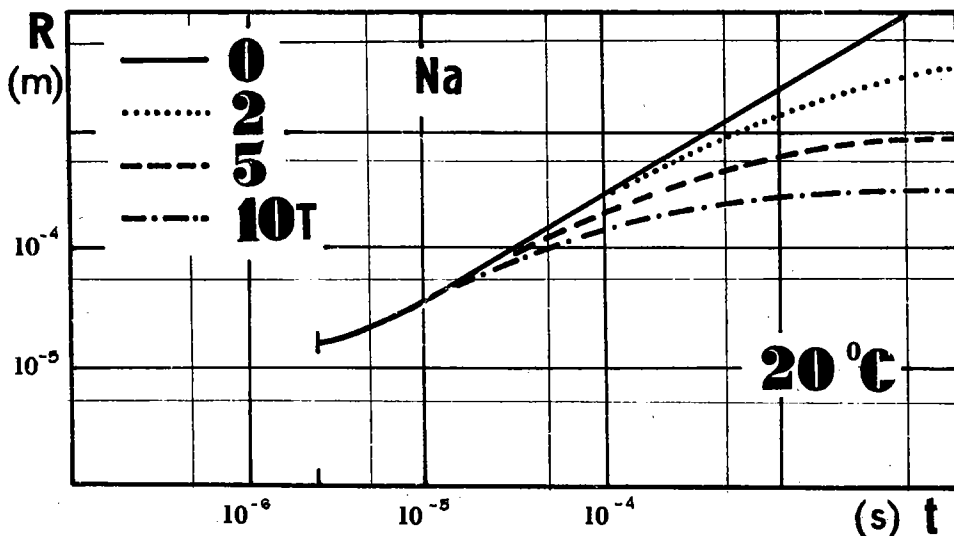
$$\left[\frac{4}{3} \pi R^3 (p_v - p_\infty) \right].$$

Wyniki rozwiązania równania (21) przy różnych wartościach natężenia pola magnetycznego i różnych przegrzaniach sodu pokazano na rys.1 i 2.



Rys.1. Zmiana promienia pęcherza sferycznego, wzrastającego w sodzie, przy przegrzaniu 100 K

W tabelicy 1 umieszczono wartości składowych bilansu pędu sferycznego pęcherza parowego, rosnącego w ciekłym sodzie przegrzany o 20 K, poddanego działaniu pola 2 T dla wybranych etapów wzrostu.



Rys.2. Zmiana promienia pęcherza sferycznego, wzrastającego w sodzie, przy przegrzaniu 20 K

Otrzymane wyniki wskazują na to, że:

- siły lepkie są pomijalnie małe w całym okresie objętych obliczeniami,
- napięcie powierzchniowe jest składnikiem współmiernym tylko w początkowym okresie wzrostu,
- udział sił Lorentza wzrasta z upływem czasu, osiągając wartości znaczące,
- wzrost przegrzania nie wpływa na charakter zmian.

Tabela 1

t	R	\dot{R}	$\frac{3}{2} \frac{\dot{R}^2}{R}$	$\frac{1}{4\mu} \frac{\dot{R}}{R^2} \frac{1}{\rho_1}$	$\frac{2}{3} \frac{\delta}{\rho_1}$	$\frac{(T_0 - T_v) h_{vl} \rho_v}{\rho_1 T_{sat} R}$	\dot{R}	$\frac{\rho \dot{R} B^2}{\rho_1} \frac{3}{2} \frac{\dot{R}^2}{R}$
$0,3 \cdot 10^{-5}$	$0,12 \cdot 10^{-4}$	$4,2$	m/s^2	$1 \cdot 10^{-2}$	1	1	$(-)$ 1	$2 \cdot 10^{-2}$
$0,1 \cdot 10^{-4}$	$0,32 \cdot 10^{-4}$	$2,9$	$0,40 \cdot 10^6$	$0,5 \cdot 10^{-2}$	$0,75$	2	$(+)$ $0,2$	$7,5 \cdot 10^{-2}$
$0,1 \cdot 10^{-3}$	$0,34 \cdot 10^{-3}$	$3,3$	$0,47 \cdot 10^5$	$0,5 \cdot 10^{-3}$	$0,5 \cdot 10^{-1}$	$1,6$	$(=)$ $0,13$	$0,7$
$0,1 \cdot 10^{-2}$	$0,20 \cdot 10^{-2}$	$1,2$	$0,11 \cdot 10^4$	$0,2 \cdot 10^{-3}$	$0,7 \cdot 10^{-1}$	10	$(=)$ $0,6$	10
$0,1 \cdot 10^{-1}$	$0,71 \cdot 10^{-2}$	$0,4$	$0,28 \cdot 10^2$	$0,2 \cdot 10^{-3}$	$0,2$	130	$(-)$ $0,6$	130

