

Jerzy Malczewski, Jerzy Wiejacha

Wydział Zamiejscowy Politechniki Warszawskiej w Płocku

HYDRODYNAMIKA SELEKTYWNEGO WYBIERANIA CIECZY Z MIESZANIN DWUFAZOWYCH POWIERZCHNIAMI CIAŁ STAŁYCH

Tematem pracy są zbieraki cieczy powierzchniowej z ciekłych rozwarstwionych mieszanin. Elementami wybierającymi są taśmy, cylindry i tarcze. Badano proces w obszarze menisku, gdzie ostatecznie formuje się film ciekły przylegający do powierzchni. Opisano związki między grubością ustalonej warstwy filmu, co jednoznacznie określa wydajność aparatu, a prędkością ruchu elementu wybierającego, głębokością zanurzenia i innymi parametrami.

WYKAZ OZNACZEŃ

a	- składowa pionowa przyspieszenia odśrodkowego	m/s ²
a _c	- przyspieszenie całkowite	m/s ²
g	- przyspieszenie ziemskie	m/s ²
h	- głębokość zanurzenia	m
L	- bezwymiarowa grubość filmu	
r	- promień, współrzędna promieniowa	m
R ₁	- promień zewnętrznej krawędzi tarczy	m
R ₂	- promień wewnętrznej krawędzi tarczy	m
s	- grubość warstwy cieczy powierzchniowej	m
T ₀	- bezwymiarowa grubość ustalona filmu	
u	- prędkość wzdłużna	m/s
u _w	- prędkość powierzchni ciała stałego	m/s
\vec{v}	- wektor prędkości	m/s

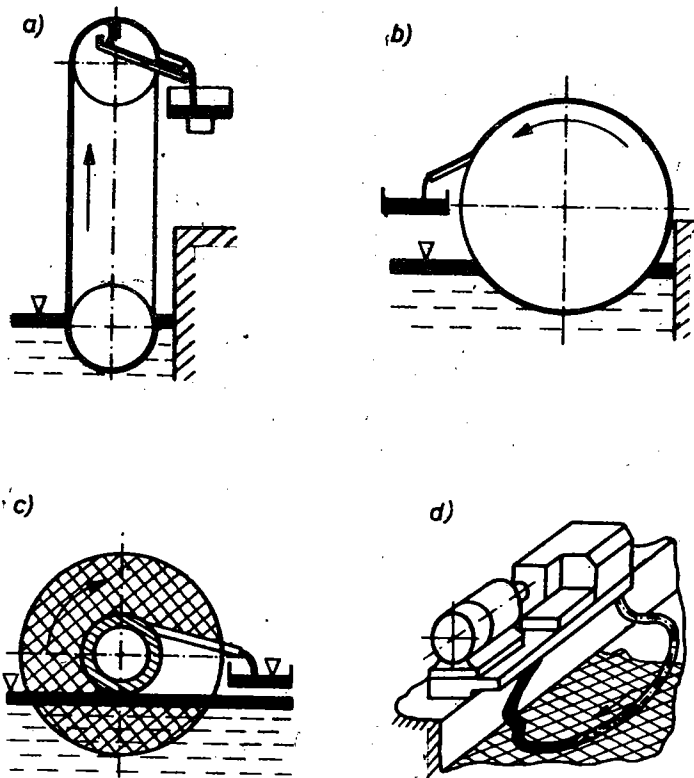
V'	- objętościowy wydatek	m^3/s
\dot{V}	- objętościowe natężenie przepływu	$m^3/(m \cdot s)$
x	- współrzędna wzdłużna	m
y	- współrzędna poprzeczna	m
z	- współrzędna pozioma na powierzchni tarczy	m
z_2	- długość odcinka wynurzania tarczy	m
α	- kąt pochylenia do poziomu	rad
δ	- grubość warstwy cieczy	m
δ_0	- grubość ustalona filmu cieczy	m
ε	- bezwymiarowa wielkość małego rzędu	
ξ	- przekształcona bezwymiarowa współrzędna wzdłużna	
λ	- bezwymiarowa współrzędna wzdłużna	
μ	- lepkość dynamiczna	$Pa \cdot s$
ρ	- gęstość cieczy powierzchniowej	kg/m^3
σ	- napięcie powierzchniowe	N/m
ω	- prędkość kątowna	rad/s

