

**BIULETYN INFORMACYJNY**  
**INSTYTUTU TECHNIKI CIEPLNEJ**  
**POLITECHNIKI WARSZAWSKIEJ**

---

WARSZAWA

TEL. 21007 w. 1232 i 1248

NOWOWIEJSKA 25

Nr 17/K.S.S.P. i L. 4

luty 1969

Dr inż. Andrzej Kowalewicz  
Katedra Silników Spalinowych Przemysłowych i Lotniczych  
Politechniki Warszawskiej

Instytut Lotnictwa

**DYNAMIKA ZAPŁONU ISKROWEGO MIESZANEK PALNYCH**  
**CZEŚĆ II: TEORIA ZAPŁONU**

1. Mechanizm zapłonu

1.1. Wprowadzenie

Autorowi nie są znane publikacje dotyczące mechanizmu zapłonu kropli paliwa ciekłego od iskry zapłonowej. W odniesieniu do mieszanek gazowych, mechanizm zapłonu iskrowego w istniejących teoriach zapłonu opierany jest zwykle na hipotezie cieplnej, wg której zapłon następuje w wyniku wymiany ciepła przez przewodnictwo. We wcześniejszych teoriach mechanizm zapłonu oparty był na hipotezie "niecieplnej", wg której koncentracja aktywnych chemicznie cząstek decyduje o zainicjowaniu reakcji chemicznej zapłonu paliwa. Omówienie tych hipotez i teorii na nich opartych podał autor w pracy przeglądowej o zapłonie iskrowym [1]. Ponieważ w publikacjach, w których mechanizm zapłonu oparty jest na hipotezie cieplnej, pomijano mil-

zeniem pozatermiczne oddziaływanie wyładowania iskrowego na substraty, w ramach niniejszej pracy przeanalizowano jego wpływ na zapłon, na podstawie dostępnych publikacji [2-7], stwierdzając, że pozatermiczne oddziaływanie na substraty nie kontroluje reakcji zapłonu. Stąd dalszy wniosek, że promieniowanie jonizujące i dysocjacja oraz katalityczne działanie materiału elektrod towarzyszące wydzielaniu energii w iskrze zapłonowej nie kontrolują reakcji chemicznej zapłonu mieszanki od iskry zapłonowej. Istniejące wyniki badań zapłonu mieszanek gazowych oraz wyniki badań opisanych w części I tej pracy wykazują decydujący wpływ parametrów mieszanki na energię zapłonu i nie dadzą się wytłumaczyć na podstawie "niecieplnej" hipotezy. W dalszym ciągu analiza mechanizmu zapłonu oparta będzie wyłącznie o kryterium natury termicznej.

## 1.2. Kryterium zapłonu kropli od iskry zapłonowej

W przypadkach statycznego ogrzewania się kropeł paliwa w gorącej utleniającej atmosferze, kryterium samozapłonu kropli stanowi jedyny warunek, ażeby temperatura najbliższego jej otoczenia była równa tzw. temperaturze samozapłonu. Przez temperaturę samozapłonu paliwa ciekłego w powietrzu rozumie się najniższą temperaturę otaczającego powietrza, przy której układ: paliwo ciekłe-warstwa powierzchniowa powietrza przestaje pobierać ciepło z otoczenia i zaczyna je do otoczenia przekazywać. Towarzyszy temu zmiana charakteru reakcji chemicznej. Reakcja przestaje być kontrolowana kinetyką chemiczną i zaczyna być kontrolowana dyfuzją [8, 9]. Temperatura samozapłonu paliw ciekłych, określona w przypadku dużej powierzchni kontaktu z atmosferą utleniającą o danym udziale tlenu i określonym ciśnieniu, wyznaczona w warunkach quasi-stycznych, np. w podgrzewanym naczyniu, może być uważana za stałą fizyczną. Wartości temperatury samozapłonu określone w ten sposób zostały skatalogowane przez Mullinsa [10]. Np. dla nafty temperatura ta wynosi  $270^{\circ}\text{C}$  (przy ciśnieniu 1 ata). Jednak w przypadku kropeł paliwa, wtrysniętego do gorącej atmosfery utleniającej, temperatura samozapłonu zależy dodatkowo jeszcze, w porównaniu z przypadkiem poprzednim, od średnicy kropli, a więc przestaje

być już stałą fizyczną. Teorię zapłonu spalania kropli w atmosferze utleniającej podali Peskin, Wise i in. [8, 9]. Np. temperatura samozapłonu kropli oleju o średnicy ok. 100  $\mu\text{m}$  w powietrzu wynosi 750 $^{\circ}\text{C}$  (eksperyment) - 820 $^{\circ}\text{C}$  (teoria) [8], tj. znacznie wyżej niż temperatura samozapłonu tego oleju w ogrzewanym naczyniu, równa 270 $^{\circ}\text{C}$  [10].

W przypadku zapłonu kropli w warunkach dynamicznej zmiany temperatury otoczenia kropli, jaka zachodzi przy zapłonie od iskry, zagadnienie staje się znacznie bardziej skomplikowane. Dochodzi jeszcze drugi warunek, aby czas przebywania kropli w obszarze o podwyższonej temperaturze był co najmniej równy czasowi opóźnienia zapłonu, będącemu funkcją temperatury. Warunek pierwszy w przypadku dużych energii iskry zapłonowej jest wtedy na ogół zawsze spełniony, a temperatura zapłonu kropli przewyższa temperaturę zapłonu odpowiadającą warunkom statycznym.

Termin "dynamiczna temperatura zapłonu" może być odniesiony zarówno do pojedynczej kropli, jak i do mieszanki dwufazowej, co nie jest jednoznaczne.

W pracach [11, 12] autor przyjmował temperaturę zapłonu za stałą fizyczną.

"Dynamiczna temperatura zapłonu" może być w łatwy sposób obliczona z odpowiednich zależności w dalszym ciągu tego rozdziału. Jej wartości ograniczone (w sensie fizycznym) są od góry maksymalną temperaturą charakterystyczną dla danych warunków fizycznych (np. temperaturą jądra iskry, temperaturą płomienia), a od dołu temperaturą zapłonu charakterystyczną dla warunków statycznych zapłonu.

Poniżej zostanie rozważony mechanizm zapłonu pojedynczej kropli od iskry zapłonowej w oparciu o dwa modele transportu energii: hydrodynamiczny i przez przewodnictwo cieplne. W przypadku modelu hydrodynamicznego wykorzystano publikacje dotyczące wybuchu sferycznego [13 - 17], z których wynika, że:

- 1) parametry za pierwszą falą uderzeniową mogą być obliczone za pomocą związków Siedowa [13],
- 2) z dużym przybliżeniem można przyjąć temperaturę w całym obszarze objętym zaburzeniem za stałą.

### 1.3. Mechanizm hydrodynamiczny

W mechanizmie tym iskra zapłonowa zmodelowana jest punktowym źródłem silnego ( $P_1/P_2 \approx 0$ ) wybuchu sferycznego. W wyniku wydzielenia energii powstaje silna sferyczna fala uderzeniowa, której ruch opisany jest równaniami [13]:

$$r = \left( \frac{\beta g Q}{\rho_1} \right)^{\frac{1}{5}} t^{\frac{2}{5}}, \quad (1a)$$

$$T_2 = \frac{8}{25} \frac{k-1}{(k+1)^2} \left( \frac{\beta g Q}{\rho_1} \right)^{\frac{2}{5}} \frac{t^{\frac{6}{5}}}{R}, \quad (1b)$$

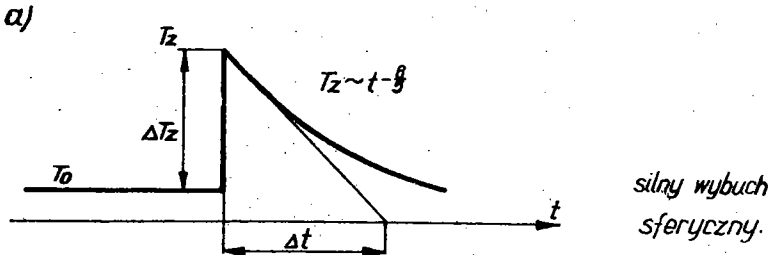
$$V_2 = \frac{4}{5(k+1)} \left( \frac{\beta g Q}{\rho_1} \right)^{\frac{1}{5}} t^{\frac{3}{5}}. \quad (1c)$$

