BIULETYN INFORMACYJNY INSTYTUTU TECHNIKI CIEPLNEJ
POLITECHNIKI WARSZAWSKIEJ

Nr 31 1971

mgr inż. Andrzej Masłowski
Instytut Techniki Cieplnej

SEKWENCYJNA METODA ESTYMACJI PARAMETRÓW I ZMIENNYCH STANU NIEKTÓRYCH DYNAMICZNYCH UKŁADÓW WYMIANY CIEPŁA

1. Wstęp - ustalenie pojęcia estymacji parametrów i zmiennych stanu układu dynamicznego

1.0. Przy analizie układów dynamicznych (czy też procesów niestacjonarnych) nierzadko występuje problem oszacowania parametrów lub zmiennych stanu danego układu (czy też procesu) rzeczywistego. Istnieje spora liczba metod estymacji [1], szczególnie metod matematycznych [2],[3]. Wśród metod matematycznych można wyróżnić dwa zasadnicze kierunki: deterministyczny i statystyczny [2]. W dalszej części pracy przedstawiona zostanie pewna metoda estymacji sekwencyjnej, opierająca się na deterministycznym opisie dynamiki układu (procesu).

1.1. Użyte w niniejszej pracy pojęcia takie jak zmienna stanu czy parametr układu dynamicznego są charakterystyczne dla nomenklatury przyjętej w teorii automatyki. Tak więc parametr ma tu nieco inne znaczenie, niż się na ogół przyjmuje w teorii wymiany ciepła.

1.2. Należy uściślić pojęcie estymacji parametrów i zmiennych stanu układu dynamicznego, zawężając je do celów wspomnianej metody.

Załóżmy, że dynamikę układu można opisać przy pomocy układu równań różniczkowych zwyczajnych, ogólnie nieliniowych (zapis wektorowy):

$$\begin{aligned} \underline{\dot{x}}(t) &= \underline{f}\left[\underline{x}(t),\ \underline{u}(t),\ \underline{p}(t),\ \underline{w}(t),\ t\right], \\ \underline{x}(0) &= \underline{x}_0, \\ \underline{z}(t) &= \underline{g}\left[\underline{x}(t),\ \underline{u}(t),\ \underline{v}(t),\ t\right]. \end{aligned} \tag{1}$$

gdzie wielkości występujące w (1) definiowane są jako:

$\underline{x}(t)$ – wektor zmiennych stanu układu,
$\underline{u}(t)$ – wektor znanych zakłóceń działających na układ,
$\underline{p}(t)$ – wektor nieznanych parametrów układu,
$\underline{w}(t)$ – wektor nieznanych zakłóceń działających na układ,
$\underline{v}(t)$ – wektor nieznanych zakłóceń pomiarowych,
$\underline{z}(t)$ – wektor zmiennych mierzalnych.

Pod pojęciem estymacji parametrów i zmiennych stanu układu dynamicznego (1) rozumiane jest tu oszacowanie:

$\underline{p}(t)$ – wektora nieznanych parametrów

oraz

$\underline{x}(t)$ – wektora zmiennych stanu,

przy występowaniu:

$\underline{w}(t)$ – wektora nieznanych zakłóceń działających na układ dynamiczny,
$\underline{v}(t)$ – wektora nieznanych zakłóceń pomiarowych,

gdy dany jest

$\underline{z}(t)$ – wektor zmiennych mierzalnych.

Wektory $\underline{p}(t)$ i $\underline{x}(t)$ są wyznaczane w pewnym sensie optymalnie, tzn. wg założonego wskaźnika jakości estymacji.

2. Modele dynamiki niektórych układów wymiany ciepła

2.0. Z teorii wymiany ciepła wynika [4], że zjawiska fizyczne zachodzące w układach wymieniających ciepło opisuje się równaniami różniczkowymi cząstkowymi przy założeniu warunków brzegowych i początkowych.

