

Marek Mościcki

Instytut Techniki Ciepłej

KONDENSACYJNY WZROST CZĄSTEK AEROZOLI

Przy użyciu różnych modeli wykonano analizę kondensacyjnego wzrostu cząstek aerozolu w zakresie swobodnie molekularnym, continuum i przejściowym. Zbadano wpływ modelu wzrostu i początkowego widma masowego na zmianę masy aerozolu. Przedstawiono pewne wnioski dotyczące praktycznego zastosowania modeli wzrostu i widma początkowego.

WYKAZ WAŻNIEJSZYCH OZNACZEŃ

- c_b – zastępcze ciepło właściwe [$J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$]
- c_p – ciepło właściwe przy stałym ciśnieniu [$J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$]
- c_v – ciepło właściwe przy stałej objętości [$J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$]
- D – współczynnik dyfuzji pary w gazie [$m^2 \cdot s^{-1}$]
- f – prędkość wzrostu cząstki [$kg \cdot s^{-1}$]
- H – współczynnik wymiany ciepła [$W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$]
- h – entalpia właściwa [$J \cdot kg^{-1}$]
- j – prąd cząstek [$kg \cdot m^{-2} \cdot s^{-1}$]
- k – przewodność cieplna [$W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$]
- L – ciepło kondensacji [$J \cdot kg^{-1}$]
- L_m – zmodyfikowane ciepło kondensacji [$J \cdot kg^{-1}$]
- M – masa cząsteczkowa [$kg \cdot mol^{-1}$]
- M – całkowita masa cząstek [kg]
- m – masa cząstki [kg]
- n – gęstość układu aerozolowego [$kg^{-1} \cdot m^{-3}$]
- p – ciśnienie [Pa]
- p_s – równowagowe ciśnienie pary nad płaską powierzchnią cieczy [Pa]
- R – uniwersalna stała gazowa [$J \cdot K^{-1} \cdot mol^{-1}$]
- r – promień kropli [m]
- S – współczynnik nasycenia [-]

- S_A – współczynnik kondensacji [-]
 T – temperatura ośrodka [K]
 t – czas [s]
 α – współczynnik akomodacji [-]
 λ – średnia droga swobodna cząsteczek [m]
 ρ – gęstość [$\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$]

Indeksy:

- v – para
 g – gaz

1. WPROWADZENIE

W takich dziedzinach techniki, jak meteorologia, inżynieria chemiczna, inżynieria jądrowa spotykamy się często z koniecznością badania zmian masowego widma aerozoli. Zmiany te wywołane są przez szereg zjawisk, wśród których w pewnych sytuacjach istotną rolę odgrywa kondensacja pary na powierzchni cząstek aerozolu.

Podstawową wielkością służącą do opisu widma jest gęstość układu aerozolowego $n(m,t)$. Gęstość ta jest definiowana w sposób pośredni za pomocą wyrażenia $n(m,t)dm$ – interpretowanego jako liczba cząstek w jednostkowej objętości, które w chwili czasu t mają masy z przedziału $(m, m+dm)$.

Oprócz technik eksperymentalnych można przy badaniu widma aerozolu stosować metody numeryczne prowadzące do rozwiązania równania dynamiki układu aerozolowego. Równanie to w przypadku ogólnym jest złożonym, nieliniowym równaniem różniczkowo-całkowym [1, 4, 8, 10] a jego rozwiązanie stanowi poważny problem numeryczny. Dla dużych, bezźródłowych układów o małej gęstości równanie dynamiki aerozolu można jednak sprowadzić do dosyć prostej postaci, uwzględniającej jedynie zjawiska kondensacji fazy parowej na cząstkach lub odparowania fazy ciekłej z ich powierzchni:

$$\frac{\partial n(m,t)}{\partial t} = - \frac{\partial}{\partial m} [f(m,t)n(m,t)] \quad (1)$$

z warunkiem początkowym $n(m,0) = n_0(m)$

gdzie: $n(m,t)$ – gęstość układu aerozolowego [$\text{kg}^{-1}\cdot\text{m}^{-3}$],

$f(m,t)$ – prędkość wzrostu cząstki [$\text{kg}\cdot\text{s}^{-1}$],

$n_0(m)$ – początkowa gęstość układu aerozolowego (znana funkcja masy) [$\text{kg}^{-1}\cdot\text{m}^{-3}$],

m – masa cząstki [kg],

t – czas [s].

Prędkość wzrostu cząstki może być przedstawiona w postaci pochodnej jej promienia lub pochodnej jej masy względem czasu między tymi wielkościami zachodzi prosty związek

$$f(m, t) = \frac{dm}{dt} = 4\pi r^2 \rho \frac{dr}{dt} \quad (2)$$

gdzie:

r – promień cząstki [m],

ρ – gęstość materiału cząstki [$\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$].

W wypadku dużych cząstek, których wymiary są znacznie większe od średniej drogi swobodnej cząsteczek pary, mieszanina pary i gazu może być traktowana jako ośrodek ciągły (zakres continuum). Prędkość wzrostu cząstki jest wtedy zdeterminowana przez procesy dyfuzji cząsteczek pary do (lub od) powierzchni cząstki oraz przewodzenia ciepła kondensacji (lub parowania) między cząstką i otaczającą ją mieszaniną pary i gazu. W wypadku małych cząstek przy określaniu prędkości wzrostu konieczne jest uwzględnienie kinetycznych oddziaływań cząsteczek pary i gazu z cząstką aerozolu (zakres swobodnie molekularny). Między zakresem continuum i zakresem swobodnie molekularnym rozciąga się zakres przejściowy.