Zgodnie z uwagą (2) przyjmuje się w dalszym ciągu, że temperatura za falą jest stała wzdłuż promienia. A zatem przebieg temperatury w czasie w całym obszarze kulistym za falą opisany jest równaniem (1b). "Czas przebywania" kropli w tym obszarze może być w przybliżeniu określony związkiem (rys. 1)

$$\Delta t = - T_z \left( \frac{dt}{dT} \right)_{T=T_z}, \quad (2a)$$

a po wykorzystaniu równania (1b) - związkiem

$$\Delta t = \frac{4}{15} \frac{k-1}{k+1} \frac{1}{R} \left( \frac{\beta g Q}{\rho_1} \right)^{\frac{1}{3}} T_z^{\frac{5}{6}}. \quad (2b)$$



Rys. 1

Średnia czasowa temperatura panująca w okresie czasu  $\Delta t$  na danym promieniu  $r = \text{const}$  równa jest

$$\bar{T} = \frac{1}{\Delta t_0} \int_0^{\Delta t} T(t) dt = \frac{1}{2} T_z \quad (3)$$

Przyjęto, że czas opóźnienia zapłonu kropli określony jest związkiem [18]

$$\tau_z = C \exp(\varepsilon/RT), \quad (4)$$

w którym stała  $C = C(d, P)$  zależy nieznacznie od średnicy kropli i w przybliżeniu odwrotnie proporcjonalnie do ciśnienia [10].

Warunek zapłonu kropli za falą uderzeniową, zgodnie z przyjętym kryterium zapłonu, wyraża związek

$$\tau_z \leq \Delta t. \quad (5)$$

Zakłada się ponadto, że kropla nie zdąży zmienić swojego położenia w przestrzeni po przejściu fali w czasie  $\Delta t$ .

Przyjmując w równaniu (4)  $T = \bar{T}$  określone przez (3), otrzymuje się warunek (5) w postaci następującego związku

$$T_z^{\frac{5}{6}} \exp\left(\frac{2\varepsilon}{T_z}\right) \leq \frac{1}{C} \frac{5}{6} \left(\frac{8}{25} \frac{k-1}{k+1} \frac{1}{R}\right)^{\frac{5}{6}} \left(\frac{\beta g Q}{\rho_1}\right)^{\frac{1}{3}} \quad (6)$$

skąd metodą kolejnych przybliżeń określić można "dynamiczną temperaturę zapłonu", traktując  $Q/\rho_1$  jako parametr.

Promień obszaru objętego temperaturą  $T_z$  może być obliczony z równania

$$r_{T_z} = 0,356 \sqrt[3]{\frac{Q}{\rho_1 R T_z}}, \quad (7)$$

wynikające z (1), w którym przyjęto  $k = 1,4$  i  $\beta = 2$  [14-17].

Wobec tego, że kropla może być rozbita przez falę uderzeniową, możliwe są dwa przypadki mechanizmu zapłonu:

1. Kropla zachowuje swój kształt po przejściu przez nią fali uderzeniowej. Jej zapłon następuje w wyniku ogrzania się od środka za falą.

2. Kropla rozpada się wskutek przejścia przez nią fali uderzeniowej. Powstały w wyniku tego drobny pył zapala się wskutek tej samej przyczyny jak wyżej.

W pierwszym przypadku obowiązuje związek (6); w drugim - zmodyfikowane równanie (6) (uzyskane po wykorzystaniu kryterium rozbitcia kropli przez falę uderzeniową).

#### 1.4. Mechanizm oparty na przewodnictwie cieplnym ("cieplny")

W mechanizmie tym iskra zapłonowa zastąpiona jest punktowym źródłem ciepła o wydajności - ogólnie biorąc - będącej funkcją czasu. Ciepło rozchodzi się w ośrodku wyłącznie na drodze przewodnictwa. Dla przeprowadzenia porównania mechanizmów cieplnego i hydrodynamicznego rozważono zapłon kropli od chwilowego źródła ciepła, w którym skończona energia  $Q$  wydzielona jest w nieskończenie krótkim czasie. Teoria zapłonu kropli od źródeł ciepła podana zostanie w p. 2. W tym przypadku otrzymuje się równanie analogiczne do (6)

$$\Delta T_z^{\frac{2}{3}} \exp\left(\frac{\varepsilon}{T_0 + 0,5 \Delta T_z}\right) \leq \frac{1}{4 \pi e a c} \left(\frac{Q}{\varphi C_p}\right)^{\frac{2}{3}}, \quad (8)$$

w którym przyjęto

$$\bar{T} = T_0 + 0,5 \Delta T_z \quad \text{oraz} \quad \Delta T_z = T_z - T_0.$$

Promień obszaru, na którego powierzchni temperatura osiąga maksimum i jest równa "dynamicznej temperaturze zapłonu"  $T_z$  może być wyznaczony z rozwiązania równania przewodnictwa dla źródła punkowego i ma postać

$$r_{\max} = 0,415 \sqrt[3]{\frac{Q}{\varphi C_p \Delta T_z}}. \quad (9)$$

Z przeprowadzonej analizy wynikają następujące wnioski:

1) oba rozpatrywane mechanizmy zapłonu kropli (hydrodynamiczny i cieplny) są możliwe przy niewielkich energiach źródła  $Q$ ,

2) wartości "dynamicznej temperatury zapłonu" kropli są większe w przypadku mechanizmu hydrodynamicznego przy  $Q = \text{idem}$ ;

np. przy  $Q = \text{idem} = 1 \text{ J}$  i  $d = 100 \mu\text{m}$ ,  $T_z \approx 3500^\circ\text{C}$  w mechanizmie hydrodynamicznym,  $T_z \approx 1000^\circ\text{C}$  w mechanizmie cieplnym,

3) promienie obszarów, w których zapłon kropli jest możliwy przy  $Q = \text{idem}$  są tego samego rzędu wielkości; np. dla  $Q = 1 \text{ J}$ ,  $r_{Tz} = 3,34 \text{ mm}$  w mechanizmie hydrodynamicznym i  $r_{\text{max}} = 4,35 \text{ mm}$  w mechanizmie cieplnym,

4) reasumując, oba mechanizmy są teoretycznie możliwe.

### 1.5. Weryfikacja eksperymentalna. Mechanizm zapłonu

W celu ustalenia mechanizmu zapłonu przeprowadzono następujące eksperymenty:

1) zwiualizowano proces rozprzestrzeniania się zaburzenia wywołanego wyładowaniem iskrowym w powietrzu w drodze filmowania metodą schlierenowską,

2) zbadano oddziaływanie wyładowania iskrowego na pojedynczą kroplę,

3) określono czas świecenia iskry zapłonowej przy różnych parametrach i wartości energii iskry.

Eksperymenty opisano szerzej w pracy [12].

Z porównania eksperymentów z analizą teoretyczną wynikają następujące wnioski dotyczące mechanizmu zapłonu:

1. Pierwsze stadium zaburzenia wywołanego rozładowaniem iskrowym w początkowym okresie ma charakter wybuchu, co wynika ze zdjęć schlierenowskich i z obecności promieniowania świetlnego. W pierwszym okresie tego stadium następuje wydzielenie energii w kanale iskry między elektrodami. Okres ten trwa do ok.  $10 \mu\text{s}$ . W drugim okresie następuje rozprzestrzenianie się fali uderzeniowej, powstałej w wyniku ogrzania się gazu w obszarze głównego kanału iskry. Fala uderzeniowa, w miarę rozprzestrzeniania się słabnie.