Dynamikę wielu układów wymiany ciepła charakteryzują równania:

$$\begin{aligned} &\frac{\partial}{\partial t}\underline{X}(\underline{R},\ t) = H\left[\underline{X}(\underline{R},\ t),\ \underline{U}_{\Omega}(\underline{R},\ t)\right], \\ &\underline{X}(\underline{R},\ 0) = \underline{X}_0 \qquad\qquad \underline{R} \in \Omega_1, \\ &G\left[\underline{X}(\underline{R},\ t),\ \underline{U}_{\partial\Omega_1}(\underline{R},\ t)\right] = 0 \qquad \underline{R} \in \partial\Omega_1, \end{aligned} \tag{2}$$

gdzie: t - czas $t \in [0,T]$,
$\underline{R} = \mathrm{col}(R_1, R_2, R_3)$ - zmienna przestrzenna,
$\underline{X} = \mathrm{col}(X_1, X_2, \dots X_M)$ - zmienna stanu układu,
$\underline{U} = \mathrm{col}(U_1, U_2, \dots U_N)$ - wymuszenie zewnętrzne,
H, G - operatory różniczkowe przestrzenne,
Ω_1 - obszar przestrzenny,
$\partial\Omega_1$ - granica obszaru przestrzennego.

Analiza takiego układu dynamicznego sprowadza się najczęściej do rozwiązania równań (2) metodami analitycznymi lub numerycznymi. Niekiedy stosuje się metody analogowe znajdowania przebiegów przestrzennych i czasowych zmiennych stanu $\underline{X}$ [5]. Gdy operatory H i G są macierzowymi, liniowymi operatorami udaje się niekiedy uzyskać rozwiązanie równań (2) w zwartej postaci analitycznej [6]. Najczęściej jednak H i G są operatorami nieliniowymi. Wtedy do rozwiązania (2) należy zastosować jedną z przybliżonych metod rozwiązywania równań cząstkowych. Zaliczyć do nich można:

A. Kwantowanie zmiennej przestrzennej $\underline{R}$.

B. Rozwinięcie $\underline{X}$ i $\underline{U}$ na k-pierwszych harmonicznych przestrzennych.

W wyniku zastosowania przybliżeń A lub B z równań (2) otrzymuje się skończony układ równań różniczkowych zwyczajnych opisujących dynamikę rozpatrywanego układu wymiany ciepła:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} x_i(t) &= f_i\left[x_i(t),\ u_j(t)\right], \\ x_i(0) &= x_{io}\ , \end{aligned} \tag{3}$$

gdzie: $i = 1, 2, \dots k \times M$,
$j = 1, 2, \dots k \times N$,
lub w postaci wektorowej:

$$\begin{aligned} \underline{\dot{x}}(t) &= f\left[\underline{x}(t),\ \underline{u}(t)\right], \\ \underline{x}(0) &= \underline{x}_o\ . \end{aligned} \tag{3}$$

Należy podkreślić, że zastosowanie powyższych metod dyskretyzacji modelu (2) musi być poprzedzone analizą czy rozwiązanie równań (3) jest zbieżne do rozwiązania równania (2), jeżeli przedziały kwantowania dążą do zera lub liczba harmonicznych dąży do nieskończoności. Przeprowadzenie takiej analizy jest na ogół sprawą bardzo skomplikowaną.

2.1. Przedstawienie opisu dynamiki układu (2) w postaci (3) jest ważnym etapem w rozważanym problemie estymacji, pozwalającym zastosować zaprezentowany później formalizm estymacji sekwencyjnej.

2.2. Przykłady aproksymacji przestrzenno-czasowego modelu dynamiki układów wymiany ciepła przez model czasowy można znaleźć w pracach [7],[8],[9], [10].

2.3. W dalszym ciągu niniejszej pracy będzie omawiany dynamiczny układ wymiany ciepła; jest on opisany równaniem (3) lub w postaci pełniejszej równaniem (1).

3. Ogólne sformułowanie problemu estymacji parametrów i zmiennych stanu dynamicznego układu wymiany ciepła

3.0. Poniżej sformułowano problem jednoczesnej estymacji parametrów i zmiennych stanu układu, którego dynamikę opisują równania:

$$\begin{aligned} \dot{\underline{x}}(t) &= \underline{f}[\underline{x}(t), \underline{u}(t), \underline{p}(t), t] + w(t) , \\ \underline{x}(0) &= \underline{x}_0 , \\ \underline{z}(t) &= \underline{g}[\underline{x}(t), t] + \underline{v}(t) . \end{aligned} \qquad (4)$$

gdzie: $\underline{w}(t)$ i $\underline{v}(t)$ bliżej nie określone wektory zakłóceń działających na układ i zakłóceń pomiarowych.