W literaturze można znaleźć wiele modeli kondensacyjnego wzrostu cząstek. Szereg z tych modeli pozwala na uzyskanie w analitycznej postaci wyrażenia na prędkość wzrostu pojedynczej cząstki (np. [3, 4, 7]). Wybór właściwego modelu wzrostu jest pierwszym i, jak się wydaje, dosyć istotnym problemem, przed którym stajemy przystępując do rozwiązania zagadnienia początkowego (1).

W niniejszej pracy dokonano analizy wzrostu pojedynczej cząstki (kropki) czystej wody w pełnym zakresie zmienności jej wymiarów (masy) przy użyciu różnych modeli. Przebadano także wpływ zastosowanego modelu wzrostu i widma początkowego na zmiany w czasie całkowitej masy cząstek aerozolu.

2. WZROST POJEDYNCZEJ CZĄSTKI

W pracy prezentowane są trzy modele: Masona, Barretta i Clementa oraz Pruppachera. Modele te mogą być stosowane do określania prędkości wzrostu cząstek składających się z fazy stałej lub fazy ciekłej, albo stałej i ciekłej, przy czym faza ciekła może być czystą substancją lub roztworem. Modele zwykle uwzględniają także wpływ zmian krzywizny kropki (zjawisko Kelvina) na prędkość wzrostu. W niniejszej pracy analizę modeli ograniczono do przypadków wzrostu kropeł czystej wody w atmosferze parowo-powietrznej, pomijając efekty związane ze zmianą krzywizny powierzchni kropki. Jest to jednoznaczne z założeniem, że ciśnienie

nie cząstkowe pary nad powierzchnią kropli równe jest ciśnieniu nasycenia. Analizę wpływu stężenia roztworu oraz krzywizny powierzchni i kropli na prędkość wzrostu w przypadku modelu Masona można znaleźć np. w [4 i 9].

Prezentowane niżej modele charakteryzują się pewnymi wspólnymi cechami:

- przyjmuje się w nich, że cząstka aerozolu jest sztywną kulą, nieruchomo zawieszoną w nieskończonym ośrodku wypełnionym mieszaniną pary i gazu;
- zanedbuje się procesy wymiany ciepła i masy wewnątrz cząstki;
- pomija się oddziaływania między cząstką rozpatrywaną a pozostałymi cząstkami występującymi w układzie;
- procesy dyfuzji cząsteczek pary i przewodzenia ciepła w przestrzeni otaczającej kroplę traktowane są quasi-stacjonarnie (do opisu chwilowych rozkładów gęstości i temperatury stosuje się zależności dla stanu ustalonego).

Model Masona [3]

Model ten jest klasycznym i jednym z najstarszych modeli opracowanych dla zakresu continuum. Szczegółowy opis modelu można znaleźć m.in. w [3 i 4]. W tym miejscu warto jedynie zwrócić uwagę na fakt, że prąd cząsteczek pary dyfundujących do kropli w modelu tym określany jest na podstawie prawa Ficka, co dla sytuacji, w których ciśnienie cząstkowe pary jest bardzo duże (np. awarie reaktorowe), może nie być najlepszym przybliżeniem.

Kończową zależność na prędkość wzrostu uzyskuje się w tym modelu przyrównując ciepło dostarczane do kropli w wyniku kondensacji pary z ciepłem odprowadzanym w wyniku przewodzenia do otoczenia. Zależność ta ma następującą postać:

$$\frac{dr}{dt} = \frac{1}{r \rho} \frac{S - 1}{\frac{RT}{DMp_s} + \frac{L}{kT} \left(\frac{L}{RT} - 1 \right)} \quad (3)$$

gdzie:

r – promień cząstki [m],

t – czas [s],

ρ – gęstość cieczy [$\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$],

S – współczynnik nasycenia [-]

$$S = \frac{p_v}{p_s(T)},$$

p_v – ciśnienie cząstkowe pary [Pa],

p_s – ciśnienie nasycenia pary nad płaską powierzchnią cieczy [Pa],

R – uniwersalna stała gazowa [$\text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$],

M – masa cząsteczkowa cieczy [$\text{kg} \cdot \text{mol}^{-1}$],

k – przewodność cieplna mieszaniny parowo-powietrznej [$\text{W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$],

L – ciepło kondensacji [$\text{J} \cdot \text{kg}^{-1}$],

T – temperatura mieszaniny parowo-powietrznej [K].

Model Barretta i Clementa [7]

Autorzy modelu wyprowadzają trzy różne zależności na prędkość wzrostu kropli dla trzech zakresów.

W zakresie continuum model jest bardzo podobny do modelu Masona. Pewne różnice wynikają z zastosowania innego równania opisującego prąd cząsteczek pary dyfundujących do kropli. Zależność na prędkość wzrostu kropli w modelu Barretta i Clementa dla zakresu continuum jest następująca:

$$\frac{dr}{dt} = \frac{1}{r \rho} \frac{S - 1}{\frac{P - Sp_s}{pD \rho_v} + \frac{L}{kT} \frac{LM}{RT}} \quad (4)$$

gdzie ρ – ciśnienie całkowite mieszaniny parowo-powietrznej [Pa] (pozostałe oznaczenia jak wyżej).