2. Drugie stadium rozprzestrzeniania się zaburzenia ma charakter w zasadzie termiczny. Fala uderzeniowa "rozmyła się", stała się falą ciśnienia o skończonej amplitudzie, a następnie falą akustyczną. Wynika to z faktu, że krople nie są rozbijane w wyniku wyładowania iskrowego, co przewiduje teoria oparta na mechanizmie hydrodynamicznym. Główna część energii rozprzestrzeniania się zatem na drodze przewodnictwa cieplnego.

3. Zapłon kropli, jeśli znalazła się ona poza zasięgiem fali uderzeniowej obejmującej b. mały obszar i występującej w pierwszym stadium, następuje zgodnie z mechanizmem opartym na przewodnictwie.

## 2. Teoria zapłonu

### 2.1. Wprowadzenie i założenia podstawowe

Przedmiotem tego podrozdziału jest teoria zapłonu kropeł paliwa, rozpylonych w powietrzu. Jej zadaniem jest interpretacja i uogólnienie uzyskanych eksperymentalnie wyników oraz umożliwienie obliczeń energii zapłonu do celów technicznych.

Istotą tej teorii jest - z jednej strony - dynamiczne ujęcie procesu zapłonu, uwzględniające jego rozwój w czasie oraz, z drugiej, potraktowanie zapłonu jako zjawiska o charakterze probabilistycznym, posiadającym pewne prawdopodobieństwo zaistnienia w danych warunkach i określone parametrami fizycznymi mieszanki palnej i iskry zapłonowej. Przypadkowość zapłonu wynika bowiem z następujących przyczyn:

a) ośrodek palny nie jest jednorodny (paliwo występuje w postaci kropeł),

b) wydzielenie energii w iskrze zapłonowej ma charakter impulsowy i przy dostatecznie małej koncentracji kropeł mogą one znaleźć się poza obszarem, w którym zapłon jest w ogóle możliwy.

Przedstawiona tu teoria zapłonu iskrowego kropeł paliwa, rozpylonych w strumieniu powietrza jest pierwszą - jak się wydaje autorowi - próbą ujęcia tego problemu z uwzględnieniem dynamicznego i probabilistycznego charakteru procesu zapłonu oraz ogólnie biorąc, pierwszym przyczynieniem do teorii zapłonu takich mieszanek. Istniejące teorie zapłonu [8, 9, 19] bowiem odniesione są do pojedynczej kropli paliwa i warunków statycznych (kropla paliwa w gorącej atmosferze o stałej lub quasi-stałej temperaturze).

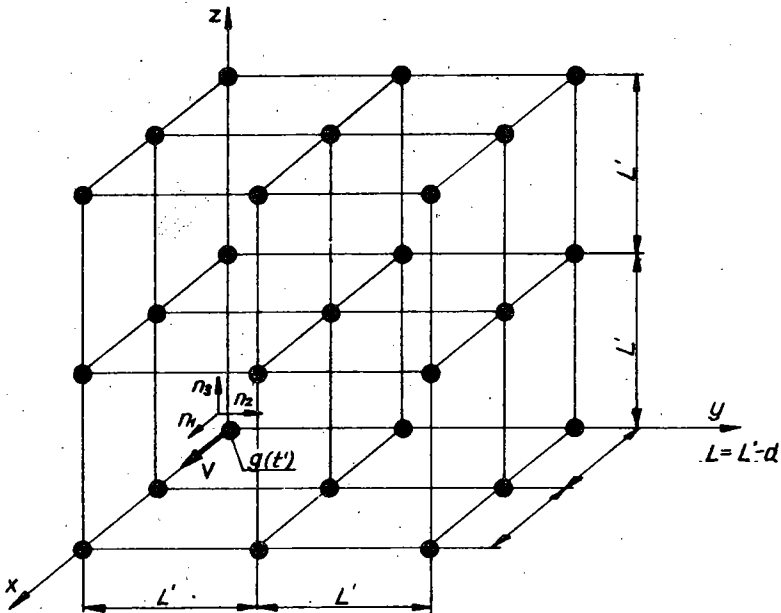
W porównaniu z wcześniejszą koncepcją teorii autora [11], niniejsza stanowi jej dalsze pogłębienie, z uwagi na uwzględnienie czasu opóźnienia zapłonu kropli, podczas gdy w wymie-



nionej pracy zakładano, że kropla naśladuje temperaturę otoczenia bez opóźnienia.

Przyjęto następujące ogólne założenia podstawowe:

1. Model mieszanki dwufazowej (o małym stopniu odparowania), w której średnice kropeł tworzą pewne widmo rozpylenia, a odległość kropeł jest przypadkowa, stanowi prostopadłościenna siatka kropeł jednakowo oddalonych od siebie, o stałej średnicy równej średniej objętościowej (masowej). Model mieszanki przedstawiono na rys. 2.



Rys. 2

2. Stopień odparowania kropeł jest na tyle mały, że jego wpływ na zapłon jest pomijalny.

3. Obecność kropeł w ośrodku gazowym nie wpływa na rozkład temperatury w tym ośrodku. Krople traktowane są jako punkty, tj. ich skończone wymiary nie powodują różnic temperatury na ich powierzchni.

4. Własności fizyczne ośrodku gazowego i ciekłego są stałe i nie zależą od zmiennej w czasie temperatury.

5. Obowiązuje termiczne kryterium zapłonu kropli.

6. Mechanizm zapłonu jest oparty na przewodnictwie. Mechanizm ten został przyjęty jako kontrolujący zjawisko zapłonu kropeł, w odniesieniu do warunków zapłonu, określonych następującymi założeniami, pkt. 7 i 8.

7. Teoria ograniczona jest do mieszanki o składzie znajdującym się poniżej bogatej granicy rozprzestrzeniania się płomienia.

8. Przypadki, w których energia iskry zapłonowej jest większa od energii zapłonu nie są przedmiotem rozważań.

9. Krople są nieruchome względem ośrodka gazowego (powietrze).

Proces zapłonu podzielony został na dwa etapy:

- 1) zapłon kropli od iskry zapłonowej,
- 2) rozprzestrzenianie się płomienia od palącej się kropli, zapalanej od iskry, do kropeł z nią sąsiadujących.

Zgodnie z powyższym, prawdopodobieństwo zapłonu mieszanki może być zdefiniowane jako prawdopodobieństwo zjawisk warunkowych: zapłonu pojedynczej kropli i zapłonu od niej kropli z nią sąsiadującej, Prawdopodobieństwo zapłonu wyrażone jest więc następującą zależnością

$$p(a) = p(b) \cdot p(a/b), \quad (10)$$

gdzie:  $p(b)$  jest prawdopodobieństwem zapłonu pojedynczej kropli,  $p(a/b)$  - prawdopodobieństwem warunkowym zapłonu od niej kropli z nią sąsiadującej.

W dalszym ciągu za prawdopodobieństwo zapłonu-kropli od iskry zapłonowej przyjmuje się stosunek średnicy obszaru, w którym kropla może zapalić się -  $\Delta X$ - tj. obszaru objętego "dynamiczną temperaturą zapłonu"  $T_z$ , do średniej statystycznej odległości kropeł

$$p(b) = \frac{\Delta X}{\sqrt{3} L} \quad \text{lub} \quad \frac{\Delta X}{L}, \quad (11a)$$

gdzie pierwszy wzór obowiązuje w przypadku mieszanki nieruchomej względem źródła energii, a drugi, w przypadku gdy źródło jest ruchome i porusza się wzdłuż osi  $x$  (wzdłuż której odległość sąsiednich kropeł wynosi  $L$ ).

Podobnie prawdopodobieństwo zapłonu kropli od sąsiadującej z nią palącej się kropli określone jest związkami

$$p(a/b) = \frac{\Delta X}{L}. \quad (11b)$$

Sposób obliczenia  $\Delta X$  jest przedmiotem dalszych rozważań. W przypadku  $\Delta X > 3L$  lub odpowiednio  $\Delta X > L$  powyższe zależności przestają obowiązywać, a  $p(a) = 1$ .

