

dr inż. Józef Kunc-

Instytut Techniki Ciepłej  
Politechniki Warszawskiej**GEOMETRYCZNA INTERPRETACJA PRZEKROJÓW CZYNNYCH W UKŁADZIE  
LABORATORYJNYM DLA ODDZIAŁYWANIA ELEKTRON-ATOM WODORU****1. WSTĘP**

Problem wyznaczania teoretycznego przekrojów czynnych dla procesów oddziaływania elektronów z atomami był analizowany przez wielu autorów zarówno na podstawie formalizmu mechaniki kwantowej, jak i klasycznej. Przekroje czynne (które są odpowiednio zdefiniowanymi prawdopodobieństwami procesów danego rodzaju) można interpretować jako pola figur geometrycznych usytuowanych w ściśle określony sposób w przestrzeni oddziaływania cząstek.

Pokożenie tych geometrycznych pól oraz ich wielkość będą zależały od parametrów oddziaływania (zwanego w fizyce plazmy zderzeniem).

Praca niniejsza (jedna z szeregu prac m.in. [1], [2], [3], dotyczących różnych aspektów problemu zderzeniowych przekrojów czynnych dla oddziaływania atomów z cząstkami naładowanymi) przedstawia dwie metody wyznaczania przekrojów czynnych dla procesów oddziaływania elektron-atom wodoru, przy czym przekroje te przedstawione są jako "geometryczne pola prawdopodobieństw" dla procesów zderzeniowych. Pierwsza z tych metod (analityczna) przedstawia zależności wyprowadzone na podstawie teorii zderzeń binarnych Gryzińskiego [4], natomiast druga oparta jest na numerycznym rozwiązaniu równań ruchu trzech cząstek wzajemnie na siebie oddziałujących.

Obie metody mają charakter ogólny, tzn. przedstawiony sposób rozumowania może być stosowany do oddziaływań protonów bądź elektronów z atomami w różnych stanach wzbudzenia. W pracy po-

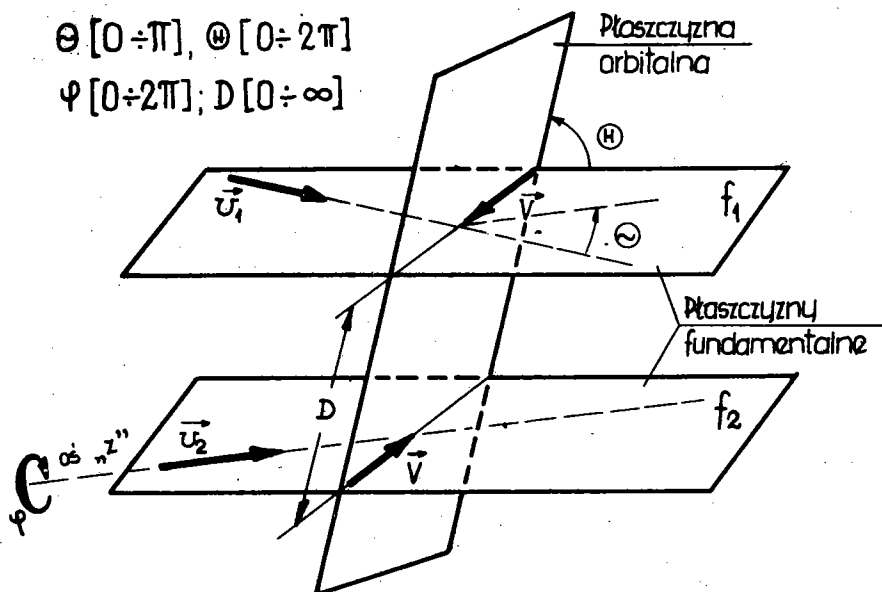
dano niektóre wyniki obu metod i porównano je między sobą, przy czym w obu przypadkach obliczenia przeprowadzono dla oddziaływania elektron-wodór atomowy w stanie podstawowym, ( $e - H1s$ ) i przedstawiono jednocześnie modyfikacje konieczne przy określaniu oddziaływań innego typu.

## 2 METODA ANALITYCZNA

Ogólna formuła określająca zmianę energii  $\Delta E_2$  cząstki próbnej ("2") w zderzeniu z cząstką pola ("1") (gdzie zderzenie scharakteryzowane jest zgodnie z rys.1 przez cztery zmienne geometryczne  $D, \varphi, \theta, \textcircled{H}$ , oraz masy obu cząstek odpowiednio

$$\Theta [0 \div \pi], \textcircled{H} [0 \div 2\pi]$$

$$\varphi [0 \div 2\pi]; D [0 \div \infty]$$



Rys.1. Geometria zderzenia binarnego

$m_2$  i  $m_1$ , ich ładunki elektryczne  $e_2$  i  $e_1$ , oraz prędkości  $\vec{v}_2$  i  $\vec{v}_1$ ) została wyprowadzona w klasycznej teorii zderzeń binarnych [4] i ma postać następującą

$$\Delta E_2 = 2a \sin \psi_g \cos \psi_g \cos \textcircled{H} - b \cos^2 \psi_g, \quad (1)$$

gdzie:  $a = \mu v_1 v_2 \sin \theta$ ,

$$\sin \psi_g = \frac{D}{k} \mu V^2 \left[ 1 + \left( \frac{D}{k} \mu V^2 \right)^2 \right]^{-\frac{1}{2}}$$

$$\cos \psi_g = \left[ 1 + \left( \frac{D}{k} \mu V^2 \right)^2 \right]^{-\frac{1}{2}}$$

$$b = K_{12} \left[ E_2 - E_1 + \frac{1}{2} (m_1 - m_2) v_1 v_2 \cos \theta \right],$$

$$k = |e_1 e_2| \quad (2)$$

$$V = \left( v_1^2 + v_2^2 - 2 v_1 v_2 \cos \theta \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2},$$

$$K_{12} = 4 \frac{m_1 m_2}{(m_1 + m_2)^2}.$$

Oznaczenia w podanych zależnościach są identyczne jak w pracy [4] i  $\mu$  oznacza masę zredukowaną układu,  $V$  - prędkość względną cząstek,  $E_1$  i  $E_2$  odpowiednio energię cząstki pola i cząstki próbnej.