4. ZAGADNIENIE RUCHU POWŁOKI ZDEFORMOWANEJ

Oszacowania przedstawione poprzednio wykazały, że działanie silnego pola magnetycznego na powłokę pęcherza pary, wzrastającego w ciekłym metalu, wpływa znacząco na jego dynamikę.

Wpływ pola przejawia się za pośrednictwem siły Lorentza, której wartość zależy tak od kierunku ruchu jak i prędkości ośrodka przewodzącego względem linii pola magnetycznego. Z tego powodu dla rzeczywistej konfiguracji pola problem wzrostu pęcherza musi być rozpatrywany w przestrzeni dwuwymiarowej. W efekcie pierwsze z podanych poprzednio założeń traci sens. Dodatkowo jednak przyjęto że:

- ciecz jest nielepka (na podstawie oszacowania wartości składników bilansu pędu),
- pole magnetyczne oddziałuje tylko za pośrednictwem siły Lorentza,
- powłoka jest symetryczna względem osi równoległej do linii pola magnetycznego.

Dla takiego modelu równanie ciągłości we współrzędnych cylindrycznych jest dane przez

$$\frac{u}{r} + \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0, \quad (22)$$

a równania ruchu w obu kierunkach mają postać:

$$\rho_1 \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial r} \right) = - \frac{\partial p}{\partial r} - c B^2 u, \quad (23')$$

$$\rho_1 \left(\frac{\partial w}{\partial t} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) = - \frac{\partial p}{\partial z}. \quad (23'')$$

Ponieważ oddziaływania sił Lorentza są symetryczne względem osi równoległej do linii pola, a wszystkie pozostałe - symetryczne względem punktu, można przyjąć, że ruch cieczy ma charakter pośredni między sferycznym a cylindrycznym.

Dla tych skrajnych przypadków z równania ciągłości wynikają następujące związki:

$$u = \left(\frac{R}{r} \right)^2 \dot{R} \quad \text{dla ruchu sferycznego,} \quad (24')$$

$$u = \left(\frac{R}{r}\right) \dot{R} \quad \text{dla ruchu cylindrycznego} \quad (24'')$$

Zatem dla rozważanego modelu składowe prędkości będą opisane jak następuje:

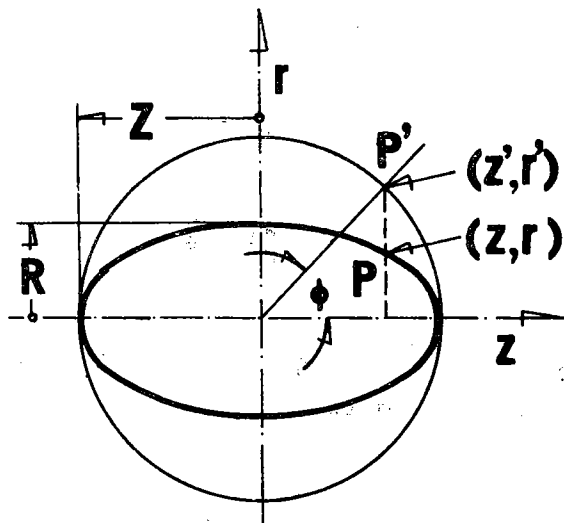
$$\bar{u} = \left(\frac{R}{r}\right)^n \dot{R}, \quad \text{gdzie} \quad \lim_{z \rightarrow 0} u = \bar{u} \quad (25')$$

$$\bar{w} = \left(\frac{R}{r}\right)^m \dot{Z} \quad \lim_{r \rightarrow 0} w = \bar{w} \quad (25'')$$