Zgodnie z proponowaną ideą zapłonu, zapłonowi powtarzającemu się za każdorazowym zaiskrzeniem świecy odpowiada prawdopodobieństwo  $p(a) = 1$ , możliwość zapłonu wyraża  $p(a) \leq 1$ , zaś przypadkowi, kiedy zapłon mieszanki nie może nastąpić w ogóle:  $p(a) \ll 1$  lub  $p(a) = 0$  (brak paliwa). Przypadek  $p(a/b) < 1$  oznacza, że skład mieszanki jest poza granicami rozprzestrzeniania się płomienia.

Zgodnie z powyższymi definicjami, minimalna energia iskry potrzebna do zapłonu mieszanki (o składzie w granicach zapłonu) odpowiada przypadkowi

$$p(a) \rightarrow 1 \quad (\Delta X = L \quad \text{lub} \quad \Delta X = L\sqrt{3}). \quad (12)$$

Energię tę nazwano energią zapłonu. Może być ona obliczana z warunku (12). Wyrażenia w nawiasach (12) - ze względu na geometryczny charakter będą zwane "geometrycznym warunkiem zapłonu".

## 2.2. Zapłon pojedynczej kropli od iskry

Zgodnie z kryterium zapłonu, sformułowanym w p. 3.1, zapłon kropli od iskry nastąpi wtedy, gdy temperatura jej otoczenia osiągnie wartość "dynamicznej temperatury zapłonu"  $T_z$ . Wartość tej temperatury zależy z jednej strony od funkcji wydzielenia ciepła w źródle  $Q(t)$  i z drugiej - od odległości kropli od źródła. Ta ostatnia w przypadku kropeł tworzących mieszankę, zgodnie z ogólnymi założeniami (8) i związkiem (11), może być wyrażona przez odległość kropeł w siatce prostokątnej, która to odległość określona jest parametrami mieszanki.

Problem zapłonu kropli od iskry może być rozwiązany w dwu następujących etapach, a mianowicie:

- 1) obliczenie wartości "dynamicznej temperatury zapłonu" kropli  $T_z$  w zależności od przebiegu wydzielenia ciepła w źródle i parametrów mieszanki,
- 2) określenie promienia obszaru objętego temperaturą  $T_z$  i stąd obliczenie prawdopodobieństwa zapłonu pojedynczej kropli przy zadanej energii źródła  $Q$ , albo obliczenie energii źródła potrzebnej do zapłonu kropli, tj. energii zapłonu kropli.

Rozwiązanie pierwszego zagadnienia może być uzyskane tylko w oparciu o założenie dotyczące bliższego określenia chwili czasowej  $t_z$ , w której w punkcie o współrzędnej  $r = \text{const}$ , został spełniony warunek kryterialny

$$\tau_z(\bar{T}) = t_z, \quad (13)$$

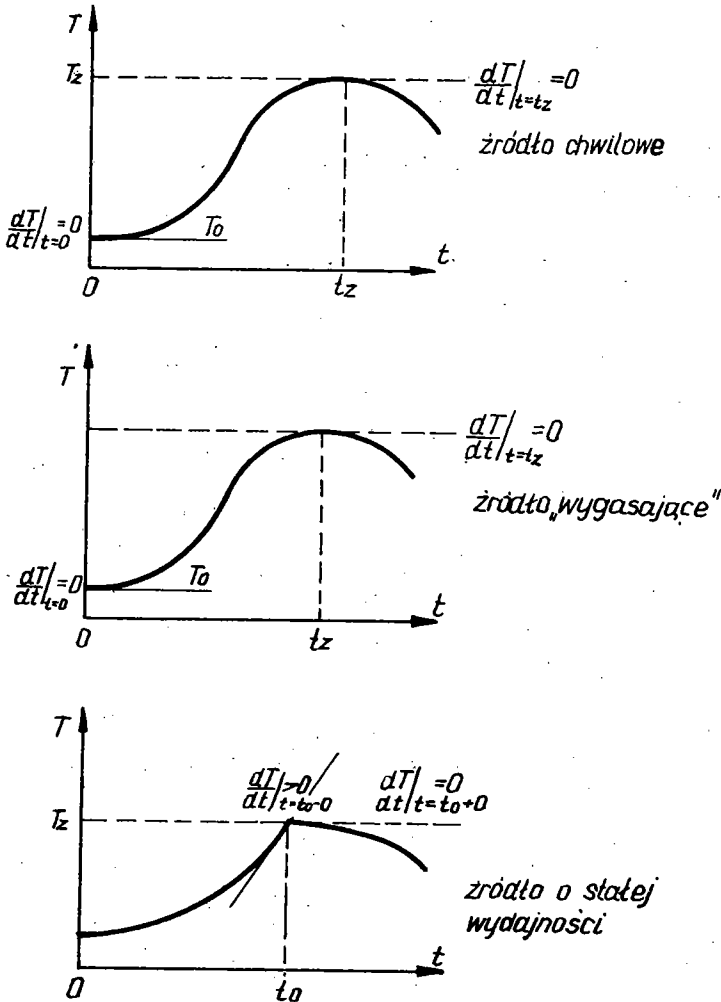
gdzie  $T$  jest bliżej nieokreśloną średnią temperaturą w punkcie  $r = \text{const}$ , zawartą w przedziale od  $T_0$  do  $T_z$ .

W dalszym ciągu przyjęto dla umożliwienia uzyskania rozwiązania w postaci jawnej, że

$$T = T_0 + \frac{1}{2} \Delta T_z = \frac{1}{2} (T_0 + T_z). \quad (14)$$

Zapłon kropli w maksymalnej granicznej odległości od źródła następuje w chwili, gdy temperatura jej otoczenia osiąga maksymalną wartość i równą  $T_z$ . Oznacza to, że jeśli kropla nie zdążyła się zapalić w okresie, gdy temperatura jej otoczenia wzrastała ( $dT/dt > 0$ ), to w okresie gdy będzie ona malała ( $dT/dt < 0$ ) kropla już nie zapali się. Założenie to - zdaniem autora - wobec szybkich zmian temperatury towarzyszących impulsowemu wydzieleniu ciepła w iskrze jest usprawiedliwione. Czas od chwili  $t = 0$  do chwili  $t = t_z$ , w której  $dT/dt = 0$ , może być - przy przyjęciu tego założenia - obliczony w sposób analityczny. Rozkład temperatury w czasie w punktach o  $r = \text{const}$  dla różnych źródeł ciepła podano na rys. 3. A zatem problem zapłonu pojedynczej kropli od źródła sprowadza się do znalezienia maksymalnej odległości punktu od źródła ciepła

$Q(t)$ , w którym temperatura osiąga wartość maksymalną =  $T_z$  taką, że spełniony jest warunek (13).



Rys. 3

Poniżej problem ten zostanie sformułowany matematycznie w ogólnym przypadku źródła poruszającego się względem ośrodka gazowego (z rozpylonymi kroplami).

Rozkład temperatury dla źródła wydajności  $q(t')$  poruszającego się w kierunku równoległym do osi  $x$  z prędkością  $V$  (równą prędkości ośrodka względem źródła), w układzie współ-

rzędnych prostokątnych przyjętym w ten sposób, że w chwili początkowej źródło znajdowało się w środku układu, przedstawiony jest związkiem [20]:

$$T(x, y, z, t) = \frac{1}{8 \varphi C_p (\pi a)^{\frac{3}{2}}} \cdot q(t') \exp \left\{ \frac{[x - V(t - t')]^2 + y^2 + z^2}{4a(t - t')} \right\} \frac{dt'}{(t - t')^{\frac{3}{2}}}, \quad (15)$$

gdzie  $t'$  jest parametrem.

Łatwo wykazać, że warunek maksymalizacji  $r$  jako funkcji  $t$ :

$$\left( \frac{dr}{dt} \right)_{T=T_z} = 0, \quad \left( \frac{d^2r}{dt^2} \right)_{T=T_z} < 0, \quad (16)$$

gdzie  $r^2 = x^2 + y^2 + z^2$ , jest spełniony, jeśli zachodzi inny warunek, a mianowicie

$$\frac{\partial T}{\partial t} = 0, \quad \frac{\partial^2 T}{\partial t^2} < 0, \quad (16b)$$

wyrażający fakt, że na promieniu  $r = r_{\max}$  temperatura osiąga maksymalną (i stałą  $= T_z$ ) wartość. Drugi warunek (16b) -  $\partial^2 T / \partial t^2 < 0$  jest oczywiście zawsze spełniony, wobec tego, że ekstremum w rozpatrywanych tu przypadkach może być tylko maksimum.