Należy zwrócić uwagę, że w modelu (4), w porównaniu z ogólniejszym modelem (3), wektor zmiennych stanu $\underline{x}$ zależy liniowo od $\underline{w}$ oraz $\underline{z}$ zależy również liniowo od $\underline{v}$. Przyjęto ponadto założenie, że wektor nieznanych parametrów $\underline{p}$ jest stały w przedziale czasu estymacji:

$$\begin{aligned} \underline{p}(t) &= \underline{p} = \text{const} \qquad t \in [0, T], \\ \dot{\underline{p}}(t) &= \dot{\underline{p}} = 0 . \end{aligned} \qquad (5)$$

Definiując nowy wektor zmiennych stanu układu mamy

$$\underline{x}_p(t) = \mathrm{col}[\underline{x},\ \underline{p}]. \tag{6}$$

Wtedy z (3) otrzymuje się:

$$\begin{aligned} \dot{\underline{x}}_p(t) &= \underline{f}_p\left[\underline{x}_p(t),\ \underline{u}(t),\ t\right] + \underline{w}_p(t)\ , \\ \underline{x}_p(0) &= \underline{x}_{po}\ , \\ \underline{z}(t) &= \underline{g}_p\left[\underline{x}_p(t),\ \underline{u}(t),\ t\right] + \underline{v}(t)\ , \end{aligned} \tag{7}$$

gdzie: $\underline{f}_p = \mathrm{col}[\underline{f},\ \underline{0}]$,
$\underline{w}_p = \mathrm{col}[\underline{w},\ \underline{0}]$,
$\underline{x}_p(0) = \mathrm{col}[\underline{x}(0),\ \underline{p}(0)]$.

Zatem problem jednoczesnej estymacji parametrów i zmiennych stanu został sprowadzony do zadania estymacji nowych zmiennych stanu definiowanych przez (6).

3.1. Zdefiniowano następujące wielkości wektorowe charakteryzujące błąd niepełnej informacji o modelu dynamiki układu (nieznajomość wektorów $\underline{w}$ i $\underline{v}$) oraz błąd nieznajomości warunków początkowych $\underline{x}_p(0)$ [11], [12]:

$$\begin{aligned} \underline{e}_1(t) &= \underline{z}(t) - \underline{g}_p\left[\hat{\underline{x}}_p(t),\ \underline{u}(t),\ t\right], \\ \underline{e}_2(t) &= \dot{\hat{\underline{x}}}_p(t) - \underline{f}_p\left[\hat{\underline{x}}_p(t),\ \underline{u}(t),\ t\right], \\ \underline{e}_1(t)_o &= \hat{\underline{x}}_p(0) - \underline{m}_o\ , \end{aligned} \tag{8}$$

gdzie: $\underline{m}_o$ - przybliżona wartość $\underline{x}_{po}$ dla $t = t_o = 0$,

$\hat{\underline{x}}_p(t)$ - estymata zmiennej stanu $\underline{x}_p$.

3.2. Wskaźnik jakości estymacji zmiennych stanu $\underline{x}_p$ układu [11], [12] można zdefiniować następująco:

$$I(\underline{x}_p) = \int_0^T \left[\left\|\underline{e}_1\right\|^2_{Q_1} + \left\|\underline{e}_2\right\|^2_{Q_2}\right]dt + \left\|\underline{e}_3\right\|^2_{Q_3}\ , \tag{9}$$

gdzie: $[0,T]$ – przedział czasu estymacji,

Q_1, Q_2, Q_3 – macierze wagi symetryczne dodatnio określone,

$\|\underline{e}\|^2_Q = \langle \underline{e}, Q\underline{e} \rangle$ – iloczyn skalarny.