Równania te określają przestrzenną zależność \bar{u} i \bar{w} w cieczy wzdłuż osi r i z . Wykładniki związane są z bieżącą deformacją powłoki, a więc są funkcjami czasu. Ich wartości wyznacza się z równania ciągłości. Biorąc równanie ciągłości (22) w granicach $z \rightarrow 0$, $r \rightarrow R$ oraz $r \rightarrow 0$, $z \rightarrow Z$ otrzymuje się:

$$\frac{\dot{R}}{R}(1-n) + \lim_{z \rightarrow 0} \frac{\partial w}{\partial z} = 0, \quad (26')$$

$$2 \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\partial u}{\partial r} - \frac{\dot{Z}}{Z} m = 0. \quad (26'')$$



Rys.3. Model geometryczny powłoki pęcherza zdeformowanej działaniem sił Lorentza.

Parametry równania powłoki można przedstawić jak następuje:

$$z' = \dot{Z} \cos \phi \quad z' = z, \quad (27')$$

$$r' = \dot{Z} \sin \phi \quad r' = \frac{\dot{Z}}{R} r. \quad (27'')$$

Zatem

$$r = R \sin \phi. \quad (27''')$$

Wobec tego przy założonym charakterze geometrii powłoki prędkości na jej powierzchni opisane są przez:

$$u = \frac{dr}{dt} = \dot{R} \sin \phi,$$

$$w = \frac{dz}{dt} = \dot{Z} \cos \phi,$$

lub po uwzględnieniu (27') i (27'''):

$$u = \frac{\dot{R}}{R} r,$$

$$w = \frac{\dot{Z}}{Z} z.$$

W konsekwencji:

$$\lim_{z \rightarrow 0} \frac{\partial w}{\partial z} = \frac{\dot{Z}}{Z}, \quad (28')$$

$$\lim_{r \rightarrow 0} \frac{\partial u}{\partial r} = \frac{\dot{R}}{R} \quad (28'')$$

co łącznie z równaniami (26') oraz (26'') określa wartości poszukiwanych wykładników

$$n = 1 + \frac{\dot{Z}}{Z} \frac{R}{\dot{R}}, \quad (29')$$

$$m = 2 \frac{\dot{Z}}{Z} \frac{\dot{R}}{R} \quad (29'')$$

Równanie ruchu cieczy w kierunku osi r przy $z \rightarrow 0$, po uwzględnieniu (25') oraz równania Clausiusa-Clapeyrona, całkowane w granicach od $r = R$ do $r \rightarrow \infty$ daje

$$R \ddot{R} + \left(\frac{n+1}{2}\right) \dot{R}^2 - R \dot{R} \left(\frac{1}{n-1}\right) \frac{dn}{dt} = \frac{\rho_v h_{v1}}{\rho_l T_{sat}} (T_v - T_{sat}) (n-1) +$$

$$- \frac{2\sigma}{\rho_l} K_r (n-1) - \frac{c}{\rho_l} B^2 R \dot{R} .$$
(30')

Analogicznie dla osi z przy $r \rightarrow 0$

$$\dot{z} \ddot{z} + \left(\frac{m+1}{2}\right) \dot{z}^2 - z \dot{z} \left(\frac{1}{m-1}\right) \frac{dm}{dt} =$$

$$= \frac{\rho_v h_{v1}}{\rho_l T_{sat}} (T_v - T_{sat}) (m-1) + \frac{2\sigma}{\rho_l} K_z (m-1) .$$
(30'')