Warunek (16b) odniesiony do funkcji (15) ma postać

$$\frac{\partial T}{\partial t} = C \int_0^t q(t') \left\{ \frac{[x - V(t - t')]^2 + y^2 + z^2}{4a(t - t')^2} - \frac{3}{2(t - t')} \right\} \cdot \exp \left\{ \frac{[x - V(t - t')]^2 + y^2 + z^2}{4a(t - t')^2} \right\} \frac{dt'}{(t - t')^{\frac{3}{2}}} = 0, \quad (17)$$

gdzie  $C = \frac{1}{8 \varphi C_p (\pi a)^{\frac{3}{2}}} = \text{const.}$

W ogólnym, rozpatrywanym tutaj przypadku, określenie maksymalnych wartości promienia wodzącego punktów, w których

$\partial T / \partial t = 0$  sprowadza się do znalezienia zależności funkcyjnej między  $r$  i  $t$  w postaci

$$F(r, t) = 0, \quad (18)$$

którą wyprowadza się ze związku (17), przy czym warunek (16b) nadal obowiązuje. Jak widać z równania (17), znalezienie funkcji (18) dla kierunku ruchu źródła wzdłuż osi  $x$  w postaci jawnej nie jest w ogólnym przypadku możliwe. Udaje się to tylko w kilku szczególnych przypadkach, które zostaną rozwiązane poniżej.

### 2.2.1. Źródło chwilowe (o wydajności będącej funkcją $\delta$ )

Rozkład temperatury w otoczeniu źródła

$$T(r, t) = T_0 + \frac{Q}{8 \varphi C_p (\pi a t)^{\frac{3}{2}}} \exp \left[ -\frac{r^2}{4 a t} \right]. \quad (19)$$

"Dynamiczna temperatura zapłonu" określona jest zależnością

$$T_z = \frac{2 \varepsilon / R}{2 \ln L - \ln (C/8a)} - T_0, \quad (20)$$

wyłączając przypadek

$$\frac{L^2}{8a C} \leq 1, \quad (21)$$

w którym warunek na "czas przebywania" (13) nie jest spełniony i zapłon nie jest możliwy. Za pomocą geometrycznego warunku zapłonu otrzymuje się wyrażenie na energię zapłonu

$$E = \left( \frac{L}{\sqrt{\frac{2}{\pi e}}} \right)^3 \varphi C_p \Delta T_z \approx 8,85 L^3 \varphi C_p \Delta T_z. \quad (22)$$

2.2.2. Źródło o wydajności będącej wykładniczo malejącą funkcją czasu:  $q = q_0 \cdot \exp(-kt')$ , gdzie ( $k > 0$ )

W tym przypadku rozwiązanie zagadnienia może być przeprowadzone tylko na drodze numerycznej.

Rozkład temperatury w otoczeniu źródła po uwzględnieniu (22) i podstawieniu nowej zmiennej

$$\tau = \frac{1}{(t - t')^{\frac{3}{2}}}$$

przedstawiony jest następującym związkiem

$$T(x, y, z, t) = T_0 + \frac{q_0 e^{\frac{Vx}{2a} - kt}}{4 \rho C_p (\pi a)^{\frac{3}{2}}} \int_0^{\infty} \exp \left[ -\frac{x^2 + y^2 + z^2}{4a} - \frac{V^2 - 4ak}{4a} \tau \right] d\tau. \quad (23)$$

W ogólnym przypadku całka po prawej stronie tego związku nie ma ścisłych rozwiązań w postaci zamkniętej. Rozwiązanie takie istnieje jedynie w przypadku uproszczonym, gdy

$$V^2 = 4ak. \quad (24)$$

Przypadek ten może występować w konkretnych zastosowaniach technicznych, gdzie czas "praktycznego działania źródła" jest rzędu  $10^{-3} \div 10^{-5}$  s, a prędkość przepływu  $V$  rzędu  $0 \div 10$  m/s.

Rozkład temperatury w tym przypadku zgodnie z (23) opisany jest zależnością

$$T = T_0 + \frac{q_0}{4\pi \lambda r} \exp \left( \frac{Vx}{2a} - kt \right) \operatorname{erfc} \left( \frac{r}{\sqrt{4at}} \right), \quad (25)$$

gdzie podstawiono  $r^2 = x^2 + y^2 + z^2$ .

Podobnie jak w przykładzie poprzednim maksimum  $r = f(t)$  poszukuje się z warunku (6b), skąd otrzymuje się

$$k \operatorname{erfc} \left( \frac{r}{\sqrt{4at}} \right) + \frac{\partial}{\partial t} \left[ \operatorname{erfc} \left( \frac{r}{\sqrt{4at}} \right) \right] = 0, \quad (26a)$$

a po zróżniczkowaniu i podstawieniu nowej zmiennej  $z = \frac{r}{\sqrt{4at}}$  otrzymuje się ostatecznie następujące równanie, odpowiadające związkowi (18)

$$k \sqrt{\pi} \operatorname{erfc}(z) \cdot \exp(z^2) = \frac{z}{t}. \quad (26b)$$

Związek ten przedstawia zależność promienia wodzącego punktu, w którym  $\partial T / \partial t = 0$ , i czasu. Zbadano liczbowo wartości



$r$  i  $t$  spełniające to równanie w zakresie  $z = 0 \div 100$ . W rezultacie uzyskano interesujący wniosek w postaci wykresu funkcji  $\frac{r}{t} = \varphi(z)$ , z którego wynika, że w zakresie (najczęściej interesującym w numerycznych obliczeniach technicznych)  $z = 3 \div 100$ ,  $\varphi = 2,9 \div 2,97$ , czyli

$$\frac{r}{t} = \varphi(z) \text{ const przy } z > 3. \quad (27)$$

Wniosek ten pozwala na bezpośrednie obliczenie  $t_z$ , jeśli znane jest  $r_{\max}$ . W tym przypadku, wobec ruchu źródła względem kropeł w kierunku osi  $x$  dodatkowo przyjęto, że źródło i krople leżą na jednej prostej, pokrywającej się z osią  $x$  (rys. 2). Problem ten jest wtedy jednowymiarowy, wobec czego  $r = x(y=z=0)$ . "Warunek geometryczny" zapłonu w tym przypadku ma następującą postać

$$\Delta X = x' + x'' = L, \quad (28)$$

gdzie  $x'$  jest odległością między źródłem a kroplą w kierunku "pod prąd" a  $x''$  - "z prądem". Wobec tego, że  $x'/x'' \gg 1$ , równanie (28) sprowadza się w pierwszym przybliżeniu do postaci

$$x' \approx L,$$

skąd wynika, że zapalają się krople leżące przed źródłem (ku którym źródło porusza się).

Temperatura  $T_z$  może być zatem przedstawiona za pomocą związku

$$T_z = \frac{2\varepsilon}{R(\ln L - \ln C - \ln \varphi)} - T_0, \quad (29)$$

w którym stałe mają wartości jak w (19) a  $\varphi = \varphi(z)$  - rys. 3 wyłączając przypadek

$$\frac{L}{C\varphi} \leq 1 \quad (30)$$

analogiczny do (20), przy którym zapłon nie jest możliwy.

2.2.3. Źródło nieruchome o stałej wydajności  $q$  i skończonym czasie działania  $t_0$

W tym przypadku rozkład temperatury w otoczeniu źródła opisany jest następującym związkiem wynikającym bezpośrednio z (15) przy założeniu  $q = Q/t_0 = \text{const}$  i  $V = 0$ :

$$T(r, t) = T_0 + \frac{Q}{4\pi\lambda t_0} \operatorname{erfc}\left(\frac{r}{\sqrt{4at}}\right) \quad \text{dla } 0 < t \leq t_0, \quad (31a)$$

$$T(r, t) = T_0 + \frac{Q}{4\pi\lambda t_0} \left[ \operatorname{erfc}\frac{r}{\sqrt{4at}} - \operatorname{erfc}\frac{r}{\sqrt{4a(t-t_0)}} \right] \quad (31b)$$

dla  $t > t_0$ .