Przy rozważaniu oddziaływań wygodnie jest przyjąć oznaczenia

$$\Delta E = \Delta E_1 = -\Delta E_2 \quad (3)$$

i rozpatrywać zmianę energii cząstki pola, gdyż ona będzie reprezentować elektron atomowy.

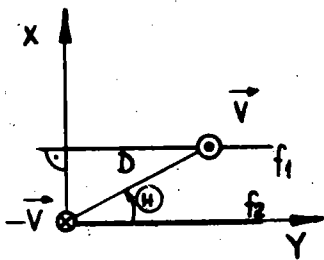
Uwzględniając powyższe oraz wprowadzając oznaczenie

$$F = \frac{\mu V^2}{k} \quad (4)$$

otrzymano zależność

$$\Delta E = \left( 1 + F^2 D^2 \right)^{-1} (b - 2a F \cos \theta D). \quad (5)$$

Wprowadzono pomocniczy układ współrzędnych  $X, Y$  w płaszczyźnie prostopadłej do prędkości względnej  $\vec{V}$ , tzn. prostopadłej do płaszczyzny orbitalnej (rys.2).



Rys.2. Położenie płaszczyzny XY

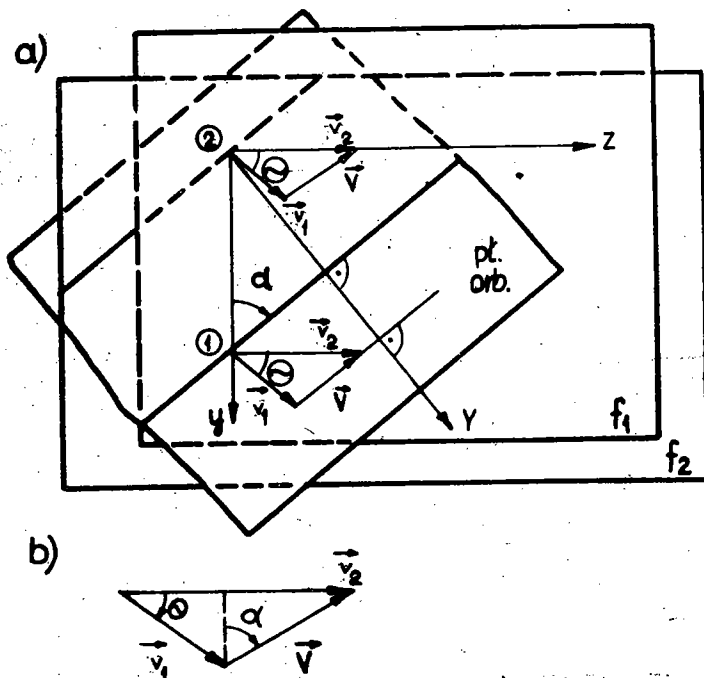
Jak wynika z rys.2,  $Y = D \cos \alpha$  (H)  
oraz  $X^2 + Y^2 = D^2$ , więc:

$$X = \pm \left( -Y^2 - \frac{2a}{F\Delta E} Y + \frac{b - \Delta E}{F^2 \Delta E} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (6)$$

Jest to równanie okręgu, którego punkty zerowe mają współrzędne

$$Y_{1,2} = -\frac{a}{F\Delta E} \mp \left( \frac{a^2}{F^2 \Delta E^2} + \frac{b - \Delta E}{F^2 \Delta E} \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (7)$$

Układ laboratoryjny "xyz" związany z początkiem wektora pola, tak że oś "z" pokrywa się z kierunkiem i zwrotem wektora prędkości cząstki próbnej, zaś płaszczyzna "xy" jest prostopadła do obu płaszczyzn  $f_1$  oraz  $f_2$  (rys.2).



Rys.3. Określenie kąta  $\alpha$

Z rys.2 i rys.3 wynika bezpośrednio, iż  $y = Y \sin \alpha$  gdzie  $\alpha$  jest kątem między płaszczyznami XY oraz xy (oczywiście  $X=x$ ).

Równanie obrysu pola, dla którego  $\Delta E$  równa jest zadanej wartości (co odpowiada "wzbudzeniu" o wartość  $\Delta E$ ) ma postać

$$x = \mp \left( -\frac{y^2}{\sin^2 \alpha} - \frac{1}{\sin \alpha} \frac{2a}{F \Delta E} y + \frac{b - \Delta E}{F^2 \Delta E} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (8)$$

Pole  $S$  ograniczone powyższą krzywą

$$S = 2 \int_{y_1}^{y_2} [f(y)]^{\frac{1}{2}} dy, \quad (9)$$

gdzie funkcja podcałkowa zdefiniowana jest przez zależność (8).

Warunkiem istnienia całki (9) jest spełnienie nierówności

$$(b - \Delta E) \Delta E + a^2 > 0. \quad (10)$$

Po scałkowaniu i przekształceniach otrzymano ostatecznie

$$S = \frac{\pi \sin \alpha}{F^2 \Delta E^2} \left[ (b - \Delta E) \tilde{\Delta E} + a^2 \right], \quad (11)$$

gdzie  $\tilde{\Delta E} = U_{ip}$  ( $U_{ip}$  jest potencjałem jonizacji atomu na poziomie energetycznym  $p$ ).

Wartość kąta  $\alpha$  w równaniu powyższym wynika z rys.3 i równania jest

$$\alpha = \arcsin \left[ \frac{(v_2 - v_1 \cos \theta)}{V} \right]. \quad (12)$$

Analizując niezmienniki krzywej stopnia drugiego (którą jest zależność (8)) uzyskano interesujący wynik, iż jest to elipsa rzeczywista, a zatem pole  $S$  w równaniu (11) jest polem elipsy.