Dla powłoki elipsoidalnej krzywizny opisane są następująco

$$K_r = \frac{R^2 + \dot{z}^2}{2 + \dot{z}^2} \quad \text{oraz} \quad K_z = \frac{\dot{z}}{R^2} .$$

Temperaturę pary wyznaczyć można z równania energii o postaci

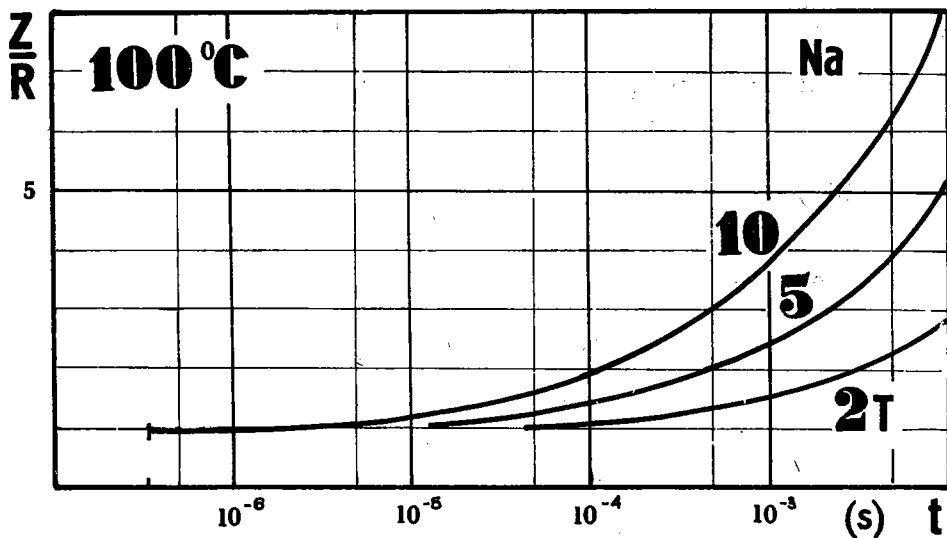
$$\dot{V}_E \rho_l h_{v1} = \oint \lambda_1 \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_A dA_E ,$$
(31)

zgodnie z którym przyrost objętości pary wypełniającej pęcherz odbywa się kosztem przewodzenia ciepła z cieczy do powłoki międzyfazowej. Rozwiązanie Zuber'a dla elipsoidalnej powłoki [9] pozwala wyznaczyć gradient temperatury.

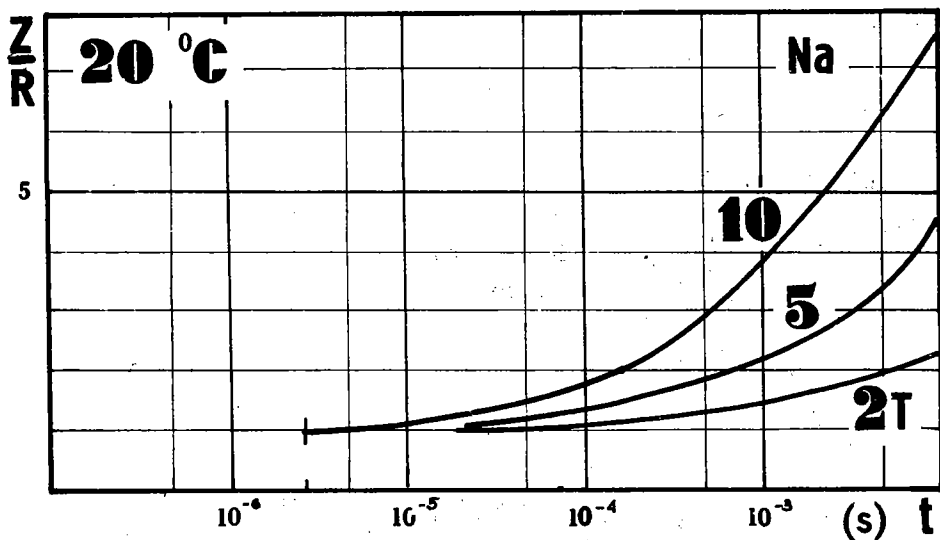
$$\frac{\partial T}{\partial r} \Big|_A = (T_0 - T_w) \left(\frac{1}{\pi a_1 t} + K_{rz} \right) ,$$
(32)

gdzie:

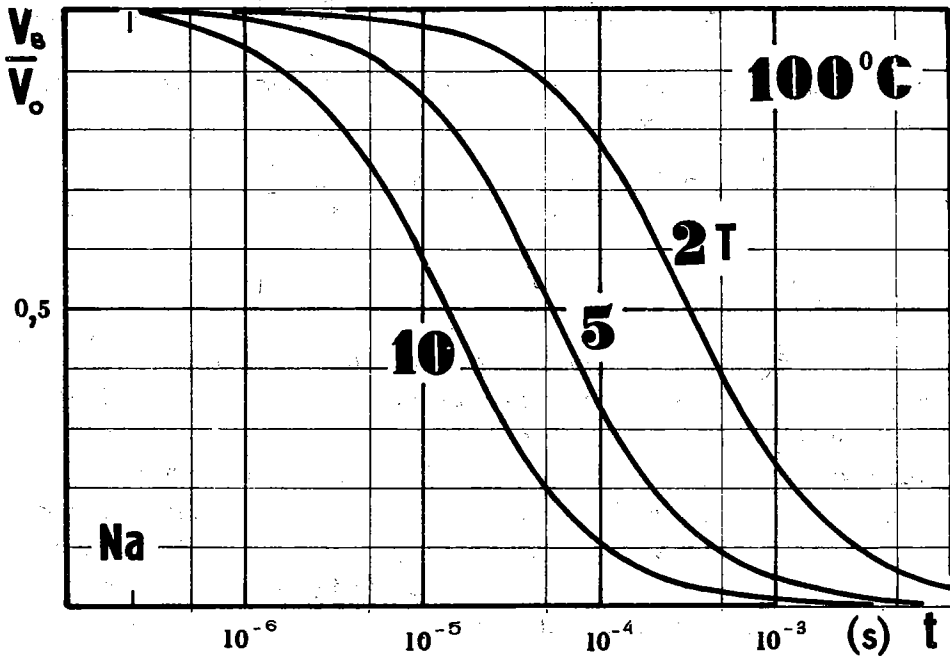
$$\frac{1}{K_{rz}} = \left[\left(\frac{\cos \phi}{K_z} \right)^2 + \left(\frac{\sin \phi}{K_r} \right)^2 \right] \frac{1}{2}$$



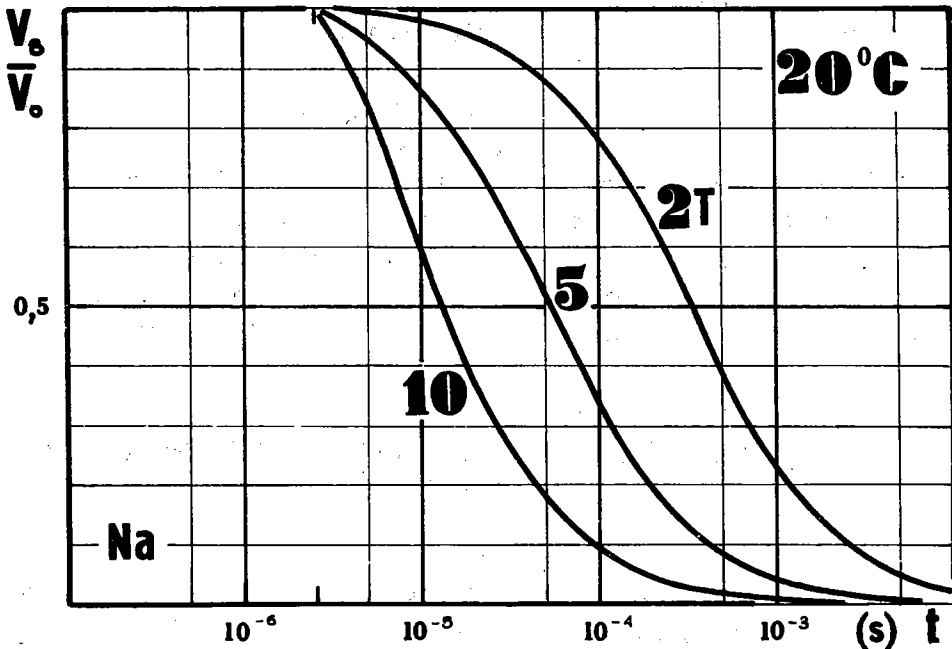
Rys.4. Zmiana stosunku półosi pęcherza zdeformowanego przy przegrzaniu 100 K