W zakresie swobodnie molekularnym zależność na prędkość wzrostu autorzy uzyskali z bilansu ciepła dostarczanego do kropli i przewodzonego od niej do otoczenia, przy czym oprócz ciepła dostarczanego przez cząsteczki pary uwzględniono również ciepło dostarczane przez cząsteczki gazu, oraz fakt iż część cząsteczek pary zostanie odbita od powierzchni kropli. Postać tej zależności jest następująca:

$$\frac{dr}{dt} = \frac{1}{\rho} \frac{S - 1}{\frac{1}{S_A j_v} + \frac{L_m}{HT} \left(\frac{LM}{RT} - \frac{S}{2} \right)} \quad (5)$$

gdzie:

- S_A – współczynnik kondensacji (akomodacji masy) [-],
 j_v – prąd cząsteczek pary [$\text{kg} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$]

$$j_v(T) = \left(\frac{M}{2\pi R} \right)^{1/2} \frac{p_s(T)}{T^{1/2}}, \quad (6)$$

- L_m – zmodyfikowane ciepło kondensacji [$\text{J} \cdot \text{kg}^{-1}$]

$$L_m(T) = L(T) - \frac{1}{2} \frac{RT}{M}, \quad (7)$$

- H – współczynnik wymiany ciepła [$\text{W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$]

$$H(T) = \alpha_{eg} c_{bg} j_g(T) + \alpha_{ev} c_{bv} S j_v(T), \quad (8)$$

- α_{eg}, α_{ev} – efektywny współczynnik akomodacji (odpowiednio dla powietrza i pary) [-]

$$\alpha_e = S_A + (1 - S_A) \alpha_t, \quad (9)$$

- α_t – współczynnik akomodacji termicznej cząsteczek (odpowiednio dla powietrza i pary) [-],

c_b – zastępcze ciepło właściwe [$\text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$]

$$c_{bv}(T) = \frac{h_v(T)}{T} - \frac{1}{2} \frac{R}{M} \quad (10)$$

$$c_{bg}(T) = c_{pg}(T) - \frac{1}{2} \frac{R}{M_g} \quad (11)$$

h_v – entalpia właściwa pary nasyconej [$\text{J} \cdot \text{kg}^{-1}$]

c_{pg} – ciepło właściwe powietrza przy stałym ciśnieniu [$\text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}$].

W wypadku zakresu przejściowego Barrett i Clement proponują następującą zależność na prędkość wzrostu kropli:

$$\frac{dr}{dt} = \frac{1}{\rho} \frac{S - 1}{r \left(\frac{p - Sp_s}{pD\rho_v} + \frac{ML^2R}{RT^2k} \right) + \frac{1}{S_A j_v} + \frac{MLR^2}{RT^2H}} \quad (12)$$

Porównując (12) z (4) i (5) łatwo zauważyć, że zależność powyższa powstała dzięki czysto matematycznym zabiegom, których celem było uzyskanie ciągłości wyników przy przejściu od zakresu swobodnie molekularnego do zakresu continuum.

Model Pruppachera [4]

Model ten jest pewną modyfikacją modelu Masona pozwalającą na rozszerzenie stosowalności poza zakres continuum. Postać zależności na prędkość wzrostu w modelu Pruppachera jest taka sama, jak w modelu Masona. Różnice polegają na zastąpieniu współczynnika dyfuzji D i przewodności cieplnej k pewnymi parametrami zmodyfikowanymi D' i k' . Parametry te zostały określone w oparciu o następujące rozumowanie: Rozkład gęstości pary wynikający z rozwiązania równania dyfuzji jest dobrym przybliżeniem rozkładu rzeczywistego jedynie w odległości większej od Δ_v (vapour jump). W odległości mniejszej od Δ_v konieczne jest uwzględnienie efektów kinetycznych. Na granicy tego obszaru prąd cząsteczek pary określony na podstawie teorii kinetycznej i dyfuzyjnej powinien być jednakowy. Powyższe rozumowanie oraz analogiczne dla rozkładu temperatury prowadzi [4] do następującej zależności na zmodyfikowany współczynnik dyfuzji:

$$D' = D \left[\frac{r}{r + \Delta_v} + \frac{D}{rS_A} \left(\frac{2\pi M}{RT} \right)^{1/2} \right]^{-1} \quad (13)$$

oraz zmodyfikowaną przewodność cieplną:

$$k' = k \left[\frac{r}{r + \Delta_t} + \frac{k}{r\alpha_t\rho c_{pg}} \left(\frac{2\pi M_\alpha}{RT} \right)^{1/2} \right]^{-1} \quad (14)$$

Jak łatwo zauważyć, jeżeli promień kropli dąży do nieskończoności, to D' zbiega do D , natomiast k' do k . Gdy promień kropli dąży do 0, oba parametry także zbiegają do 0.

Zestawiając ze sobą przedstawione wyżej zależności na prędkość wzrostu należy zwrócić uwagę na następujące fakty:

- wg modelu Masona oraz modelu Barretta i Clementa dla zakresu continuum prędkość zmiany promienia kropli jest odwrotnie proporcjonalna do promienia kropli,
- wg modelu Barretta i Clementa dla zakresu swobodnie molekularnego prędkość zmiany promienia nie zależy od wielkości kropli.

Jednocześnie, wykorzystując zależność (2) można łatwo pokazać, że wg modelu Masona oraz modelu Barretta i Clementa dla zakresu continuum i zakresu swobodnie molekularnego:

$$f(m, t) = \frac{dm}{dt} = a(t) m^\alpha \quad (15)$$

a wg modelu Barretta i Clementa dla zakresu przejściowego:

$$f(m, t) = \frac{dm}{dt} = \frac{c_1(t) m^{2/3}}{c_2(t) m^{1/3} + c_3(t)} \quad (16)$$

Współczynniki a , c_1 , c_2 i c_3 ogólnie biorąc są funkcjami czasu niezależnymi od masy. Jednak dla przypadków, w których temperatura i współczynnik nasycenia są stałe, a , c_1 , c_2 i c_3 są również stałe. Stałe są także współczynniki α , równe 1/3 dla zakresu continuum i 2/3 dla zakresu swobodnie molekularnego.