1. WSTĘP

Adhezja cieczy do powierzchni wynurzających się ciał stałych jest już od dawna wykorzystywana w technice, np. przy nakładaniu powłok ochronnych, przy produkcji błon filmowych [1] i taśm samolepnych, do pionowego transportu cieczy i w innych procesach. Ostatnio znalazły szerokie zastosowanie, zwłaszcza w portach morskich i przy osadnikach przemysłowych, konstrukcje służące do selektywnego wybierania powierzchniowego składnika ciekłego, np. oleju, z rozwarstwionej mieszaniny dwufazowej. Jako ruchome elementy zbierające stosowane są taśmy bez końca, bębny, tarcze i węże [3]. Przykładowe typy aparatów pracujących wg wymienionych systemów wybierania pokazano na rys.1.

Problem zbierania nie został dotychczas rozwiązany zadowalająco teoretycznie. Polega głównie na określeniu związków między wydajnością objętościową wybierania cieczy powierzchniowej czyli grubości ustalonej filmu cieczy δ_0 , a prędkością ruchu, lepkością, głębokością zanurzenia, wysokością warstwy powierzchniowej i innymi mniej znaczącymi parametrami. Na gru-

bość warstwy filmu, uformowanego na powierzchni ciała stałego, wywierają głównie wpływ ruchy ciekłych składników mieszaniny w miejscach zanurzania się i wynurzania powierzchni ciała stałego, gdzie tworzą się tzw. meniski dynamiczne. W mniejszym stopniu wpływa na grubość filmu ruch obu cieczy między meniskami.

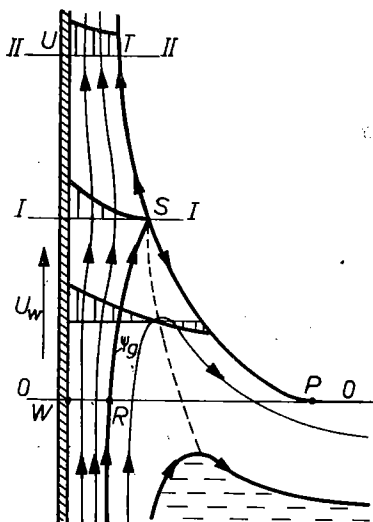


Rys.1. Typy zbieraków: a) taśmowy, b) bębnowy, c) tarczowy, d) węzowy

W praktyce, dąży się najczęściej do uzyskania dużej wydajności wybierania przy jednoczesnym zachowaniu małej zawartości (poniżej 1%) drugiego składnika mieszaniny w wybieranej cieczy powierzchniowej. Jest to osiągnięte przy umiarkowanych prędkościach powierzchni, zbliżonych do tzw. prędkości krytycznej, kiedy film jest jeszcze w zasadzie jednofazowy, a wpływ drugiej cieczy na zbieranie jest mały.

2. OPIS TEORETYCZNY ZBIERANIA POWIERZCHNIĄ TAŚMY

Dla poznania przebiegu procesu przy umiarkowanych prędkościach powierzchni ciała stałego wystarczy analiza menisku w miejscu wynurzania się jej.



Rys.2. Przepływ cieczy w obszarze menisku od strony wynurzającej się powierzchni

Rozmiary menisku zależą głównie od lepkości cieczy powierzchniowej i prędkości wynurzania się. Rysunek 2 przedstawia menisk w miejscu wynurzania się. Wyodrębnia się w nim dwie strefy. Strefa unoszenia RSTUW, składa się wyłącznie z elementów płynu, które powyżej poziomu I-I tworzą film cieczy transportowanej do góry. Strefa cyrkulacyjna PRS składa się tylko z elementów płynu nie wznoszących się ponad poziom I-I, lecz spływających z powrotem. Obie strefy rozdziela linia prądu ψ . Ciecz w pobliżu punktu S ma bardzo małą prędkość i można założyć, że w przybliżeniu promień krzywizny menisku cyrkulacyjnego w pobliżu punktu S jest taki sam,