Rys.5. Zmiana stosunku półosi pęcherza zdeformowanego przy przegrzaniu 20 K



Rys.6. Stosunek objętości pęcherzy wzrastających pod działaniem i pod nieobecność pola magnetycznego, przy przegrzaniu 100 K



Rys.7. Stosunek objętości pęcherzy wzrastających pod działaniem i pod nieobecność pola magnetycznego, przy przegrzaniu 20 K

niezbędny do całkowania równań (30). Otrzymany rezultat aproksymowano związkiem

$$\dot{V}_E = 2 R \dot{Z} \dot{Z} + R^2 \ddot{Z} = \frac{3 \lambda_1}{\rho_1 h_{v1}} (T_D - T_V) \left(\frac{A_B}{4 \pi \sqrt{\pi a_1 t}} \right) + K_T R \dot{Z} . \quad (33)$$

Zakładając, że w chwili początkowej powłoka ma kształt kulisty a deformacja, pod działaniem sił Lorentza, odbywała się dopiero w okresie wzrostu oraz posilkując się tymi samymi warunkami początkowymi do dla modelu jednowymiarowego, równania ruchu (30') (30'') rozwiązano metodą numeryczną. Otrzymane wyniki także dla sodu w analogicznych jak poprzednio warunkach przedstawiono na rys. 4, 5, 6 i 7. Wskazują one na to, że:

a) pod działaniem pola magnetycznego pęcherz wydłuża się w kierunku linii pola.

b) stosunek półosi modelowej elipsoidy powiększa się w miarę upływu czasu.

c) deformacja powiększa się silnie wraz ze wzrostem natężenia pola,

d) ze wzrostem natężenia pola magnetycznego maleje objętościowa prędkość wzrostu pęcherza.

Analogiczne obliczenia dla potasu pod ciśnieniem 2 atm opublikowali Wong, Vliet i Schmidt [6]. Praca ta jednak nie zawiera warunków, przy których rozwiązywano równania ruchu, a zaprezentowane wyniki budziły wątpliwości jakościowe. Znalazło to potwierdzenie w ramach niniejszego opracowania.

5. PROBLEM WPŁYWU POLA MAGNETYCZNEGO NA CZAS WZROSTU PĘCHERZA

W warunkach statycznych pęcherz osadzony na powierzchni przezejnej poddany jest działaniu siły wyporu

$$F_w = g V_b (\rho_1 - \rho_v) \quad (34)$$

oraz siły przylegania, pochodzącej od napięcia powierzchniowego

$$F_p = L_p \sigma. \quad (35)$$

Oderwanie może nastąpić po zrównoważeniu się tych sił. Jeżeli założyć, że pęcherz wzrastający na powierzchni grzejnej ma kształt odcinka elipsydy obrotowej, to:

$$V_b = \frac{\pi}{3} R^2 Z [\cos \theta (2 + \sin^2 \theta) + 2], \quad (36)$$

$$L_p \approx 2 \pi Z \sin \theta \left\{ 1 - \left(\frac{1}{2} \frac{Z^2 - R^2}{Z^2} \right)^2 + \right. \\ \left. - \frac{1}{3} \left[\frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4} \left(\frac{Z^2 - R^2}{Z^2} \right)^2 \right]^2 - \frac{1}{5} \left[\frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6} \left(\frac{Z^2 - R^2}{Z^2} \right)^3 \right]^2 \right\} \quad (37)$$