3.3. Optymalna estymata $\hat{\underline{x}}_{p_{opt}}$ zmiennej stanu $\underline{x}_p$ minimalizuje wskaźnik jakości estymacji $I(\underline{x}_p)$ czyli

$$I(\hat{\underline{x}}_{p_{opt}}) = \min I(\hat{\underline{x}}_p) \ . \tag{10}$$

Reasumując, zadanie optymalnej estymacji zmiennych stanu i parametrów układu zostało sprowadzone do zadania znalezienia minimum funkcjonału (9) przy ograniczeniach (8).

4. Metoda rozwiązania ogólnego zadania estymacji

4.0. Zadanie znalezienia minimum funkcjonału (9) przy ograniczeniach (8) można rozwiązać wykorzystując metody matematyczne optymalizacji dynamicznej. Stosując zasadę maksimum Pontrjagina [13], [14] otrzymano równania kanoniczne o postaci:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\underline{x}}}_p &= \underline{f}_p[\hat{\underline{x}}_p, \underline{u}, t] - \tfrac{1}{2}Q_2^{-1}\underline{\psi} \ , \\ \dot{\underline{\psi}} &= 2(\underline{g}_p)^{tr}_{\hat{\underline{x}}_p} Q_1(\underline{z} - \underline{g}_p[\hat{\underline{x}}_p, \underline{u}, t]) - (\underline{f}_p)^{tr}_{\hat{\underline{x}}_p}\underline{\psi} \ , \end{aligned} \tag{11}$$

gdzie: $(\underline{g}_p)^{tr}_{\hat{\underline{x}}_p}$ – transponowana macierz pochodnych funkcji wektorowej $\underline{g}_p$ względem $\underline{x}_p$,

$(\underline{f}_p)^{tr}_{\hat{\underline{x}}_p}$ – transponowana macierz pochodnych funkcji wektorowej $\underline{f}_p$ względem $\underline{x}_p$,

$\underline{\psi}$ – wektor sprzężony [13].

Ponieważ przedział czasu estymacji jest ustalony a $\hat{\underline{x}}_p(0)$ i $\hat{\underline{x}}(T)$ dowolne, równania (11) muszą spełniać dodatkowo tzw. warunki transwersalności [13]:

$$\begin{aligned} \underline{\psi}(0) &= 2\,Q_3\left[\underline{x}_p(0) - \underline{m}_o\right]. \\ \underline{\psi}(T) &= \underline{0}\,. \end{aligned} \tag{12}$$

Aby znaleźć optymalną estymatę $\underline{\hat{x}}_{p_{opt}}$ należy rozwiązać układ równań (11) z warunkami granicznymi (12).

4.1. Do rozwiązania równań (11) z warunkami (12) zastosowano [12] technikę odwzorowania niezmienniczego [15], [16] opracowaną przez R.Bellmana i innych. W wyniku otrzymano następujące równania (które są pierwszym przybliżeniem rozwiązania):

$$\begin{aligned} \dot{P}(T) &= (\underline{f}_p)_{\underline{\hat{x}}_p}\, P(T) + P(T)\Omega\left[\underline{\hat{x}}_p(T)\right] + \\ &\quad + 2\,P(T)\gamma\left[\underline{z}(T),\, \underline{\hat{x}}_p(T)\right]P(T) - \frac{1}{2}Q_2^{-1}, \end{aligned} \tag{13}$$

$$\begin{aligned} \dot{\underline{\hat{x}}}_p(T) &= \underline{f}_p\left[\underline{\hat{x}}_p(T)\right] - \\ &\quad - 2\,P(T)\Lambda\left[\underline{\hat{x}}_p(T)\right]Q_1\left\{\underline{z}(T) - \underline{g}_p\left[\underline{\hat{x}}_p\; x_p(T)\right]\right\}, \end{aligned}$$

z warunkami początkowymi:

$$\begin{aligned} P(0) &= \frac{1}{2}Q_3^{-1}, \\ \underline{\hat{x}}_p(0) &= \underline{m}_o, \end{aligned} \tag{14}$$

gdzie dla uproszczenia pominięto w zapisie niektóre argumenty funkcji $\underline{f}_p$ i $\underline{g}_p$.