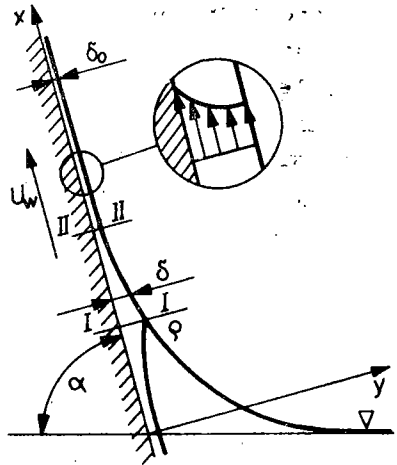
jak w wierzchołku menisku statycznego przy nieruchomej ścianie [2], [1]. Krzywiznę menisku statycznego przy ścianie wyznacza się za pomocą równania Laplace'a, wiążącego różnicę ciśnienia z napięciem powierzchniowym i promieniami krzywizny powierzchni międzyfazowej. Różnica ciśnienia jest równoważona przez słup cieczy wznoszący się ponad powierzchnię mieszanki i wywierający ciśnienie hydrostatyczne równe $\rho g x \sin \alpha$ (rys.3). Po odpowiednich przekształceniach i założeniu idealnej zwilżalności, autorzy otrzymali wyrażenie na promień krzywizny w pobliżu wierzchołka menisku statycznego tworzącego się przy nieruchomej powierzchni, pochylonej pod kątem α do poziomu:

$$\frac{d^2y/dx^2}{[1 + (dy/dx)^2]^{3/2}} \cong \left(\frac{2\rho g}{\sigma}\right)^{1/2} (1 - \cos \alpha)^{1/2} \quad (1)$$

Wyrażenie (1) zostanie wykorzystane w przyjętym dalej założeniu, iż w punkcie S są sobie równe obie krzywizny stref: unoszenia i cyrkulacyjnej menisku.

Zakładając prawie równoległy ruch cieczy do powierzchni (rys.3) między poziomem I i II ($d\delta/dx \approx 0$), upraszcza się różniczkowy zapis promienia krzywizny w równ. (1), gdyż mianownik staje się wówczas jedynką. Wtedy równanie Naviera-Stokesa dla elementu płynu, przy laminarnym, izotermicznym ruchu płynu i pominięciu sił bezwładności, przyjmuje postać

$$\mu \frac{d^2 u}{dy^2} - \rho g \sin \alpha + \sigma \frac{d^3 \delta}{dx^3} = 0. \quad (2)$$



Rys.3. Film jednofazowej cieczy na ruchomej ścianie

Ostatni człon równania wynika z gradientu ciśnienia, powstałego pod wpływem napięcia powierzchniowego.

Wprowadza się warunki brzegowe:

$$y = \delta \quad du/dy = 0 \quad (3)$$

$$y = 0 \quad u = u_w \quad (4)$$

Po scałkowaniu równ. (2) i wykorzystaniu warunków brzegowych, otrzymuje się rozkład prędkości:

$$u = u_w - \left(\rho g \sin \alpha - \sigma \frac{d^3 \delta}{dx^3} \right) \left(y\delta - \frac{y^2}{2} \right) \quad (5)$$

Z warunku ciągłości oblicza się objętościowe natężenie przepływu:

$$u_w \delta - \left(\rho g \sin \alpha - \sigma \frac{d^3 \delta}{dx^3} \right) \frac{\delta^3}{3\mu} = u_w \delta_0 - \frac{\rho g \delta_0^3}{3\mu} \sin \alpha = \dot{V}. \quad (6)$$

Pierwsze wyrażenie odnosi się do strefy między liniami I i II a drugie powyżej linii II. Wprowadzając zmienne bezwymiarowe:

$$\lambda = \frac{\pi}{\delta_0} \left(\frac{3\mu u_w}{6} \right)^{1/3}, \quad L = \delta/\delta_0, \quad T_0 = \delta_0 \left(\frac{\rho g \sin \alpha}{\mu u_w} \right)^{1/2} \quad (7)$$

równanie (6) sprowadza się do postaci bezwymiarowej

$$L^3 d^3 L / d\lambda^3 = 1 - L - T_0^2 (1 - L^3) / 3 \quad (8)$$

Równanie (8) jest podstawowym równaniem różniczkowym umożliwiającym określenie grubości filmu δ_0 . Nie jest ono rozwiązywalne analitycznie, jednak dla uzyskania wyrażenia na krzywiznę ($d^2 L / dx^2$) wystarcza tylko pierwsze całkowanie. Dokonuje się tego dla warunku $L \rightarrow L_S$ (rys.3) i na zlinearyzowanym równ. (8). Linearizacja polega na podstawieniu $L = 1 + \varepsilon$, gdzie ε jest wielkością małego rzędu. Pomijając wielkości rzędu ε^2 , ε^3 i po dodatkowym podstawieniu [4] $\xi = \lambda (1 - T_0^2)^{1/3}$, dochodzi się do przybliżonej, zlinearyzowanej postaci równ. (8):