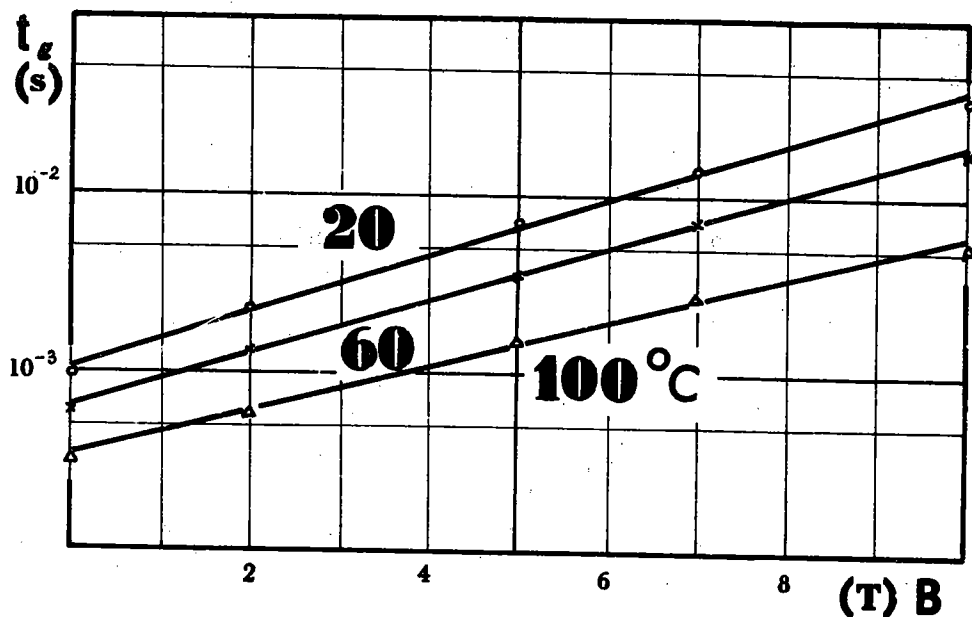
Korzystając z równań (34) do (37), warunku równowagi oraz obliczeń R i Z można wyznaczyć czas wzrostu do momentu oderwania.

W obliczeniach, których wyniki przedstawiono na rys.8 przyjęto także, iż wymiary charakterystyczne pęcherza rosnącego na powierzchni grzejnej zmieniają się tak samo jak w przypadku pęcherza lewitującego, a kąt graniczny osiąga swą charakterystyczną wartość w płaszczyźnie prostopadłej do linii pola magnetycznego. Z braku innych danych założono, że wartość kąta granicznego jest równa 45° .

Uzyskane wyniki numeryczne wskazują na to że:

a) pod działaniem pola magnetycznego czas wzrostu pęcherza wydłuża się wielokrotnie,

b) przedłużenie czasu wzrostu jest większe przy niższych przegrzaniach.



Rys.8. Czas wzrostu pęcherza w sodzie, przy różnych przegrzaniach i natężeniach pola magnetycznego

6. PODSUMOWANIE

Aktualny stan badań zjawiska pozwala uznać, iż czas wzrostu pęcherzy jest odwrotnie proporcjonalny do częstości ich generacji. W świetle wyводу zawartego w punkcie 2, częstość ta jest jednym z czynników decydujących o intensywności wymiany ciepła przy wrzeniu. Przeto, przy wrzeniu metalu w polu magnetycznym, należy oczekiwać wielokrotnie niższych wartości współczynnika przejmowania ciepła. Także spodziewać się można, iż oddziaływanie pola przejawia się obniżeniem krytycznego strumienia ciepła. Zyskało to potwierdzenie w badaniach doświadczalnych przeprowadzonych przez autorów niniejszego opracowania.