Inne oznaczenia:

T – teraz zmienna prawa granica przedziału czasu estymacji $T > 0$,

$P(T)$ – macierz zależna od T,

$\Lambda = (\underline{g}_p)^{tr}_{\underline{\hat{x}}_p}$, $\Omega = (\underline{f}_p)^{tr}_{\underline{\hat{x}}_p}$ – transponowane macierze pochodnych względem $\underline{\hat{x}}_p$ funkcji $\underline{f}_p$ i $\underline{g}_p$,

$\gamma = \left\{\Lambda\left[\underline{\hat{x}}_p(T)\right]Q_1\left(\underline{z}(T) - \underline{g}_p\left[\underline{\hat{x}}_p(T)\right]\right)\right\}_{\underline{\hat{x}}_p}$ – wektor pochodnych funkcji wektorowej w klamrze względem $\underline{\hat{x}}_p$.

Równanie (13) jest równaniem sekwencyjnej estymacji zmiennych stanu układu opisanego przez równanie (7). Z rozwiązania równania (13) z warunkami początkowymi (14) otrzymano optymalną estymatę $\hat{\underline{x}}_{p_{opt}}(T)$ wektora zmiennych stanu $\hat{\underline{x}}_p(T)$.

5. Ogólny algorytm sekwencyjnej estymacji parametrów i zmiennych stanu dynamicznego układu wymiany ciepła

5.0. Dalsze prace nad opracowaniem algorytmu sekwencyjnej estymacji parametrów i zmiennych stanu układu dynamicznego wymiany ciepła można streścić w następujących punktach:

A. Określenie modelu danego układu wymiany ciepła.

B. Określenie parametrów estymowanych.

C. Wyznaczenie nowego wektora zmiennych stanu $\underline{x}_p$ oraz prawych stron w równaniu (7).

D. Określenie szczegółowej postaci kryterium jakości estymacji.

E. Wyznaczenie prawych stron układu równań (13) oraz przyjęcie warunków początkowych (14).

F. Wybranie i dopasowanie do danego problemu procedury całkującej układ równań różniczkowych nieliniowych zwyczajnych (13) z warunkami początkowymi (14).

G. Opracowanie algorytmu estymacji sekwencyjnej.

5.1. Uwagi dotyczące planu prac:

ad-A. Przy określaniu modelu dynamiki danego układu wymiany ciepła wyznaczyć należy szczegółową postać równań (4) opisujących zmiany wektora $\underline{x}$ w czasie oraz wiążących niemierzalne zmienne stanu z wielkościami mierzalnymi $\underline{z}(t)$ (patrz punkt 2). Jeżeli można oszacować $\underline{w}$ i $\underline{v}$ to dopisuje się te funkcje do prawych stron równań (4).

ad-B. Przy określaniu parametrów identyfikowanych należy pamiętać o założeniu $\underline{p}$=const w danym przedziale estymacji.

ad-C. Należy zwrócić uwagę, że pomimo zwiększenia wymiarowości wektora $\underline{x}$ ilość składowych wektora $\underline{z}$ nie zmienia się.

ad-D. W punkcie 3.2 zdefiniowany został ogólny wskaźnik jakości estymacji. Dla danego problemu modyfikuje się (9) opierając się na fizycznej interpretacji wektorów $\underline{e}$.

ad-E. Dla wyznaczonych w p.C funkcji $\underline{f}_p$ i $\underline{g}_p$ określa się prawe strony układu równań (13). Występuje w nich macierz P(T) jest macierzą kwadratową o wymiarach wektora $\underline{x}_p$. Należy zwrócić uwagę, że $\dot{P}(T)$ oznacza pochodną macierzy P(T) względem czasu T. Warunki początkowe dla (13) są dane przez (14).

ad-F. Wybranie i dopasowanie do danego problemu procedury całkującej układ równań (13) ma decydujący wpływ na czas realizacji algorytmu estymacji, szczególnie zaś przeznaczonego do pracy w maszynie cyfrowej w układzie on-line. Do dyspozycji istnieją opracowane już w postaci procedur lub podprogramów algorytmy całkowania numerycznego równań różniczkowych zwyczajnych [17], [18]. Racjonalnym wydaje się zastosowanie kompromisu między szybkością liczenia danego algorytmu a dokładnością i wiarygodnością otrzymywanych wyników.

ad-G. Przy opracowywaniu algorytmu estymacji należy zwrócić uwagę na sposób pomiaru wektora $\underline{z}$ oraz techniką wprowadzenia wartości $\underline{z}$ do maszyny cyfrowej, jeżeli realizuje się ten algorytm w układzie on-line. Wtedy należy uwzględnić dyskretny wariant relacji $\underline{z} = \underline{g}$, czyli $\underline{z}(i\,\Delta t) = \underline{g}_p[\underline{x}_p(i\,\Delta t)]$, gdzie $i = 1,2, \dots m$ [19].