Z powyższego wyniku możliwość uzyskania identycznego rezultatu przez równanie

$$S = \pi \xi \eta \quad (13)$$

gdzie:  $\xi$  i  $\eta$  są głównymi osiami elipsy;

$$\xi = \frac{1}{\sin \alpha} \frac{k}{\mu V^2} \left( \frac{a^2}{(\tilde{\Delta E})^2} + \frac{b - \tilde{\Delta E}}{\tilde{\Delta E}} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (14)$$

oraz

$$\eta = \frac{k}{\mu V^2} \left( \frac{a^2}{(\tilde{\Delta E})^2} + \frac{b - \tilde{\Delta E}}{\tilde{\Delta E}} \right)^{\frac{1}{2}}.$$

Można teraz zdefiniować przekrój czynny  $Q_{BE}$  na zmianę energii elektronu atomowego (cząstki pola) o wartość  $\tilde{\Delta E}$  jako stosunek pola  $S$  do pola  $\delta_0$  (atomu bombardowanego), które widzi z nieskończoności cząstka próbna (elektron bombardujący), czyli:

$$Q_{BE} = \frac{S}{\delta_0}, \quad (15)$$

gdzie  $\delta_0$  w przypadku atomu wodoru w stanie podstawowym równa się  $\pi a_0^2$  ( $a_0$  jest promieniem Bohra).

Zależność (15) traci sens w przypadku gdy  $\tilde{\Delta E} = 0$  lub  $V = 0$ , jednak oba przypadki w teorii oddziaływań binarnych nie są interesujące.

Gdy  $\alpha = 0$  lub  $\pi$ , tzn.  $v_2/v_1 = \cos \theta$  (prędkość względna  $V$  leży na osi "y") wówczas:

$$x = \mp \frac{k}{\mu V^2} \left( \frac{b - \tilde{\Delta E}}{\tilde{\Delta E}} \right), \quad (16)$$

$$|x| = D,$$

oraz

$$Q_{BE} = \frac{\pi D^2}{\delta_0} = \frac{\pi}{\delta_0} \frac{k^2}{\mu^2 V^4} \left( \frac{b - \tilde{\Delta E}}{\tilde{\Delta E}} \right)^2.$$

Należy pamiętać, iż zmiana energii elektronu atomowego  $\Delta E$  wprowadzona na podstawie formalizmu klasycznej teorii zderzeń binarnych może przyjmować wartości dowolne, natomiast stosując go do oddziaływań mikrocząsteczek jest konieczne używanie skwantowanych wartości  $\Delta E$ , wynikających ze skwantowania poziomów energetycznych atomu.

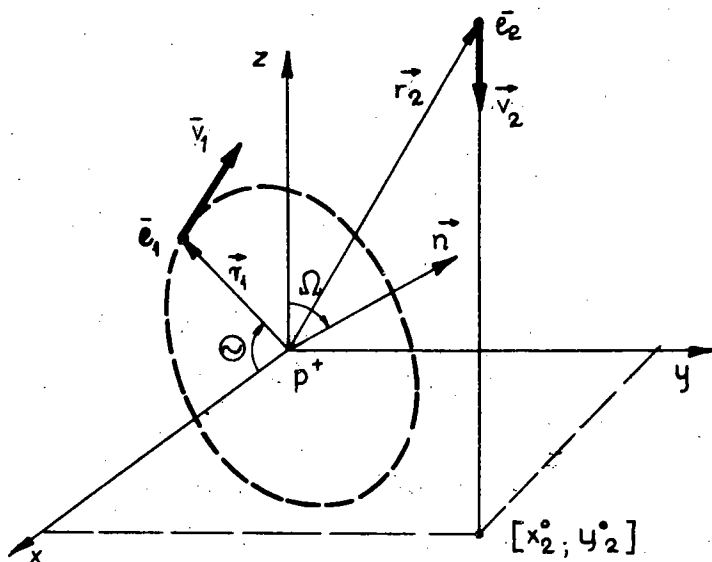
Metodę powyższą można z powodzeniem stosować także do atomów metali alkalicznych, gdyż w temperaturach  $< 1eV$  za ich wzbudzenie jest odpowiedzialny praktycznie jeden elektron "świecący", którym jest elektron walencyjny, pamiętać jednak należy o odpowiednim określaniu wartości  $\delta_0$  w równaniu (15).

Uśrednianie formuły (15) po parametrach geometrycznych zderzenia oraz po złożonej funkcji rozkładu prędkości elektronu orbitalnego prowadzi do uśrednionych zależności klasycznej teorii zderzeń binarnych dla przekrojów czynnych procesów wzbudzenia, bądź jonizacji cząstek elektronami.

## 3. METODA NUMERYCZNA

Metoda ta polega na numerycznym rozwiązywaniu niutonowskich równań ruchu trzech oddziaływających cząstek, jakimi jest układ atomu wodoru (proton + elektron) z oddziaływającym elektronem.

Atom wodoru w stanie podstawowym przedstawiono w postaci klasyczno-mechanicznego modelu Bohra. Układ współrzędnych umieszczono w jądrze atomu ("3"), a elektron atakujący ("2") porusza się z nieskończoności numerycznej i ma wektor prędkości początkowej o kierunku zgodnym z osią z (rys.4). Przyjmując,



Rys.4. Geometria oddziaływania trzech cząstek w metodzie numerycznej

że jądro atomu jest nieruchome podczas całego procesu oddziaływania (gdyż  $m_1 = m_2 \ll m_3$ ), równania ruchu obu elektronów (orbitalnego i atakującego) przyjmą następującą postać

$$m_i \frac{d\vec{v}_i}{dt} = \sum_{j \neq i} \vec{F}_{ji} = \sum_{j \neq i} e_i e_j \frac{\vec{r}_i - \vec{r}_j}{|\vec{r}_i - \vec{r}_j|^3} \quad (17)$$

Wprowadzając zgodnie z powyższymi uwagami oznaczenia:

$$\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 \quad \text{oraz} \quad \vec{r}_3 = 0,$$

otrzymuje się ostateczny układ równań wektorowych ruchu;

dla elektronu orbitalnego:

$$m_1 \frac{d^2 \vec{r}_1}{dt^2} = e_1 e_2 \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|^3} + e_2 e_3 \frac{\vec{r}_2}{|\vec{r}_2|^3}. \quad (18)$$

dla elektronu atakującego

$$m_2 \frac{d^2 \vec{r}_2}{dt^2} = e_1 e_2 \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|^3} + e_2 e_3 \frac{\vec{r}_2}{|\vec{r}_2|^3}.$$

W równaniach powyższych, podobnie jak w rozdziale poprzednim,  $e_1$  i  $e_2$  oznaczają ładunki elektronów, odpowiednio orbitalnego i atakującego, natomiast  $\vec{r}_i$  wektory położenia poszczególnych cząstek (rys.4).