Dla stałej temperatury i współczynnika nasycenia współczynniki w zależności (15) i (16) są następujące:

- model Masona, zakres continuum

$$a = 4\Pi \left(\frac{3}{4\Pi} \right)^{1/3} \rho^{-1/3} \frac{S - 1}{\frac{RT}{D M p_s} + \frac{L}{kT} \left(\frac{LM}{RT} - 1 \right)} \quad (17)$$

- model Barretta i Clementa:
zakres continuum

$$a = 4\Pi \left(\frac{3}{4\Pi} \right)^{1/3} \rho^{-1/3} \frac{S - 1}{\frac{p - S p_s}{p D \rho_v} + \frac{L}{kT} \frac{LM}{RT}} \quad (18)$$

zakres swobodnie molekularny

$$a = 4\Pi \left(\frac{3}{4\Pi} \right)^{1/3} \rho^{-1/3} \frac{S-1}{\frac{1}{S_a j_v} + \frac{L_m}{HT} \left(\frac{LM}{RT} - \frac{S}{2} \right)} \quad (19)$$

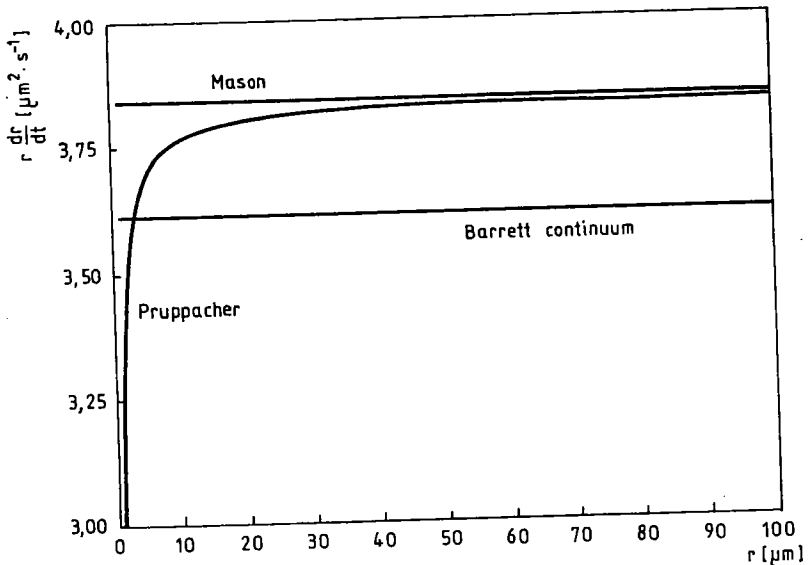
zakres przejściowy

$$c_1 = 4\Pi \left(\frac{3}{4\Pi} \right)^{2/3} \rho^{-1/3} (S-1) \quad (20)$$

$$c_2 = \left(\frac{3}{4\Pi} \right)^{1/3} \rho^{-1/3} \left(\frac{p - Sp_s}{pD\rho_v} + \frac{ML^2R}{RT^2k} \right) \quad (21)$$

$$c_3 = \frac{1}{S_a j_v} + \frac{MLR^2}{RT^2H} \quad (22)$$

W celu zilustrowania przedstawionych wyżej modeli wykonano obliczenia prędkości wzrostu kropli wody w mieszaninie parowo-powietrznej o temperaturze 100°C i współczynniku nasycenia 1,01.



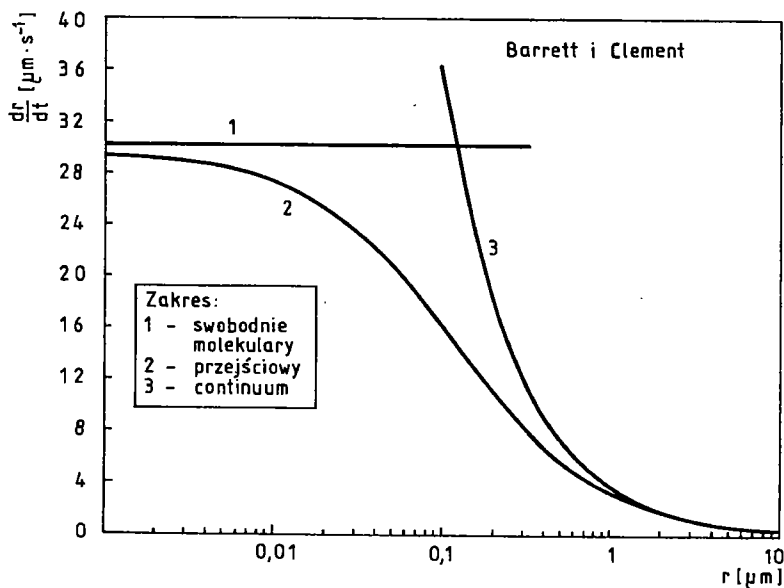
Rys.1. Wyrażenie $r \frac{dr}{dt}$ w zakresie continuum według różnych modeli

W modelu Barretta i Clementa przyjęto: $S_A = 0,04$, $\alpha_g = 1$, $\alpha_v = 1$, a w modelu Pruppachera: $\Delta_v = \Delta_t = \lambda$ (średnia droga swobodna cząstek pary w powietrzu) oraz $\alpha_t = 1$. Wielkości te ze względu na małą liczbę danych eksperymentalnych są przyjęte w sposób arbitralny, dalsze badania wykazały jednak, że ich wpływ na wzrost cząstek dla długich czasów (po przekroczeniu zakresu swobodnie molekularnego) jest pomijalnie mały.