5.2. Schemat blokowy ogólnego algorytmu estymacji sekwencyjnej przedstawia się następująco:

START

Wprowadzenie danych

Określenie warunków początkowych (14)

Określenie procedury funkcyjnej definiującej układ równań (13)

Wprowadzenie wartości wektora $\underline{z}$

Całkowanie układu równań (13)

Wyprowadzenie wyników: $\underline{x}$ i $\underline{p}$

KONIEC

6. Zakończenie

6.0. W zakończeniu należałoby omówić pewne cechy, którymi charakteryzuje się przedstawiony w niniejszej pracy ogólny algorytm estymacji sekwencyjnej, jak również cechy, które są właściwe samej metodzie estymacji sekwencyjnej.

A. Przedstawiona technika estymacji bazuje na pomiarze wielkości wyjściowych z układu bez potrzeby wprowadzania specjalnego sygnału na wejście do danego układu. Pozwoli to na przeprowadzenie eksperymentu w warunkach normalnej pracy danego układu dynamicznego wymiany ciepła.

B. Nie jest wymagane przyjęcie wstępnych założeń o danych statystycznych dotyczących zakłóceń działających na układ oraz na urządzenia pomiarowe. Wyznaczenie podstawowych charakterystyk tych procesów przypadkowych wymaga na ogół długotrwałych doświadczeń i specjalnego wyposażenia. Sformułowanie problemu estymacji w sposób przedstawiony powyżej pozwala obejść tę trudność.

C. Sekwencyjny charakter metody predestynuje algorytm estymacji do realizacji w maszynie cyfrowej w układzie on-line z obiektem badanym.

D. Zastosowanie teorii odwzorowania niezmienniczego pozwoliło (patrz punkt 4) przekształcić problem dwugraniczny (równania (11), (12)) w problem początkowy (równania (13), (14)). Ma to duże znaczenie z numerycznego punktu widzenia, gdyż jak wiadomo [17] efektywne rozwiązanie zadania dwugranicznego na drodze numerycznej jest bardzo trudne.

E. Przedstawiony algorytm estymacji wykorzystuje standardową technikę całkowania numerycznego równań różniczkowych zwyczajnych, co stanowi jego istotną zaletę, gdyż obecnie są dostępne dobrze opracowane szybkie algorytmy całkowania [18].

6.1. Do ważniejszych ograniczeń omawianej metody estymacji należy zaliczyć:

A. Zawężenie klasy rozpatrywanych układów do tych, których dynamikę można opisać równaniami różniczkowymi zwyczajnymi. W przypadku układów wymiany ciepła powoduje to dodatkową trudność - przeprowadzenie aproksymacji (patrz punkt 2) modelu "przestrzenno-czasowego" modelem "czasowym".

B. Założenie o liniowej zależności pomiędzy zakłóceniami działającymi na układ dynamiczny i układ pomiarowy a zmiennymi stanu i zmiennymi mierzalnymi. Jest to założenie arbitralne, dogodne dla proponowanego schematu rozwiązania problemu. Ostatnio pojawiają się w literaturze [20] próby rozwiązania zadania estymacji sekwencyjnej przy uwzględnieniu nieliniowego związku pomiędzy zakłóceniami a zmiennymi stanu i zmiennymi mierzalnymi.

Bibliografia

[1] Ackoff R.L.: Decyzje optymalne w badaniach stosowanych. PWN. Warszawa 1969.

[2] Lee R.C.K.: Optimal estimation, identification, and control. The MIT Press, Cambridge, Mass. 1964.

[3] Preprints of 1-st IFAC Symposium on Identification. Prague, Czechoslovakia, June 12-17, 1967.