Jak łatwo sprawdzić, największa temperatura w danym punkcie o współrzędnej  $r = \text{const}$  ma miejsce w chwili  $t = t_0$ , tj. chwili wygaśnięcia źródła.

Temperatura  $T_z$  może być wyznaczona z warunku (13), skąd wynika

$$T_z = \frac{2\varepsilon}{R(\ln t_0 - \ln C)} - T_0, \quad (32)$$

gdzie stałe mają wartości jak w (19), wyłączając przypadek

$$t_0 \leq C, \quad (33)$$

w którym nie jest spełniony warunek (13). Maksymalna odległość  $r_{\max}$  m.g. punktów, w których  $T = T_z$  może być obliczona z równania (31a), do którego podstawia się  $T = T_z$  i  $t = t_0$ . Obliczenie energii i prawdopodobieństwa zapłonu przeprowadza się podobnie jak w przypadkach poprzednich.

Energia zapłonu może być obliczona z następującego związku

$$E = 2\sqrt{3}\pi a \varphi C_p L t_0 \Delta T_z \operatorname{erfc}\left(\frac{L\sqrt{3}}{2\sqrt{4at}}\right), \quad (34)$$

gdzie  $\Delta T_z$  określone jest związkiem (32).

W rozpatrywanym przypadku źródła istnieje problem optymalnego - ze względu na energię potrzebną do zapłonu - czasu działania źródła. Problem ten polega na znalezieniu takiej

wartości  $t_0$ , dla której  $r = r_{\max}$ . I w tym przypadku wychodzi się z warunku (6b), skąd otrzymuje się równanie

$$\sqrt{\pi} e^{z^2} \operatorname{erfc}(z) = z,$$

gdzie przyjęto oznaczenie  $z = r/\sqrt{4 at_0}$ . Rozwiązaniem tego równania jest

$$\left(\frac{r}{\sqrt{4 at_0}}\right)_{\text{opt}} = z_0 \approx 0,85.$$

Energia zapłonu w tym przypadku może być obliczona z następującego wzoru

$$E = Q_{\min} = 11,8 L^3 \rho C_p \Delta T_z. \quad (35)$$

Podobieństwo rozwiązań przypadków źródła chwilowego oraz źródła o stałej wydajności cieplnej i optymalnym czasie działania nasuwa propozycję porównania obu tych przypadków.

Jak łatwo zauważyć, w przypadku tej samej mieszanki ( $L = \text{idem}$ ) wartości  $T_z$  dla źródła chwilowego, określone równaniem (19) są niższe na tyle od wartości dla źródła  $q = \text{const}$ , określonych równaniem (32), że energia zapłonu w przypadku źródła chwilowego jest niższa, niż w przypadku źródła  $q = \text{const}$ .

### 2.3. Zapłon kropli sąsiadującej z palącą się kroplą. (Problem ubogiej granicy rozprzestrzeniania się płomienia)

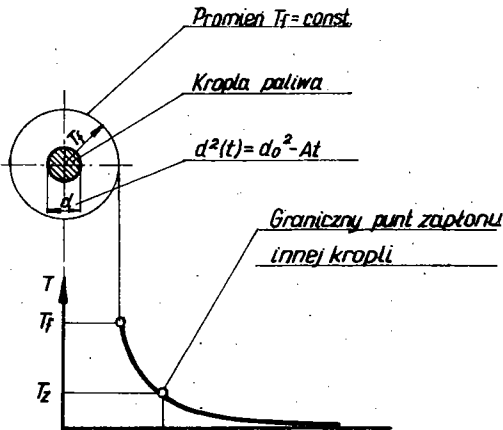
Jako warunek zapłonu przyjęto warunek (13), w którym przez  $t_z$  rozumie się czas przebywania kropli w obszarze o podwyższonej temperaturze, licząc od chwili zapłonu kropli z nią sąsiadującej  $t = 0$ , do chwili, kiedy temperatura otoczenia kropli uzyskała maksymalną wartość, którą - analogicznie jak w przypadku zapłonu od iskry - nazwano "dynamiczną temperaturą zapłonu"  $T_z$ .

Rzeczywisty kształt płomienia wokół palącej się kropli, odpowiadający spalaniu dyfuzyjnemu, zniekształcony obecnością konwencji w polu grawitacyjnym, zastąpiony został w przyjętym modelu powierzchnią kulistą, co odpowiada ściśle spalaniu dyfuzyjnemu kropli w utleniającej atmosferze o promieniu  $r$ , na

której temperatura jest stała w czasie spalania kropli i równa temperaturze płomienia  $T_f$  (przy  $\alpha = 1$ ). Model spalania kropli pokazano na rys. 4.

Średnica kropli zmienia się z czasem wg półempirycznej zależności [21]:

$$d^2(t) = d_0^2 - At.$$



Rys. 4

Celem uzyskania rozwiązania w postaci zamkniętej wprowadzono dodatkowe założenia:

- 1) zmienna w czasie średnica kropli (wg 36) zastąpiona zostanie średnicą czasową ("stan zamrożenia"),
- 2) promień powierzchni płomienia jest proporcjonalny do promienia kropli [21]:

$$r_f = Bd.$$

Łatwo wykazać, że temperatura osiągnie największą wartość na powierzchni  $r = \text{const}$  po upływie czasu  $\tau_0$ , tj. w chwili wypalenia się kropli. A zatem czas przebywania  $t_z = \tau_0$ , czyli warunkiem zapalenia się sąsiedniej kropli jest równość

$$\tau_0 = \tau_z = C \exp(\varepsilon/RT). \quad (36)$$

Przyjmując, jak w przypadku zapłonu kropli od źródła ciepła, że

$$\bar{T} = \frac{1}{2} (T_0 + T_z),$$

określić można "dynamiczną temperaturę zapłonu"  $T_z$  w sposób następujący

$$T_z = \frac{2\varepsilon}{R[\ln d_0 - \ln(A C)]} - T_0 \quad (37)$$

wyłączając przypadek  $d_0^2/AC \leq 1$  nie mający sensu fizycznego, bowiem ogranicza on średnicę kropli w dół poniżej rzędu  $10^{-4} \mu\text{m}$ , tj. poniżej rozmiaru kropeł mgły, i w zastosowaniach nie występuje.

Odległość  $r_{\text{max}}$  określić można z równania

$$r = \frac{2Bd_0T_f}{3(T_z - T_0)} \operatorname{erfc} \left( \frac{r - r_f}{\sqrt{4 a \tau_0}} \right) \quad (38)$$

metodą kolejnych przybliżeń. Geometryczny warunek rozprzestrzeniania się płomienia ma postać

$$2 r_{\text{max}} = L = d \left[ \sqrt{\frac{\pi}{6} L_t \frac{\rho_{\text{pal}}}{\rho}} - 1 \right], \quad (39)$$

gdzie  $L_t \approx 14,7$  jest stechiometrycznym stosunkiem powietrza do paliwa.

Z równania (39) można natychmiast obliczyć wartość  $\alpha$  na ubogiej granicy rozprzestrzeniania się płomienia. W przypadku kropeł nafty wartości stałych mogą być przyjęte następująco:  $A = 95 \cdot 10^{-8} \text{ m}^2/\text{s}$  [22],  $B = 9$  [22],  $C = 0,935 \cdot 10^{-11} \text{ s}$  [23] oraz  $T_f = 1850^\circ\text{C}$ .

#### 2.4. Wnioski

Z przedstawionej teorii wynikają następujące wnioski.

1. Istnieje "dynamiczna temperatura zapłonu" kropli, wyższa od temperatury jej zapłonu w warunkach statycznych, zależna od parametrów mieszanki i od sposobu wydzielania ciepła w źródle (iskrze lub palącej się kropli).