Parametry termodynamiczne wody, pary wodnej i powietrza występujące w modelu Masona były określane na podstawie zależności zaczerpniętych z [5 i 6].

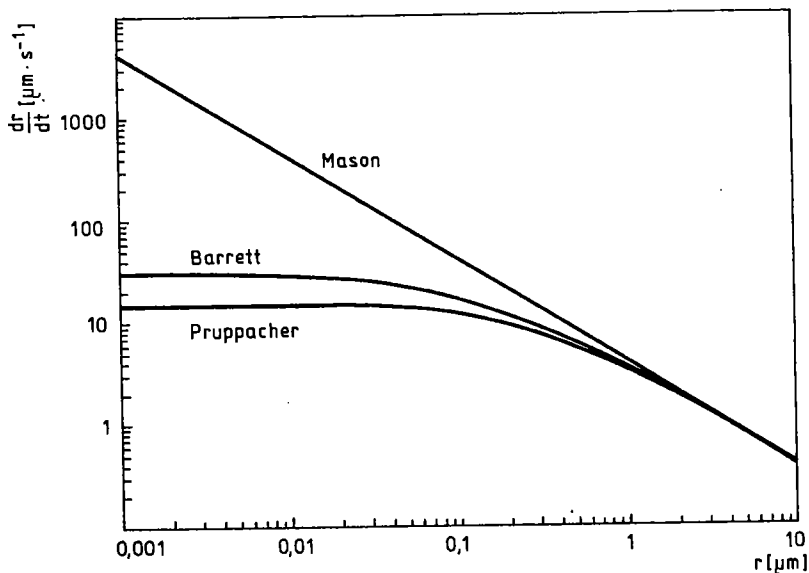
Obliczenia wykazały, że w zakresie continuum prędkość wzrostu określona na podstawie modelu Barretta i Clementa jest zawsze nieco mniejsza od prędkości określonej na podstawie modelu Masona. Wraz ze wzrostem promienia kropli różnice te stają się pomijalnie małe. Prędkość wzrostu kropli o promieniu mniejszym od $3 \mu\text{m}$ określona na podstawie modelu Pruppachera jest mniejsza od prędkości uzyskanych z pozostałych modeli, natomiast w wypadku kropli większych – asymptotycznie zbiega do prędkości uzyskanej na podstawie modelu Masona. Powyższe stwierdzenia ilustruje rys.1.

Na rysunku 2 przedstawiono wyniki obliczeń prędkości wzrostu kropli uzyskane przy pomocy modelu Barretta i Clementa, a na rys.3 i 4 zestawienie wyników obliczeń dla wszystkich modeli i zakresów od swobodnie molekularnego do continuum.



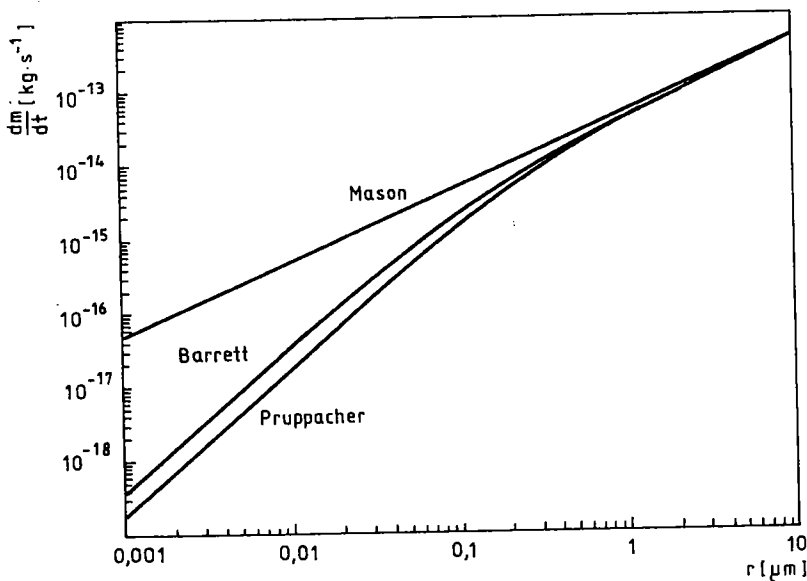
Rys.2. Prędkość wzrostu cząstki według modelu Barretta i Clementa

Obliczenia potwierdziły, iż model Masona dla zakresu swobodnie molekularnego daje wyniki zawyżone (dla $r = 10^{-3} \mu\text{m}$ prędkość wg modelu Masona jest przeszło 100 razy większa niż wg pozostałych modeli).