$$d^3 \varepsilon / d\xi^3 = -\varepsilon \quad (9)$$

Po numerycznym scałkowaniu równ. (9) uzyskuje się, gdy $L \rightarrow L_S$,

$$d^2 L / d\lambda^2 = 0,642 \left(1 - T_0^2 \right)^{2/3} \quad (10)$$

Korzystając z warunku, że krzywizny obu stref menisku w punkcie styku S są równe, można porównać zależności (10) i (1). Z tych dwóch równań otrzymuje się wyrażenie na ustaloną grubość filmu δ_0 na ruchomej taśmie pochylonej pod dowolnym kątem do poziomu:

$$\delta_0 = \frac{0,944 (\mu u_w)^{2/3}}{(1 - \cos \alpha)^{1/2} 6^{1/6} (\rho g)^{1/2}} \left(1 - \frac{\delta_0^2 \rho g \sin \alpha}{\mu u_w} \right)^{2/3} \quad (11)$$

Równanie (11) zawiera w postaci uwikłanej poszukiwaną grubość filmu δ_0 w funkcji prędkości u_w oraz kąta pochylenia α . Pozostałe parametry charakteryzują własności danej cieczy. Metodą kolejnych przybliżeń można znaleźć z równ. (11) wartość δ_0 . Do obliczenia objętościowego natężenia przepływu

cieczy unoszonej do góry \dot{V} , wykorzystuje się wyprowadzone równ. (6). Służy ono do obliczania wydajności nie tylko zbieraków taśmowych ale również i bębnowych.

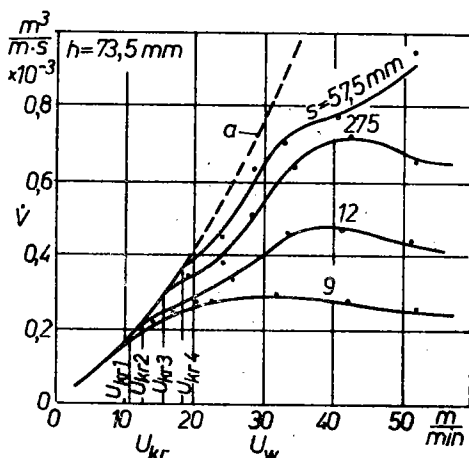
3. BADANIA EKSPERYMENTALNE ZBIERANIA POWIERZCHNIĄ TAŚMY

Badania eksperymentalne wykazały, że nie można jednak stosować równ. (11) i (6) przy zbyt dużych prędkościach taśmy.

Na rysunku 4 pokazano charakterystyczny wykres eksperymentalny w układzie $u - \dot{V}$ dla zbieraka taśmowego. Schemat budowy zbieraka taśmowego pokazany został na rys.1a. Posiada on mosiężną taśmę bez końca, rozpiętą na dwóch walcach, z których górny jest napędowym a dolny napinającym. Badania przeprowadzono dla mieszaniny woda-olej maszynowy.

Wykres wskazuje, że do pewnej prędkości taśmy, tzw. krytycznej u_{kr} , dane eksperymentalne dobrze zgadzają się z obliczeniami teoretycznymi wg równ. (11) i (6). Objętościowe natężenie przepływu nie zależy od parametru s . Badania wykazały również, że poniżej prędkości u_{kr} wydajność wybierania nie zależy także od parametru h . Z dużą dokładnością można wówczas traktować proces wybierania tak, jak gdyby odbywał się w cieczy jednofazowej.