[4] Staniszewski B.: Wymiana ciepła - podstawy teoretyczne. PWT. Warszawa 1963.

[5] Domański R.: "Metody analogowania przewodzenia ciepła". Biuletyn Informacyjny ITC, listopad 1969 Nr 26/KTMC 21.

[6] Friedman A.: Generalized functions and partial diff. eqs. Prentice-Hall. New Jersey 1963.

[7] Lebiediew A.T., Baranow L.A.: "Matematičeskoje modelirowanije odnofaznych tiepłoobmiennikow". Izwiestia wysszych učebnych zawiedienii - energietika. No 2 1970.

[8] Wang P.K.C.: Control of distributed parameter systems. in: Advances in control systems. vol. I, Academic Press, 1964.

[9] Butkowskij A.G.: Teorija optimalnogo uprawlienija sistemami s rospriedielionnymi parametrami. Izd.Nauka.Moskwa 1965.

[10] Praca zbiorowa: "Inżyniernyje metody razczeta dinamiki tiepłoobmiennych apparatow". Moskwa 1961.

[11] Detchmendy D.M., Sridhar R.: "Sequential Estimation of States and Parameters in Noisy Nonlinear Dynamical Systems". ASME Trans., Journal of Basic Eng., June, 1966.

[12] Kagidawa H., Kalaba R., Schumitzky A., Sridhar E.: Invariant imbedding and sequential interpolating filters for nonlinear processes". ASME Trans., Journal of Bacis Eng., June, 1969.

[13] Pontriagin L., Boltianski L., Gamkrelidze W., Miszczenko R.: Matematiczeskaja teorija optimalnych procesow, 2 wydanie. Fizmatgiz Moskwa 1969.

[14] Athans P., Falb P.L.: Optimal control. McGraw-Hill, 1966.

[15] Bellman R., Kalaba R.: "On the fundamental equations of invariant imbedding". Proc. Nat. Acad. of Sc. of USA vol.47, 1961, pp 336-338.

[16] Bellman R., Kalaba R., Wing G.: "Invariant imbedding and the reduction of two-point boundary value problem to initialvalue problem". Proc. Nat. Acad. of Sc. of USA. vol.46, 1960, pp 1646-1649.

[17] Kunz K.S.: Numerical analysis. Mc Graw-Hill, 1957.

[18] Biblioteka procedur mc GIER: "RK fifth order No 303".

[19] Sage A.P., Masters G.W.: "Identification and modeling of states and parameters of nuclear reactor systems". IEEE Trans. vol. I, 1967 pp 279-286.

[20] Levadi V.S.: "Nonlinear filtering and applications of the quasilinearization theory". IFAC Congress, Technical session No 69, Warszawa 1969.

МЕТОД ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОЙ ОЦЕНКИ ПАРАМЕТРОВ И ПЕРЕМЕННЫХ СОСТОЯНИЯ НЕКОТОРЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ ТЕПЛООБМЕНА

К р а т к о е   с о д е р ж а н и е

В работе представлен метод последовательной оценки параметров и переменных состояния динамических систем, в частности некоторых систем теплообмена, которые могут быть изложены детерминистическими, обыкновенными, дифференциальными уравнениями. Проблема оценки сформулирована таким образом, что не требуется представление предварительных статистических предпосылок, касающихся как помех, действующих на систему, так и погрешностей измерений. Так сформулированная проблема относится к случаям, когда невозможно определить необходимые статистические характеристики.

В заключение обсужден общий альгорифм оценки параметров и переменных состояния с точки зрения его реализации на ЦВМ в линии с вычислительной машиной.

SEQUENTIAL ESTIMATION METHOD OF STATES AND PARAMETERS FOR SOME CLASS OF HEAT TRANSFER DYNAMIC SYSTEMS

S u m m a r y

Sequential estimation method of states and parameters for some dynamic systems, particularly heat transfer systems, which are described by a set of deterministic ordinary differential equations has been presented. So defined estimation problem refers only to the case when the determination of valid statistical data on environmental and observational disturbances is not possible.

The general estimation algorithm has been discussed from the point of view of its application in on-line digital computer.

Rękopis dostarczono w styczniu 1971 r.