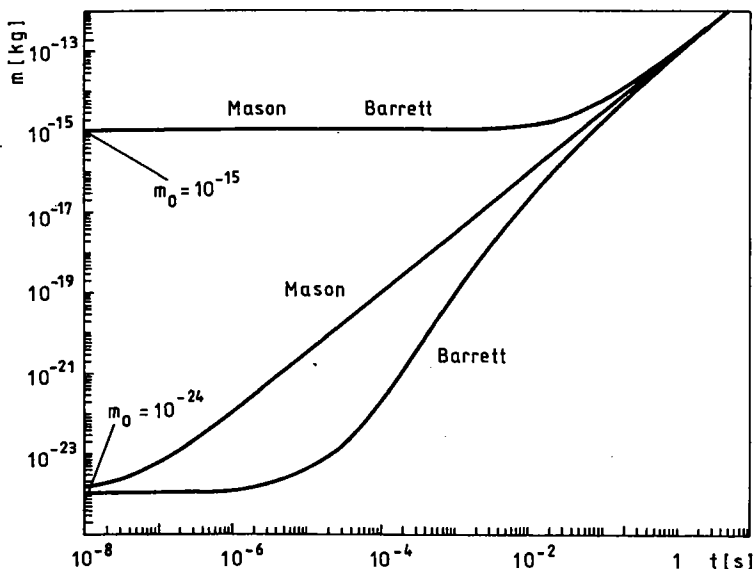


Rys.3. Prędkość wzrostu cząstki według różnych modeli

Z trzech zależności proponowanych przez Barretta i Clementa do dalszych analiz pozostawiono zależność dla zakresu przejściowego (12), gdyż, jak widać na rys.2, gwarantuje ona dobrą zgodność z zależnościami zalecanymi dla zakresu swobodnie molekularnego (5) i continuum (4) oraz jest funkcją ciągłą i różniczkowalną w zakresie przejściowym.



Rys.4. Prędkość wzrostu masy cząstki według różnych modeli



Rys.5. Wzrost cząstek o różnych masach początkowych według modelu Masona oraz modelu Barretta i Clementa

W związku z tym, że wyniki uzyskane za pomocą modelu Pruppachera nie różnią się w istotny sposób od wyników uzyskanych przy użyciu modelu Barretta i Clementa, w dalszej części pracy model Pruppachera został w analizie pominięty.

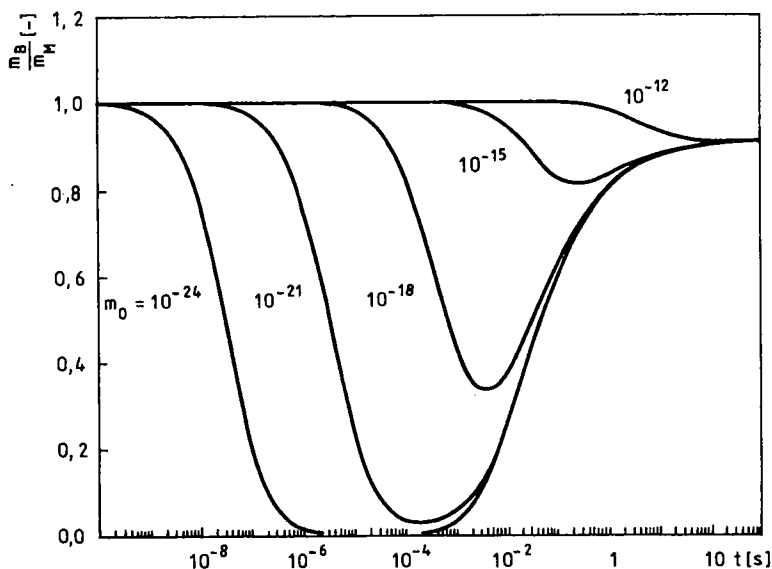
Prześledzenie historii wzrostu pojedynczej cząstki jest możliwe po rozwiązaniu równania

$$\frac{dm}{dt} = f(m, t) \quad (23)$$

z warunkiem początkowym $m(t=0) = m_0$. Do rozwiązania równania (23) zastosowano metodę Rungego-Kutty czwartego rzędu z automatycznym doбором kroku całkowania [2].

Na rysunku 5 zestawiono przykładowe wyniki symulacji wzrostu cząstek dla różnych modeli i początkowych mas. Warto zwrócić uwagę na fakt, że w wypadku cząstek o dużych wymiarach początkowych model Barretta i Clementa oraz model Masona dają praktycznie identyczną historię wzrostu cząstki. Jednocześnie widać, że bez względu na to, jakie są początkowe wymiary i zastosowany model, po czasie rzędu 10 s cząstki uzyskują porównywalne masy (cząstki, których stosunek mas dla czasu $t = 0$ jest rzędu 10^9 , po 10 s różnią się masą o ok. 4%).

Początkowa wielkość cząstki ma istotny wpływ na tempo jej wzrostu jedynie w ciągu pierwszej sekundy procesu. Fakt ten można zaobserwować na rys.6, przedstawiającym zmiany w czasie stosunku masy cząstki według modelu Barretta i Clementa do masy cząstki według modelu Masona. Po czasie rzędu 10 s stosunek masy cząstek ustala się i wynosi około 0,9. Dla niższej temperatury otoczenia stosunek ten jest bliższy jedności.



Rys.6. Przebieg zmian masy cząsteczki (m_B – masa cząstki wg modelu Barreta i Clementa, m_M – masa cząstki wg modelu Masona)

3. WZROST POPULACJI CZĄSTEK

W sytuacjach, w których prędkość wzrostu pojedynczej cząstki nie zależy od czasu, a więc gdy

$$f(m, t) \equiv f(m) \quad (24)$$

równanie kondensacyjnego wzrostu cząstek aerozolu staje się quasi-liniowym równaniem różniczkowym cząstkowym pierwszego rzędu z dwiema zmiennymi niezależnymi. W takim przypadku zagadnienie początkowe (1) można rozwiązać, jak to zostało pokazano w [11], przy zastosowaniu metody charakterystyk.