2. Zapłon iskrowy mieszanki dwufazowej ma charakter probabilistyczny. Wartość prawdopodobieństwa zapłonu należy od parametrów mieszanki i iskry zapłonowej.

3. Istnieją niejednoznaczne pojęcia: "granic zapłonu" (od iskry) oraz "granic rozprzestrzeniania się płomienia". Pierwsze z nich dotyczy zapłonu lokalnego mieszanki heterogenicznej od iskry, a drugie - możliwości rozprzestrzeniania się płomienia w mieszance, w której zapalona została co najmniej jedna kropla. O tym, czy mieszanka jest w granicach zapłonu, decydu-

je warunek na prawdopodobieństwo zapłonu kropli od iskry:  $p(b) = 1$  - wzór (21a), a o tym, czy jej skład leży w granicach rozprzestrzeniania się płomienia, decyduje warunek na prawdopodobieństwo zapłonu kropli od sąsiadującej z nią palącej się innej kropli -  $p(a/b) = 1$  - wzór (21b). O zapłonie, w wyniku którego zapala się cały strumień (lub objętość) mieszanki, decyduje warunek  $p(a) = 1$ .

4. Granice zapłonu (od iskry) zostały określone następująco:

- uboga jest określona przy zadanym  $Q(t)$  za pomocą wyprowadzonych równań lub wzorów,
- bogata została jedynie w ideowym (i ekstremalnym) sensie określona warunkami (21) i (30).

5. Określono ubogą granicę rozprzestrzeniania się płomienia (warunek (3.29)). Określenie granicy bogatej nie jest możliwe za pomocą tej teorii.

6. Energia zapłonu określonej mieszanki w danych warunkach i przy zadanej funkcji wydzielania energii w iskrze może być obliczona przy wykorzystaniu geometrycznego warunku zapłonu.

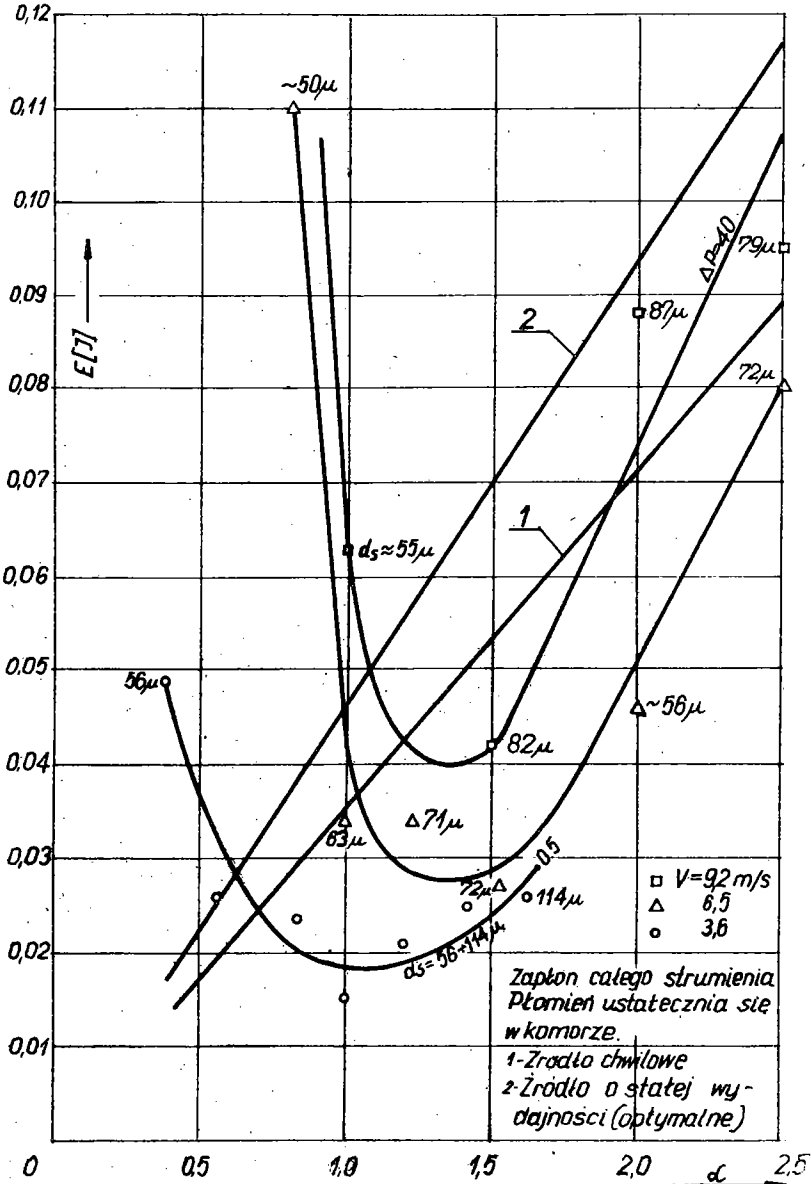
7. Energia zapłonu mieszanki nie jest jednoznacznie określona tylko przez parametry tej mieszanki, ale również przez przebieg wydzielania energii w iskrze zapłonowej w funkcji czasu. Jednak w przypadku b, 'szybkich wyładowań, jak np. przy rozładowaniu kondensatorów czas wydzielania energii jest b. mały ( $10^{-5}$  s) (a przebieg wydzielania podobny) i dlatego energia może być charakterystycznym dla zapłonu parametrem.

### 3. Porównanie wyników teorii i eksperymentu

1. Zmierzone i obliczone (przy założeniu  $\alpha \equiv \bar{\alpha}$ ) wartości energii zapłonu  $E(\alpha)$  podano na wykresie, rys. 5, z którego wynika, że dobrym przybliżeniem kondensatorowego wyładowania iskrowego jest źródło chwilowe oraz źródło o stałej wydajności i optymalnym czasie działania. Wartości energii zapłonu zmierzone i obliczone są tego samego rzędu w zakresie średniego składu w przybliżeniu uboższego niż stechiometryczny ( $\bar{\alpha} \geq 1$ ). Wartości energii obliczone w przypadku źródła ruchomego wzglę-

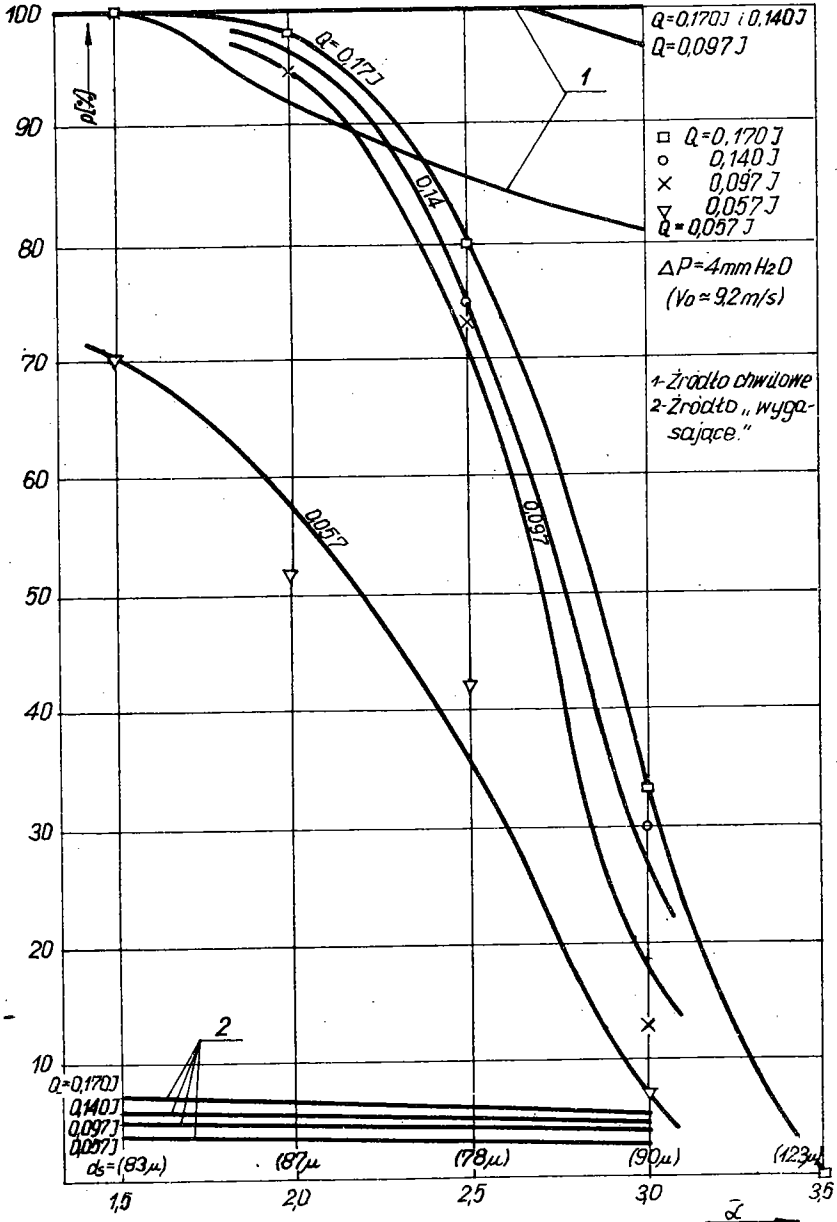
dem mieszanki (źródła "wygasającego") są o rząd wielkości wyższe niż eksperymentalne.