Nieskończoność numeryczna, z której "startował" w procesie całkowania numerycznego (współrzędna  $z_2^0$ ) elektron atakujący była wyznaczana na podstawie rozważań, z których wynikało, że energia potencjalna  $|e_2 e_3|/r_2$  jest pomijalnie mała (dwa rzędy wielkości) w porównaniu z energią potencjalną oddziaływania z dipolem ładunków, który tworzy atom wodoru.

Wartość  $z_2^0$  przyjęta do obliczeń wynosiła  $22 a_0$ , gdzie  $a_0$ , podobnie jak poprzednio, jest wartością promienia Bohra.

Dwie pozostałe współrzędne początkowe elektronu atakującego były narzucane a wielkość  $(x_2^{02} + y_2^{02})^{1/2}$  jest oczywiście parametrem zderzenia  $D$ . Współrzędne początkowe elektronu orbitalnego były narzucane początkowymi fazami ruchu jakimi są kąty  $\theta_0$  i  $\Omega_0$  wg oczywistych zależności:

$$x_1^0 = 2a_0 \sin \theta_0 \cos \Omega_0, \quad (18a)$$

$$y_1^0 = 2a_0 \sin \theta_0 \sin \Omega_0,$$

$$z_1^0 = 2a_0 \cos \theta_0,$$

Energia początkowa elektronu bombardującego  $E_2^0$  była zadawana, natomiast energia początkowa elektronu orbitalnego wynikała bezpośrednio ze struktury energetycznej atomu wodoru w stanie podstawowym, zaś wektor jego początkowej prędkości  $\vec{v}_1^0$  wynikał także z faz początkowych  $\theta_0$  oraz  $\Omega_0$  w sposób analogiczny do równań (18a), a mianowicie:



$$\begin{aligned}v_{x1}^0 &= v_1^0 \sin \theta_0 \cos \Omega_0, \\v_{y1}^0 &= v_1^0 \sin \theta_0 \sin \Omega_0, \\v_{z1}^0 &= v_1^0 \cos \theta_0.\end{aligned}\quad (19)$$

Parametr  $\theta_0$  jest fazą położenia elektronu orbitalnego w chwili  $t_d = (z_2^0 - z_1^0)/v_2^0$ , tzn. w chwili gdy  $z_1 = z_2$  i gdyby nie istniało oddziaływanie potencjalne między elektronami, zatem do obliczeń wprowadzamy początkową fazę położenia  $\theta'_0$ , której wartość wynika z oczywistej zależności

$$\Delta\theta = \theta_0 - \theta'_0 = \frac{z_2^0 - z_1^0}{\pi \left(8E_2^0/m_2\right)^{1/2}} \quad (20)$$

Reasumując powyższe zbiór parametrów początkowych zderzenia jest następujący:  $\theta_0, \Omega_0, x_2^0, y_2^0, z_2^0, E_1^0, E_2^0$ , gdzie dla różnej geometrii i dynamiki zderzeń parametry  $z_2^0$  oraz  $E_1^0$  pozostają stałe, natomiast parametr zderzenia  $D$  (będący funkcją  $x_2^0$  oraz  $y_2^0$  był "przeszukiwany" jedynie wewnątrz okręgu, poza którym prawdopodobieństwo wyraźnej zmiany energii cząstek było znikome.