Postać rozwiązania jest następująca:

$$n(m, t) = \frac{f(\tau)}{f(m)} n_0(\tau) \quad (25)$$

gdzie τ dla danego czasu t wyznacza się zależnością

$$\int_0^m \frac{dm'}{f(m')} - t = \int \frac{d\tau'}{f(\tau')} \quad (26)$$

Rozwiązanie analityczne w zamkniętej postaci można uzyskać jedynie dla niektórych prostych postaci funkcji $f(m)$, w pozostałych konieczne jest numeryczne określanie wartości τ . Pojawia się tu problem rozwiązywania nieliniowego równania (26) i sprzężonego z nim numerycznego całkowania.

Gdy temperatura ośrodka oraz współczynnik nasycenia są stałe w czasie, rozwiązania analityczne istnieją zarówno dla modelu Masona [11], jak i dla modelu Barretta i Clementa. W przypadku, gdy $f(m)$ dana jest równaniem (15), postać wyrażenia na τ jest następująca:

$$\tau = [m^{1-\alpha} - \alpha(1-\alpha)t]^{1/(1-\alpha)} \quad (27)$$

a dla $f(m)$ danej równaniem (16):

$$\tau = \left[\sqrt{m^{2/3} + 2 \frac{c_3}{c_2} m^{1/3} + \left(\frac{c_3}{c_2}\right)^2} - \frac{2}{3} \frac{c_1}{c_2} t - \frac{c_3}{c_2} \right]^3 \quad (28)$$

Przy użyciu naszkicowanej wyżej metody dokonano analizy wpływu modelu wzrostu oraz widma początkowego na zmiany całkowitej masy cząstek. Masa ta w chwili czasu t wynosi

$$M(t) = \int_{m_1(t)}^{m_2(t)} m n(m, t) dt \quad (29)$$

gdzie $m_1(t)$, $m_2(t)$ – granice widma dla czasu t (dla widm nieograniczonych $m_2(t) \rightarrow \infty$).

Do badań jako rozkłady początkowe zastosowano:

– rozkład równomierny

$$n(m, 0) = \begin{cases} \frac{1}{m_2 - m_1} & \text{dla } m \in \langle m_1, m_2 \rangle \\ 0 & \text{dla } m \notin \langle m_1, m_2 \rangle \end{cases}$$

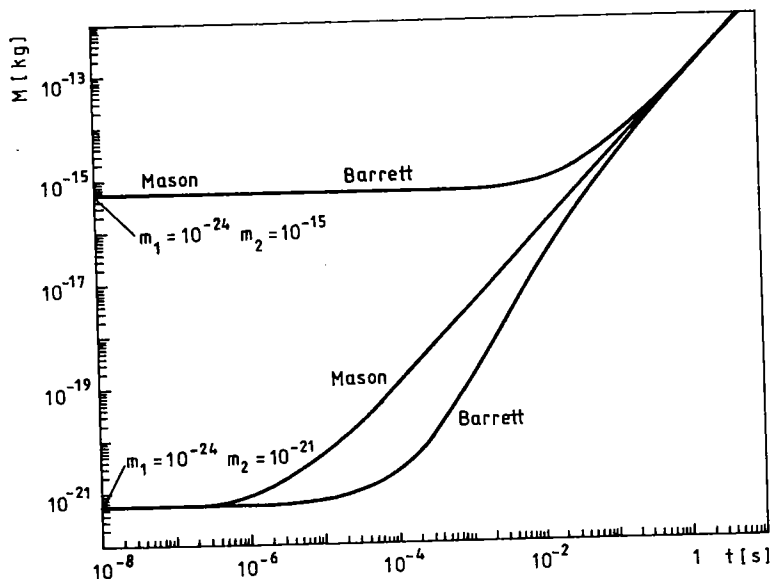
gdzie m_1 , m_2 – początkowe granice widma (dla $t=0$), oraz

– rozkład gamma

$$n(m, 0) = \frac{m}{m_0} \exp\left(-\frac{m}{m_0}\right)$$

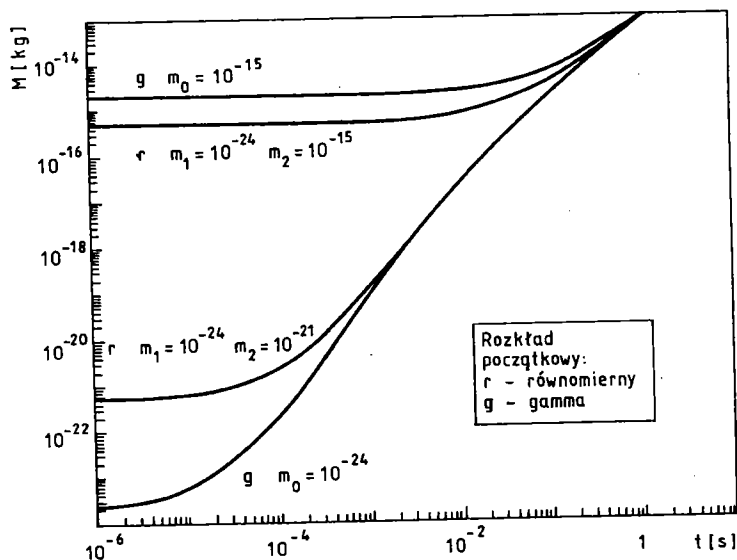
gdzie m_0 – początkowa najbardziej prawdopodobna masa cząstki. Do określania całki (29) zastosowano metodę Romberga [2].