Dla prędkości taśmy większych od u_{kr} wielkość \dot{V} zaczyna zależeć od h i s , a także od własności cieczy dolnej. Omówiony uprzednio model teoretyczny nie odpowiada przebiegowi



Rys.4. Zależność objętościowego natężenia przepływu cieczy \dot{V} od prędkości taśmy, dla głębokości zanurzenia $h = 74$ mm i różnych grubości warstwy oleju s na wodzie (własności oleju $\rho = 903,6$ kg/m³, $\mu = 10,1421$ Pa·s, $\sigma = 28,5 \cdot 10^{-3}$ N/m w temp. 19°C), a - krzywa teoretyczna wg równ. (11) i (6)

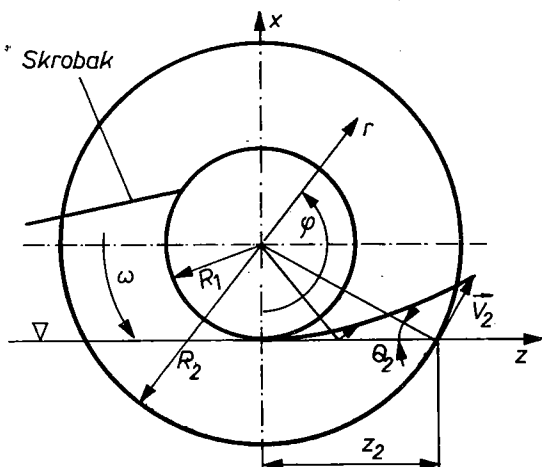
rzeczywistemu. Nasilają się nowe zjawiska związane z oddziaływaniem dwu a następnie trzech faz. Wymienia się:

- porywanie powietrza w głąb ciekłej mieszaniny przez zanurzającą się powierzchnię ciała stałego, które ogranicza kontakt cieczy powierzchniowej z taśmą i tym samym zmniejsza powierzchnię czynną transportującą ciecz powierzchniową,
- lokalne zmniejszenie się grubości warstwy cieczy powierzchniowej przy zanurzającej się taśmie, wpływające na zmniejszenie się grubości filmu ustalonego cieczy powierzchniowej δ_0 ,
- zwiększoną ruchliwość cieczy dolnej, która zaczyna być porywana przez powierzchnię zbieraka do góry, co powoduje wzrost jej zawartości w cieczy powierzchniowej i tym samym pogorszenie się jakości zbieranego produktu.

W zastosowaniach praktycznych operuje się zwykle prędkościami zbliżonymi do krytycznej lub, w specjalnych przypadkach, prędkościami nieco większymi, dla których uzyskuje się maksymalną wydajność wybierania.

4. OPIS TEORETYCZNY ZBIERANIA POWIERZCHNIĄ TARCZY

Model zbierania adhezyjnego ulega modyfikacji dla tarczowych elementów wybierających, gdyż pojawia się siła odśrodkowa równoległa do powierzchni tarczy. Na rysunku 5 przedstawio-



Rys.5. Schemat zbieraka tarczowego wraz z przyjętym prostokątnym układem współrzędnych (oś y jest prostopadła do płaszczyzny rysunku)

no zbierak tarczowy. Pole prędkości na powierzchni tarczy jest zmienne, pod względem kierunku i wartości. Długość linii wynurzenia określa zależność

$$z_2 = \left(R_2^2 - R_1^2 \right)^{1/2}. \quad (12)$$

Wydażność wybierania w dużym stopniu zależy od składowej pionowej (w kierunku osi x) prędkości powierzchni tarczy. W przyjętym uproszczonym modelu dla tarczy rozpatruje się pionową składową prędkości na linii wynurzenia. Oblicza się ją ze wzoru

$$u = \omega r \frac{z}{r} = \omega z \quad (13)$$

Jest ona zmienna liniowo wzdłuż osi z od zera do wartości ωz_2 .

Oddziaływanie siły odśrodkowej na elementy płynu określono w sposób przybliżony. Przy jej rozpatrywaniu dla uproszczenia modelu pominięto spływ cieczy względem tarczy, przyjmując tłokowy profil prędkości w warstwie cieczy w kierunku osi y o wartości równej prędkości powierzchni tarczy ωr . Uproszczenie to nie wprowadza dużego błędu, ponieważ spływ cieczy względem powierzchni tarczy jest mały przy praktycznie stosowanych prędkościach wybierania. Składowa pionowa przyspieszenia odśrodkowego działająca na każdy element płynu na linii wynurzenia wyrazi się wówczas zależnością

$$a = \omega^2 r \frac{R_1}{r} = \omega^2 R_1 = \frac{u^2}{z} R_1 \quad (14)$$

a więc ma wartość stałą.