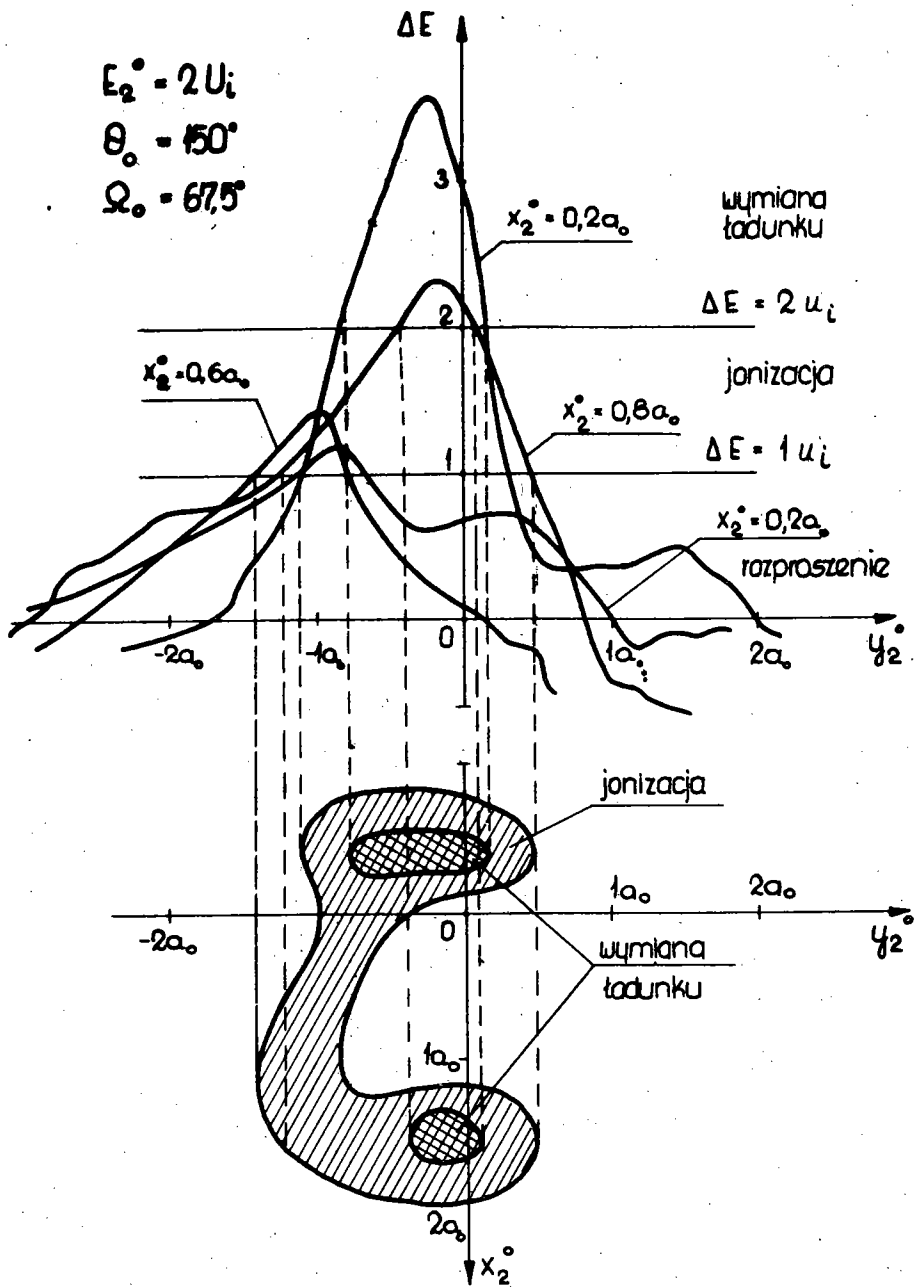
Całkowanie numeryczne układu równań różniczkowych (18) prowadzone było na podstawie metody Runge-Kutta piątego rzędu. Ze względu na bardzo długie czasy całkowań ogólnie dostępne procedury były nieprzydatne. Autor użył własnej procedury całkującej, w której krok całkowania  $h$  dobierany był płynnie w trakcie liczenia i jego wartość określana była z następującej zależności (wynikającej z analizy oddziaływań kolumbowskich między ładunkami):

$$h = \beta |\vec{r}|^2 / \left[ \left( 1 + E_2^0 |\vec{r}| \right)^{1/2} \right] \quad (21)$$

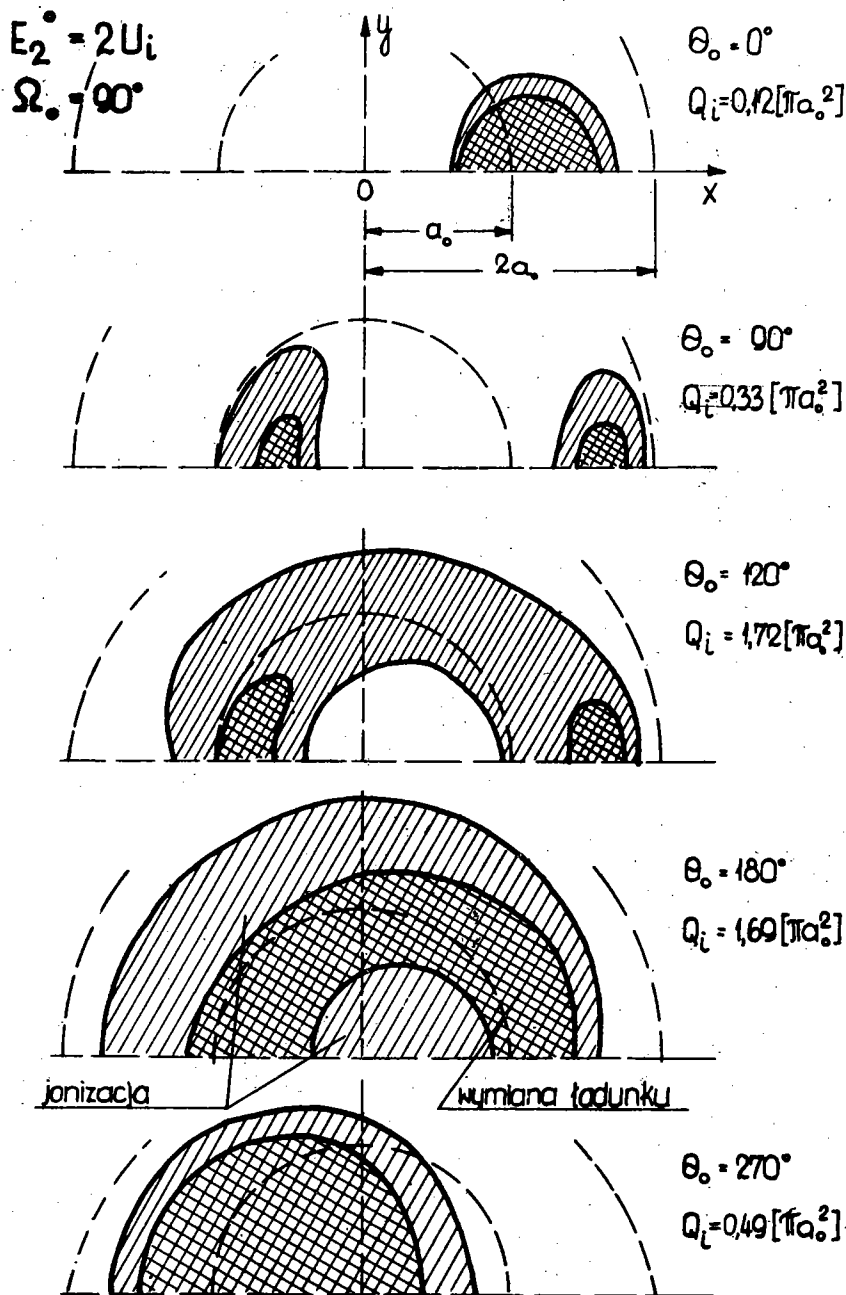
gdzie  $\beta$  jest numerycznie dobranym parametrem.