Na rysunkach 7 i 8 przedstawiono niektóre wyniki obliczeń. Obliczenia te przeprowadzono dla temperatury 100°C i współczynnika nasycenia 1,01. Wykazały one, iż wpływ modelu wzrostu oraz początkowego rozkładu mas cząstek na masę całkowitą widma, a więc i tempo usuwania pary z atmosfery dla długich czasów jest



Rys.7. Zmiana masy całkowitej aerozolu dla różnych widm początkowych o rozkładzie równomiernym według modelu Masona oraz modelu Barretta i Clementa

pomijalnie mały (rys.7). Występuje tu pełna analogia ze wzrostem pojedynczej cząstki i to bez względu zarówno na typ widma początkowego, jak i jego początkowe parametry (masa najbardziej prawdopodobna, masa całkowita – rys.8).



Rys.8. Zmiana masy całkowitej aerozolu dla różnych widm początkowych według modelu Barretta i Clementa

4. PODSUMOWANIE

Przedstawione wyżej wyniki obliczeń skłaniają do sformułowania wniosku, iż w przypadku dużych układów aerozolowych o małej gęstości, a więc tam, gdzie procesy koagulacji nie odgrywają istotnej roli, stosowanie prostych modeli wzrostu, takich jak model Masona jest w pełni uzasadnione. Różnice w całkowitej masie aerozolu (masie skondensowanej pary) dla czasów wzrostu większych niż 10 s nie przekraczają 10%. Jak się wydaje, wobec trudności w opisie innych, nie związanych z kondensacją, procesów dynamiki aerozoli, wielkość ta może być uznana za małą.

Drugim wnioskiem wynikającym z przeprowadzonych obliczeń jest fakt praktycznej niezależności końcowej masy aerozolu od parametrów widma początkowego. Przy aktualnym stanie badań procesów nukleacji i słabej znajomości widma pierwotnego aerozoli wniosek powyższy wydaje się być bardzo istotny.

Zastosowanie modeli uwzględniających kinetyczny charakter oddziaływań małych cząstek z otoczeniem może mieć natomiast pewne uzasadnienie w układach aerozolowych o dużej gęstości i atmosferze o małym przesyceniu parą, a więc w sytuacjach gdy ze względu na wyczerpanie się fazy parowej procesy kondensacji trwają bardzo krótko a dominującym zjawiskiem staje się koagulacja i osadzanie się cząstek. Być może, zniekształcony w pierwszej fazie procesu (przez zastosowanie niewłaściwego modelu wzrostu) kształt widma będzie rzutował w istotny sposób na dalszy przebieg zjawisk. Problem ten wymaga dalszych prac nad dynamiką aerozoli z uwzględnieniem procesów kondensacji i koagulacji.

Podziękowanie

Pomysłodawcą zastosowania metody charakterystyk oraz autorem wykorzystanych w pracy rozwiązań analitycznych zagadnienia początkowego (1) jest Pan dr Marian Kiełkiewicz. Tą drogą pragnę serdecznie podziękować Panu Kiełkiewiczowi za pomoc i cenne rady, jakie od niego otrzymałem.

BIBLIOGRAFIA

- [1] *Hidy G.M., Brock J.R.*: The dynamics of aerocolloidal systems. Pergamon Press. New York 1970.
- [2] Math Science Library. Vol. 4. Ordinary differential equations; Vol. 5. Interpolation, approximation and quadrature. Control Data Corporation. Sunnyvale 1971.
- [3] *Mason B.J.*: Clouds, rain and rainmaking. Cambridge University Press. Cambridge 1975.

- [4] *Pruppacher H.R., Klett J.D.*: Microphysics of clouds and precipitation. D. Reidel Publishing Co., Dordrecht 1978.
- [5] *Irvine T.E., Liley P.E.*: Steam and gas tables with computer equations. Academic Press. New York 1984.
- [6] *Haar L., Gallagher J.S., Kell G.S.*: NBS/NRC Steam Tables, Thermodynamic and transport properties and computer programs for vapor and liquid states of water in SI units. Hemisphere Publishing Corporation. Washington 1984.
- [7] *Barrett J.C., Clement C.F.*: Growth rates for liquid drops. *J. Aerosol Sci.*, Vol. 19, No. 2, 1998, pp. 223-242.
- [8] *Adamski J., Archutowski M., Kietkiewicz M.*: Analiza transportu i retencji aerozoli w obudowie bezpieczeństwa reaktora jądrowego chłodzonego wodą. *Biuletyn Informacyjny ITC PW*, nr 74, 1990.
- [9] *Kietkiewicz M., Mościcki M.*: Kondensacyjny wzrost kropeł w zakresie continuum. *Biuletyn Informacyjny ITC PW*, nr 75, 1991.
- [10] *Williams M.M.R., Loyalka S.K.*: Aerosol science, theory & practice. Pergamon Press, Oxford, N. York, Seul, Tokyo 1991.
- [11] *Kietkiewicz M., Mościcki M.*: Zmiany widma masowego cząstek aerozoli wywołane kondensacją pary. *Biuletyn Informacyjny ITC PW*, nr 76, 1992.

CONDENSATIONAL GROWTH OF AEROSOL PARTICLES

S u m m a r y

Condensational growth of aerosol particles in free molecule, continuum and transition regimes, using different models, has been analyzed. The influence of the growth model and the initial mass spectrum on the change of the aerosol mass has been investigated. Some conclusions concerning the practical application of the growth models and the initial spectrum have been presented.

КОНДЕНСАЦИОННЫЙ РОСТ ЧАСТИЦ АЭРОЗОЛЕЙ

Краткое содержание

Применяя разные модели, проведен анализ конденсационного роста частиц аэрозоля в области свободно-молекулярной, континуума и переходной. Исследовано влияние модели роста и начального массового спектра на изменение массы аэрозоля. Представлены некоторые выводы, касающиеся практического применения модели роста и начального спектра.