2. Zmierzone i obliczone (przy założeniu  $\alpha \equiv \bar{\alpha}$ ) wartości prawdopodobieństwa zapłonu  $p(\alpha)$  podano na wykresie, rys. 6,



Rys. 5

z którego wynika, że wartości prawdopodobieństwa zmierzone eksperymentalnie leżą pomiędzy wartościami określonymi w przypadku źródła chwilowego i źródła "wygasającego" poruszającego się z prędkością  $V \approx 3$  m/s.



Rys. 6



3. Wpływ nadmiaru powietrza na energię zapłonu jest zgodny teoretycznie i eksperymentalnie w następujących zakresach:

$$\alpha > 1 \quad \text{jeśli przyjąć w teorii } \alpha \equiv \bar{\alpha},$$

$$\alpha \geq 0,4 \quad \text{jeśli przyjąć w teorii } \alpha \equiv \alpha_0.$$

W zakresie  $\alpha \leq 1$  krzywe teoretyczne i eksperymentalne mają inne pochylenie - wartości teoretyczne  $E(\alpha)$  maleją w dalszym ciągu ze spadkiem nadmiaru powietrza; fakt ten został omówiony we wnioskach w poprzednim rozdziale.

4. Wpływ nadmiaru powietrza i wpływ energii iskry zapłonowej na prawdopodobieństwo zapłonu są odpowiednio zgodne teoretycznie i eksperymentalnie.

5. Wpływ średniej średnicy kropeł na energię i prawdopodobieństwo zapłonu są zgodne teoretycznie i eksperymentalnie.

6. Teoria potwierdza probabilistyczny charakter zapłonu, a mianowicie:

a) przypadek objęcia przez płomień tylko niewielkiego obszaru mieszanki w otoczeniu iskry i następnie wygaśnięcia płomienia - obserwowany w eksperymentach - odpowiada w teorii przypadkowi  $p(a/b) < 1$  i  $p(b) \leq 1$ ,

b) przypadek objęcia przez płomień całego strumienia mieszanki odpowiada przypadkowi  $p(a/b) = 1$  i  $p(b) = 1$  (czyli  $p(a) = 1$ ).

(Powyższe uwagi dotyczą średnich statystycznych obserwacji, a nie w poszczególnym doświadczeniu).

Z powyższej analizy wynikają następujące wnioski:

1. Dobrym przybliżeniem do obliczenia energii zapłonu mieszanki przy bardzo szybkich wyładowaniach iskrowych jest model z chwilowym źródłem ciepła.

2. Wprowadzenie do teorii elementu prawdopodobieństwa zapłonu jest uzasadnione i tłumaczy obserwacje eksperymentalne.

3. Teoria umożliwia ocenę wpływu parametrów mieszanki i charakterystyki iskry na energię i prawdopodobieństwo zapłonu.

Bibliografia

1. Kowalewicz A.: Zapłon iskrowy mieszanek palnych. Prace Instytutu Lotnictwa nr 27, 1966.
2. Jost W.: Explosion and combustion processes in gases. McGraw Hill Book Co., 1964.
3. Emmanuel H.M.: Stimulirovanje cepnych razwlietwlonych reakcji wozdiejstwem pronikajemych izłuczeni w naczalnoj pierod razwitia processa. Dokł, A.N.SSSR 111, 1956, str. 1286.
4. Sławinskaja H.A., Kamienieckaja S.A., Pszenickij S.J., Wasiliew L.A.: Wlijanje ionizirujuszczewo izłuczenia na kinetiku okislenja i wosplamienienja butana. Ż.F.Ch. t. XXXIV, wypr. 6, 1960.
5. Chudienko B.F.: Usławie wosplamienicnja pri nietieplowoj aktiwacji gorenja smiesi. I.W.U.Z., Awiac. Techn. 2, 1965.
6. Siemienow N.N.: O niekotorych processach chemiczeskoj kinetiki i reakcjonnoj sposobnosti. Izw. A.N.SSSR, Moskwa 1958.
7. Spalding D.B.: Some fundamentals of combustion. Butterworths Sci. Publ., London 1956.
8. Peskin R.L., Wise H.: A theory for ignition and deflagration of fuel drops. AIAA Journal, vol. 4, nr 9, 1966.
9. Peskin R.L., Polymeropoulos C.E., Yeh P.S.: Results from theoretical study of fuel drop ignition and extinction; AIAA Journal, Vol. 5, Nr 12.
10. Mullins B.P.: Spontaneous ignition of liquid fuels; Butterworths Sci. Publ., London 1955.
11. Kowalewicz A.: A probabilitic theory of spark ignition of a fuel droplet suspension in air stream. VIII International Symp. on Fluid Dynamics; Tarda, 1967.
12. Kowalewicz A.: O mechanizmie zapłonu iskrowego kropel paliwa rozpylonych w powietrzu. Archiwum Budowy Maszyn 4, 1968.
13. Siedow L.L.: Metody podobia i rozmiernosti w mechanikie. Nauka, Moskwa 1966.

14. Koczina N.N., Mielnikowa N.S.: O silnoj toczesnoj wzrywie w szimajemoj sredie. P.M.N., t. XXII, 1958, str. 1.
15. Korobielnikow W.P.: Zadacza o silnoju wzrywie w gazie pri nuliewom gradientie temperatury. DAN SSSR, t. 109, No 2, 1956.
16. Ryżow, Taganow: Wtoroj priedielnij slučaj zadaczi o silnom razrywie PMM, wyp. 4, t. XX, 1956.
17. Korobielnikow W.P.: O razprastranienii silnoj sfericzeskoj wzrywnoj wołny w teplotoprowodnom gazie. DAN, t. 113, No 5.
18. Mullins B.P., Penner S.S.: Explosions, detonations, flammability and ignition, Pergamon Press, London 1959.
19. Feath G.M., Karhan B.L., Yanyecic, C.A.: Ignition and Combustion of monopropellant droplets. AIAA Journ., vol. 6, nr 4, 1968.
20. Carslaw H.S., Jaeger J.C.: Conduction of heat in solids, 2-nd edition. Oxford.
21. Kobayasi K.: An experimental study on the combustion of a fuel droplet. V<sup>th</sup> Symp. on Comb., Reinhold Publ. Corp. N.Y. 1955.
22. Goldsmith M., Penner S.S.: On the burning of a single drops of fuel in an oxidizing atmosphere. J.A.S., Vol. 24, No 4, 1954.
23. Isoda H., Kumagai S.: New aspect of droplet compustion. V<sup>th</sup> Symp. on Combustion, 1959.