Całkowanie prowadzono do momentu, gdy jeden z dwóch istniejących elektronów odszedł na odległość taką (co najmniej  $22 a_0$ ), że energia potencjalna jego oddziaływania z jądrem była do pominięcia.

W sytuacji powyższej przeprowadzono testy klasyfikujące typ zaistniałego zderzenia:



Rys.5. Sposób wyznaczania różniczkowego przekroju czynnego z funkcji  $\Delta E(x, y, \theta_0, \Omega_0)$



Rys.6. Przekroje czynne dla modelu Bohra atomu wodoru dla różnych wartości kąta  $\theta_0$ , dla  $E_2^0 = 2U_i$  i  $\Omega_0 = 90^\circ$

$$\begin{aligned} \text{jeżeli } |\Delta E_2| > E_2^0 & \quad - \text{wymiana ładunku,} \\ \text{jeżeli } E_2^0 < |\Delta E_2| > U_1 & \quad - \text{jonizacja,} \end{aligned} \quad (22)$$

W pozostałych przypadkach - rozproszenie.

W nierównościach powyższych  $\Delta E_2$  oznacza zmianę energii elektronu bombardującego, a  $U_1$  potencjał jonizacji atomu.

Na rys.5 przedstawiono sposób postępowania; znaleziono na płaszczyźnie  $\tilde{\Delta E} = f(x_2, y_2, \theta_0, \Omega_0)$  przedziały wyznaczone (przez płaszczyznę  $\tilde{\Delta E} = \text{const}$ ) przez testy (22) i znaleziono rzut otrzymanej obwiedni izoenergetycznej na płaszczyznę  $xy$  (rzuty takie dla różnych  $\theta_0$  pokazano na rys.6). Znajdując następnie pola uzyskanych przekrojów dla jonizacji, bądź wymiany ładunku i odnosząc je względem  $\pi a_0^2$  otrzymuje się "geometryczne" przekroje czynne odpowiednio na jonizację i wymianę ładunku. Autor jest w posiadaniu wykresów prawdopodobieństw geometrycznych (jako "geometrycznych" przekrojów czynnych) dla szerokiego zakresu zmiany parametrów początkowych a mianowicie:

$$\theta_0 [0 \div \pi], \quad \Omega_0 [0 \div \pi], \quad E_2^0 [1 \div 40 U_1],$$

przy czym wyniki te dotyczą jak zaznaczono we wstępie procesu jonizacji i wymiany ładunku dla oddziaływania elektronu z atomem wodoru w stanie podstawowym. Jest oczywiste, iż metoda ta jest ogólna i może być także (podobnie jak omówiona wcześniej metoda analityczna) użyta do oddziaływań zarówno elektronów jak i protonów z innymi atomami (w tym także w stanie wzbudzonym), jednakże już przy atomach z małą liczbą atomową (hel, lit) czasy całkowania stają się niezwykle długie, jednak i wtedy można je skracać przez użycie półanalitycznych formuł (w niektórych tylko okresach dalekozasięgowych oddziaływań w trakcie zderzenia) wyprowadzonych na podstawie rachunku perturbacyjnego. Obliczenia dla stanów wzbudzonych atomu wodoru były robione m.innymi przez autora [3]. Podana powyżej metoda wymaga jednak minimalnych modyfikacji wynikających z faktu iż dla stanów wzbudzonych moduł wektora  $|\vec{r}_1^0|$  opisywany jest przez zależność Keplera (orbity wg modelu atomu Sommerfelda są elipsami)

$$r_1^0 = a_e (1 - f \cos \xi_0), \quad (23)$$

gdzie:  $a_e$  (duża półoś elipsy)

$f$  (mimośrodek) wynikają z prostych zależności Sommerfelda dla atomu w stanie wzbudzonym,

$\xi_0$  jest anomalią mimośrodkową (równoważną w przypadku orbity Bohra fazie  $\theta_0$ ).

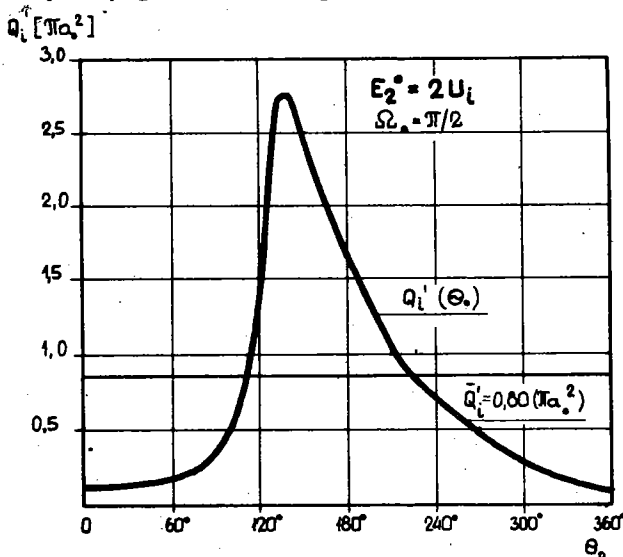
Inną postać będzie miało równanie (20), gdyż okres obiegu elipsy ma postać następującą

$$T = 2 a_e \pi \left[ m_1 / (2 U_i) \right]^{\frac{1}{2}} \quad (24)$$

Do równań (22) należy także dodać test klasyfikacyjny wzbudzenia atomu, a mianowicie:

$$E_2^0 < |\Delta E_2| > U_{ip}. \quad (25)$$

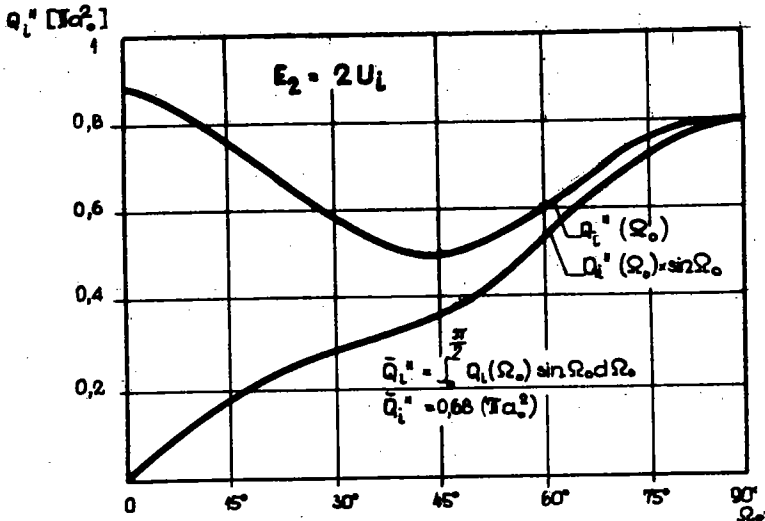
Mając określoną krzywą  $Q_i' = f(\theta_0)$  (otrzymaną na podstawie "geometrycznych" przekrojów czynnych  $Q_i$ , dla przykładowej energii  $E_2^0 = 2 U_i$  oraz kąta  $\Omega_0 = \pi/2$  - rys.6) przedstawioną na rys.7, gdzie także pokazano uśrednione po całym



Rys.7. Funkcja  $Q_i'(\theta_0)$  i jej uśrednienie po kącie  $\theta_0$ .

przedziale kąta  $\theta_0$  (waga statystyczna tej fazy jest oczywiście stała dla całego przedziału i wynosi 1), można po wyznaczeniu (w całym przedziale zmienności fazy  $\Omega_0$ ) funkcji  $Q_i'' = f(\Omega_0)$  znaleźć ostateczną (uśrednioną z wagą statystyczną  $\sin \Omega_0$ ) wartość  $\bar{Q}_i''$  równą  $0,68 \pi a_0^2$  (rys.8). Wartość

przekroju czynnego dla procesu jonizacji wodoru atomowego dla tej samej energii elektronu bombardującego  $E_2^0 = 2 U_1$  wynosi  $0,54 \pi a_0^2$  wg eksperymentalnych danych Fite'a i Brackmanna [5].



Rys.8. Funkcja  $Q_1''(\Omega_0)$  i jej uśrednienie po kącie  $\Omega_0$

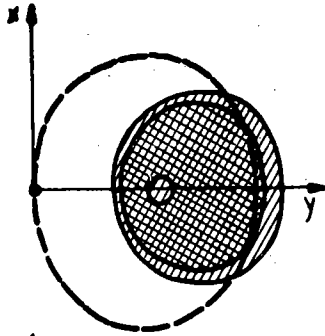
Obliczenia wykonywano w atomowym układzie jednostek i całkowita dokładność metody w określaniu przekrojów czynnych została oszacowana na około 5%. Rachunki numeryczne wykonywano na emc Gier, programowanej w języku Algol.

#### 4. UWAGI KOŃCOWE

Na rys.9 autor zestawiał "geometryczne" przekroje czynne oddziaływania e-H<sub>1s</sub> dla metody analitycznej i numerycznej dla niektórych geometrii zderzenia i przy energiach elektronów  $2 U_1$  oraz  $40 U_1$ . Z zestawienia tego wynika jednoznacznie, iż dla małych energii elektronów rozbieżność między wynikami końcowymi obu metod jest znaczna i to zarówno ilościowa (wartość bezwzględna przekrojów czynnych) jak i jakościowa (położenie i kształt pól prawdopodobieństw), natomiast dla dużych energii elektronów zgodność zarówno jakościowa jak i ilościowa jest dobra i dla prezentowanych przykładów różnica względna nie przekracza kilku procent. Z powyższego wynika "wyższość" pod

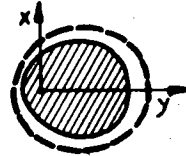
$$E_2^0 = 2U_i$$

$$\begin{aligned} \theta_0 &= 0^\circ \\ \Omega_0 &= 0^\circ \\ Q_i &= 0,124 [\pi\alpha_0^2] \\ Q_{BE} &= 0,727 [\pi\alpha_0^2] \end{aligned}$$

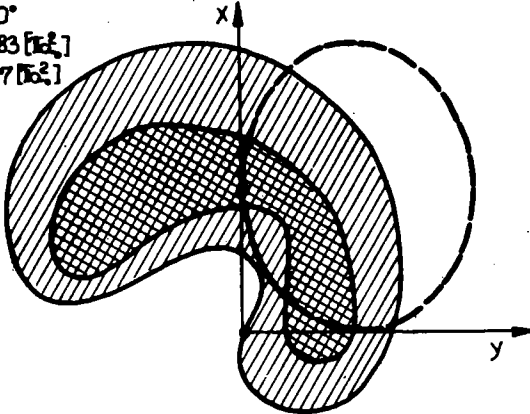


$$E_2^0 = 40U_i$$

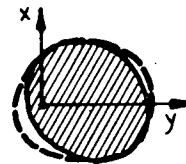
$$\begin{aligned} \theta_0 &= 0^\circ \\ \Omega_0 &= 0^\circ \\ Q_i &= 0,131 [\pi\alpha_0^2] \\ Q_{BE} &= 0,164 [\pi\alpha_0^2] \end{aligned}$$