Składową pionową przyspieszenia dodaje się do przyspieszenia ziemskiego. Całkowite przyspieszenie na linii wynurzenia wynosi

$$a_0 = g + a = g + \omega^2 R_1 \quad (15)$$

Dla strefy unoszenia menisku równanie pędu (2) przyjmuje przybliżoną postać

$$\mu = \frac{d^2 u}{dy^2} - \rho (g + \omega^2 R_1) + \sigma \frac{d^3 \delta}{dx^3} = 0. \quad (16)$$

W strefie cyrkulacyjnej menisku prędkość ruchu cieczy jest mała, a zatem można pominąć wpływ siły odśrodkowej. Wówczas, powstać zależności (1) opisującej krzywiznę menisku cyrkulacyjnego w punkcie styku obu stref S nie ulegnie zmianie ($\alpha = 90^\circ$).

W wyniku rozwiązania równ. (16) w analogiczny sposób jak równ. (2), otrzymuje się wzór określający grubość ustaloną filmu w dowolnym punkcie linii wynurzania powierzchni tarczy o współrzędnej z

$$\delta_0(z) = 0,944 \frac{(\mu \omega z)^{2/3}}{6^{1/6} (\rho g)^{1/2}} \left[1 - \frac{\delta_0^2 \varphi (g + \omega^2 R_1)}{\mu \omega z} \right]^{2/3} \quad (17)$$

Natomiast równ. (12) przyjmuje dla tarczy odmienną postać:

$$\dot{V}(z) = \omega z \delta_0(z) - \frac{\varphi (g + \omega^2 R_1) \delta_0^3(z)}{3\mu} \quad (18)$$

Objętościowe natężenie przepływu \dot{V} cieczy dla tarczy jest zmienne wzdłuż linii jej wynurzania. Całkowity objętościowy wydatek cieczy zbieranej jedną stroną tarczy określa całka:

$$V' = \int_0^z \dot{V}' dz = \int_0^z \dot{V}(z) dz \quad (19)$$

Całkowania (19) nie można przeprowadzić analitycznie ze względu na uwikłaną postać równ. (17). Z tego powodu należy zastosować całkowanie numeryczne:

$$V' = \sum_{i=1}^n \Delta \dot{V} = \sum_{i=1}^n (\dot{V}_i \Delta z) = \frac{1}{\omega} \sum_{i=1}^n (\dot{V}_i \Delta u) \quad (20)$$

gdzie Δz jest odcinkiem linii wynurzania, \dot{V}_i - średnim objętościowym natężeniem przepływu dla danego odcinka Δz , n - liczbą odcinków. Obliczanie wydajności wybierania cieczy tarczą jest więc kłopotliwe. Dla małych prędkości obrotowych tarczy można pominąć wpływ siły odśrodkowej, wtedy równ. (17) upraszcza się do równ. (11).

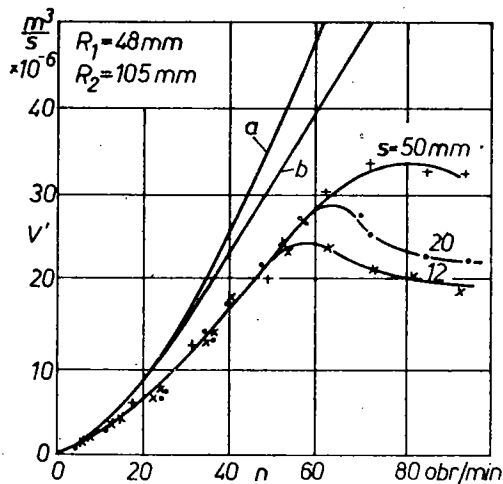
5. BADANIA EKSPERYMENTALNE ZBIERANIA POWIERZCHNIĄ TARCZY

Podanych zależności teoretycznych dla obliczania wydajności zbieraków, podobnie jak w przypadku zbieraków taśmowych i bębnowych, nie można stosować przy zbyt dużych prędkościach, co było już poruszane. Na rysunku 6 pokazano charakterystyczny wykres eksperymentalny dla zbieraka tarczowego.