Wyraźnie trzeba podkreślić, że zaprezentowana analiza dotyczy tylko jednego z kilku czynników decydujących o przebiegu procesu. W dodatku posłużono się w niej modelami na

tyłe uproszczonymi, na ile było to konieczne dla rozwiązania numerycznego.

Przedstawione opracowanie stanowi fragment pracy badawczej pt. "Boiling Heat Transfer of Liquid Metals in Strong Magnetic Field", wykonanej we współpracy z University of Delaware (USA), zgodnie z umową INT 76-17521 finansowaną przez National Science Foundation.

BIBLIOGRAFIA

- [1] Rutkowski J.: Podstawy bilansowania masy, pędu, energii i entropii. WNT Warszawa 1976.
- [2] Donne Dalle M., Ferranti M.P.: The growth of vapor bubbles in superheated sodium. Int. Journal Heat Mass Transfer, Vol.18, pp.477-493, 1975.
- [3] Lykoudis S.: Bubble growth in the presence of a magnetic field. Int. Journal Heat Mass Transfer, Vol.19, pp.1357-1362, 1976.
- [4] Wagner Y., Lykoudis S.: The effect of liquid inertia on bubble growth in the presence of a magnetic field. AIChE HT EC Division for 1976 National Heat Transfer Conference.
- [5] Wong G.P.C., Vliet G.C., Schmidt P.S.: Analytical and experimental studies of bubble growth in superheated liquid. The University of Texas at Austin, Texas.
- [6] Wong G.P.C., Vliet G.C., Schmidt P.S.: Magnetic Field effects on bubble growth in boiling liquid metals. Journal of Heat Transfer, Vol.100, pp.466-472, Aug 1978.
- [7] Fraas P.: Boiling heat transfer problems in a Tokamak. AIChE HT EC Division for 1976 National Heat Transfer Conference.
- [8] Scriven L.E.: On the dynamics of phase growth. Chemical Eng. Science, Vol.100, pp.1-12, 1959.
- [9] Novak, Zuber: The dynamics of vapor bubbles in nonuniform temperature fields. Int. J. Heat Mass Transfer, Vol.1, pp.83-98, 1961.
- [10] Mikic B.B., Robsenow W.M., Griffith P.: On bubble growth rates. Int. J. Heat Mass Transfer, Vol.13, pp.657-666, 1970.
- [11] Din-Yu-Hsieh: Some Analytical Aspects of Bubble Dynamics Journal of Basic Engineering (12 July 1965).

ПРОБЛЕМА УВЕЛИЧЕНИЯ ПУЗЫРЬЯ ПАРА МЕТАЛЛА В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

К р а т к о е с о д е р ж а н и е

В работе анализируются ограничения, влияющие на выбор метода передачи тепла в термоядерных реакторах. Выбор остановлен на пузырьковой модели кипения как на эффективном способе решения вопроса. Доказывается существование связи между напряжением магнитного поля и интенсивностью теплообмена при кипении жидкого металла. Дается оценка участия сил Лорентца в Салансе моментов движения пузырька пара, растущего в жидком металле. Оценивается также влияние магнитного поля на динамику роста эллипсоидального пузырька.

PROBLEM OF METAL VAPOUR BUBBLE GROWTH IN MAGNETIC FIELD

S u m m a r y

Limits influencing on heat transfer method's choice, in fusion reactors, have been analysed. Structure of nucleate boiling of metal was selected, as a effective way of problem solution. Existance of relation between magnetic field and heat transfer intensity in boiling metal was shown. A part of Lorentz's forces in motion balance of vapour bubble rising in liquid metal was evaluated. Magnetic field influence on elipsoidal vapour bubble growth time was estimated.

Rękopis dostarczono w październiku 1981