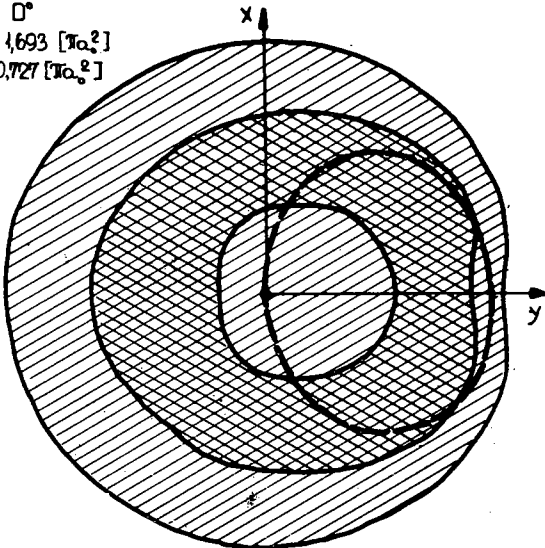
$$\begin{aligned} \theta_0 &= 0^\circ \\ \Omega_0 &= 90^\circ \\ Q_i &= 0,883 [\pi\alpha_0^2] \\ Q_{BE} &= 0,727 [\pi\alpha_0^2] \end{aligned}$$



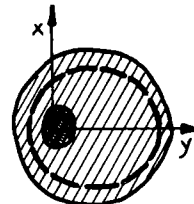
$$\begin{aligned} \theta_0 &= 0^\circ \\ \Omega_0 &= 90^\circ \\ Q_i &= 0,174 [\pi\alpha_0^2] \\ Q_{BE} &= 0,164 [\pi\alpha_0^2] \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \theta_0 &= 180^\circ \\ \Omega_0 &= 0^\circ \\ Q_i &= 1,693 [\pi\alpha_0^2] \\ Q_{BE} &= 0,727 [\pi\alpha_0^2] \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \theta_0 &= 180^\circ \\ \Omega_0 &= 0^\circ \\ Q_i &= 0,258 [\pi\alpha_0^2] \\ Q_{BE} &= 0,164 [\pi\alpha_0^2] \end{aligned}$$



Rys.9. Porównanie jonizacyjnych numerycznych przekrojów czynnych  $Q_i$  dla modelu atomu Bohra (linia ciągła) z przekrojami czynnymi metody analitycznej (linia przerywana) dla różnych kątów  $\theta_0$  i  $\Omega_0$  oraz dla energii elektronów  $E_2^0 = 2U_i$  i  $40U_i$

względem czasochłonności metody analitycznej nad bardzo pracochłonną metodą numeryczną dla zderzeń atomów z wysokoenergetycznymi elektronami.

Metoda numeryczna, chociaż bardzo pracochłonna, jest metodą najbardziej szczegółową ze znanych dotąd metod określania przekrojów czynnych, tzn. uwzględnia cały proces oddziaływania (w oparciu oczywiście o mechanikę klasyczną) bez większych założeń upraszczających jak to się powszechnie czyni w rozważaniach analitycznych. Metoda numeryczna daje także świetny opis jakościowy zderzenia i pozwala określać nie tylko przekroje czynne dla procesów jonizacji i wzbudzenia, lecz także dla procesów wymiany ładunku, czego przedstawiona w pracy metoda analityczna nie jest w stanie określić. Zgodność uśrednionego po kątach  $\theta_0$  i  $\Omega_0$  przekroju czynnego dla jonizacji atomu wodoru elektronami uzyskanego na podstawie metody numerycznej z eksperymentem Fite'a i Brackmanna [5] jest zadowalająca, gdyż np.:

$$\text{dla } E_2^0 = 2 U_1; \quad Q_1 = 0,68 \pi a_0^2, \quad Q_{\text{exp}} = 0,54 \pi a_0^2,$$

$$\text{dla } E_2^0 = 40 U_1; \quad Q_1 = 0,17 \pi a_0^2, \quad Q_{\text{exp}} = 0,21 \pi a_0^2.$$

Dane eksperymentalne innych badaczy, jak np. Boksenberga [5] czy Rothe'a [5] są niemal identyczne jak dane Fite'a i Brackmanna.

#### BIBLIOGRAFIA

- [1] Gryziński M., Kunc J., Zgorzelski M.: Physics Letters 38A1 (1972), 35.
- [2] Gryziński M., Kunc J., Zgorzelski M.: Journ. of Physics B, 11 (1973), 78.
- [3] Bzowski J., Gryziński M., Kunc J., Zgorzelski M.: Proc. of 8th Intern. Conf. on Electr. and Atomic Coll. - Beograd (1973).
- [4] Gryziński M.: Phys. Revue 138 (1965) A 336.
- [5] Kieffer I.J., Dunn G.H.: Revs. Mod. Phys. 38 (1966) 1.



**ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ИНТЕРПРЕТАЦИЯ ЭФФЕКТИВНЫХ СЕЧЕНИЙ  
В ЛАБОРАТОРНОЙ СИСТЕМЕ ДЛЯ УДАРА ЭЛЕКТРОН-АТОМ ВОДОРОДА****К р а т к о е   с о д е р ж а н и е**

В работе представлено два метода (аналитический и вычислительный) для детерминации "геометрических" эффективных сечений столкновительных процессов ионизации. Аналитический метод сделанный на базе бинарной аппроксимации, зато вычислительный на базе анализа трёх тел. Оба метода сравнено с собой и с экспериментальными данными для процесса ионизации атомного водорода с основного состояния. Методы представлено в лабораторной системе координат, потому что она играет особую роль в интерпретации экспериментальных результатов.

**A GEOMETRICAL INTERPRETATION OF CROSS SECTIONS FOR AN ELECTRON-HYDROGEN ATOM IMPACT  
WITHIN A LABORATORY SYSTEM****S u m m a r y**

Two methods, the analytical and the numerical one, have been presented in this paper, of determination of differential cross sections for collisional ionization processes. The analytical method is based upon a binary encounter approximation, while the numerical method—upon an analysis of three-body effects. Both methods have been mutually compared, and confronted with experimental data for the process of ionization of a hydrogen atom, as commenced with its ground state.

The description of the methods involved has been presented in the form of a laboratory system of coordinates, as this latter is of a particular importance for the interpretation of results of the experiment.

Rękopis dostarczone w lipcu 1974 r..