Przebieg krzywych na wykresie (rys.6) wskazuje na różnice między wynikami obliczeń teoretycznych a danymi eksperymentalnymi. Różnice te są większe, niż miało to miejsce dla zbieraka taśmowego (rys.4). Wpływają na to dwa, charakterystyczne tylko dla zbieraka tarczowego, zjawiska:

1. Przyłgnięta do tarczy ciecz spływa pod wpływem działania siły ciężkości głównie od strony zewnętrznej krawędzi, gdzie występuje największa grubość filmu. Tworzy się łukowaty front maksymalnej grubości filmu, który przy małych prędkościach obrotowych przemieszcza się w kierunku osi tarczy i przez to do skrobaka nie dochodzi cała ilość początkowo przyprylgniętej cieczy.

2. W pobliżu obracającej się tarczy poziom lustra cieczy ulega obniżeniu. Depresja ta pogłębia się wraz ze wzrostem prędkości obrotowej. Wpływa ona ujemnie na wydajność wybierania, ponieważ zmniejsza się powierzchnia czynna tarczy.



Rys.6. Zależność objętościowego wydatku V zbieranego oleju w funkcji prędkości obrotowej tarczy, dla różnych grubości warstwy oleju na wodzie, w temp. 20°C (własności oleju $\rho = 893,6$ kg/m³, $\mu = 0,1198$ Pa·s, $\sigma = 27,8 \cdot 10^{-3}$ N/m). Krzywa teoretyczna: a - wg równ. (11) i (6), b - wg równ. (17), (18) i (20)

Повы́ше зяави́ска не зосталы́ узгледнiе в моделу́ и глiе́в-
не стiд вынiкаю́т выстiпую́е розбiе́жнiе. Ещече́ инне́ зяа-
ви́ска закiлю́аю́е выбiере́ние, выстiпую́е пры́ значных́ прiд-
кiе́сках, сí такiе́ саве́, як пры́ збiераках́ та́смowych́ и бiе́н-
owych́.

Опрацоване́ моделе́ теоретычнéе добрее́ сiе́ справдзая́ пры
облiче́ниях выдiе́ннiе збiеракiе́в та́смowych́ и бiе́нowych́, в за-
крее́е прiдкiе́ска пони́же прiдкiе́ска крyтычнéе. Ниече́ мнiе́е до-
кiядне́ сí для збiеракiе́в тарчовых́. В сумiе́, могу́т бы́е выкоры́-
стане́е до прiе́ктования́ збiеракiе́в рiе́зных́ тыпiе́в.

BIBLIOGRAFIA

- [1] D e r j a g i n B.W., L e w i o z S.M.: Fiziko-chi-
mija naniesienija tonkich slojow na dwituzszczujusia podloz-
ku. Izd. AN SSSR, Moskwa 1959.
- [2] L e w i o z W.G.: Fiziko-chimicheskaja gidrodinamika.
Izd. AN SSSR, Moskwa 1952.
- [3] Mechanical systems for the recovery of oil spilled on
water. IP, Great Britain 1975.
- [4] W h i t e D.A., T a l l m a d g e A.J.: Chem. Eng.
Science Vol. 20, 1, p. 33 (1965).

ГИДРОДИНАМИКА СЕЛЕКТИВНОГО ОТБОРА ЖИДКОСТИ ИЗ ДВУХФАЗНЫХ СМЕСЕЙ ПОВЕРХНОСТЯМИ ТВЕРДЫХ ТЕЛ

К р а т к о е с о д е р ж а н и е

В работе описываются поверхностные собиратели жидкости из
расслоенных двухфазных смесей. Собирающими элементами являются
пленки, цилиндры, диски. Исследуются процессы в пределах
мениска, где окончательно формируется пленка жидкости, приле-
гающая к поверхности. Описываются зависимости между толщиной
установившегося слоя пленка, что однозначным образом опреде-
ляет производительность аппарата, и скорость перемещения со-
бирающего элемента, глубиной его погружения и другими параме-
трами.

HYDRODYNAMICS OF THE SELECTIVE LIQUID EXTRACTION
OUT OF TWO-PHASE MIXTURES USING THE SOLIDS SURFACES

S u m m a r y

The relation between the film thickness or performance of the apparatus and velocity of the skimming element, depth of its immersion and other parameters was presented in the article.

Bands, cylinders and disks were used as the skimming elements. The analytical as well as experimental investigations lead to formulation of equations useful for design of the equipment.