

dr inż. Krzysztof Urbaniec

Instytut Techniki Ciepłej

PODSTAWY DECYZJI OPTYMALNYCH W PROJEKTOWANIU TYPOSZEREGÓW

1. Wstęp

Masowe, lecz zróżnicowane w szczegółach, zapotrzebowanie na produkt przemysłowy określonego typu może stworzyć celowość seryjnego wytwarzania pewnej liczby wersji produktu. Powstaje wtedy problem projektowy polegający na opracowaniu zbioru konstrukcji, tj. typoszeregu. Specyfice tego zadania poświęcano dotąd zbyt mało uwagi, nie wykorzystując należycie możliwości doskonalenia rozwiązań przez powiązanie decyzji projektanta z wytwarzaniem i użytkowaniem produktu.

W literaturze z zakresu optymalizacji konstrukcji głównym przedmiotem zainteresowania jest decyzja, kształtująca jedną wersję konstrukcji dla określonego sposobu użytkowania [4]. W literaturze normalizacyjnej znane są prace na temat optymalnych typoszeregów, jednakże ograniczają się one do "podporządkowania" wcześniej podjętych decyzji konstruktora [1].

Niniejsza praca stanowi teoretyczne rozwinięcie praktycznego problemu, którego rozwiązanie zostało wykorzystane w przemyśle [5,7]. Optymalizację typoszeregu rozpatruje się jako racjonalne kształtowanie zbioru konstrukcji, łącząc w jedną całość i uogólniając "klasyczne" zadanie optymalizacji konstrukcji oraz pomysły wysuwane w teorii normalizacji.

Według tradycyjnej terminologii, przedstawiony w niniejszej pracy model matematyczny pozwala na równoczesną optymalizację unifikacji i stopniowania parametrów typoszeregu.

2. Pojęcia podstawowe

2.1. Konstrukcja

Pojedynczą konstrukcją rozważanego typu można formalnie rozpatrywać jako punkt x w wielowymiarowej przestrzeni euklidesowej R^m . Układ współrzędnych tej przestrzeni określają istotne cechy konstrukcji podlegające decyzji projektanta, jak wymiary, własności materiałów, a niekiedy i nominalne parametry pracy (np. nominalna prędkość obrotowa, nominalne ciśnienie robocze). Określenie punktu następuje przez podanie współrzędnych - liczb wyrażających cechy konstrukcji, tzn. jeśli liczba cech wynosi m , to $x = (x_1, x_2, \dots, x_m)$. W przestrzeni R^m interesujące są tylko te punkty, które spełniają oczywiste ograniczenia fizyczne, normalizacyjne itp. (np. ograniczenia wymiarów, wymagania obowiązujących norm). Rozumowanie dotyczy wtedy pewnej podprzestrzeni domkniętej X , która będzie nazywana przestrzenią konstrukcji. Przestrzeń domkniętych podzbiorów X będzie oznaczana $\Omega(X)$.

2.2. Sposób użytkowania

Różne egzemplarze produktu wytwarzanego seryjnie mogą być wykorzystywane przez poszczególnych użytkowników przy różnych rzeczywistych parametrach pracy. Każdemu sposobowi użytkowania można przyporządkować punkt y w wielowymiarowej przestrzeni euklidesowej R^n . Układ współrzędnych jest tu określony przez parametry pracy istotne z dwu punktów widzenia: konstruktora i użytkownika. Wybór tych parametrów należy rozumieć bardzo ogólnie, np. jeśli rozpatrywana konstrukcja pracuje przy zmiennym ciśnieniu, to w zbiorze parametrów pracy można umieścić ciśnienie minimalne obok ciśnienia maksymalnego. Punkt w przestrzeni R^n określa się podając współrzędne - liczby wyrażające parametry pracy, tzn. jeśli liczba parametrów wynosi n , to $y = (y_1, y_2, \dots, y_n)$. Interesujące są te punkty w przestrzeni R^n , w których spełnione są oczywiste ograniczenia fizyczne, techniczne itp. (np. ograniczenia temperatury lub ciśnienia związane z typem konstrukcji). Rozumowanie dotyczy wtedy pewnej podprzestrzeni domkniętej Y , która

będzie nazywana przestrzenią sposobów użytkowania. Przestrzeń domkniętych podzbiorów Y będzie oznaczana $\Omega(Y)$.

2.3. Zasady konstruowania i użytkowania

W projektowaniu, a następnie użytkowaniu konstrukcji konieczne jest uwzględnienie dwu podstawowych grup zależności. Jedna z nich wynika ze specyficznych dla pracy konstrukcji zjawisk fizycznych, rządzonych np. prawami mechaniki i termodynamiki lub też przebiegających zgodnie ze znanymi związkami empirycznymi. Druga grupa - to reguły sztuki inżynierskiej, zasady bezpieczeństwa itp. Całość można zwykle sprowadzić do układu równań i nierówności (układ ograniczeń):

$$\begin{aligned} g_j(x,y) &= 0 & j &= 1,2,\dots,p, \\ h_k(x,y) &\leq 0 & k &= 1,2,\dots,q, \end{aligned} \quad (1)$$

gdzie

g_j, h_k - funkcje rzeczywiste określone na iloczynie kartezjańskim $X \times Y$.

Układ ten definiuje funkcje pozwalające opisać wzajemne powiązania rozwiązań konstrukcyjnych i sposobów użytkowania:

$1^\circ \rho : X \rightarrow \Omega(Y)$. Konstrukcjom przyporządkowane są zbiory poprawnych sposobów użytkowania, tzn.:

$$\rho(x) = \left\{ y \in Y : \begin{aligned} &g_j(x,y) = 0, \quad h_k(x,y) \leq 0; \quad j = 1,2,\dots,p; \\ &k = 1,2,\dots,q \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

$2^\circ \eta : Y \rightarrow \Omega(X)$. Sposobom użytkowania przyporządkowane są zbiory konstrukcji prawidłowo rozwiązanych, tzn.:

$$\eta(y) = \left\{ x \in X : \begin{aligned} &g_j(x,y) = 0, \quad h_k(x,y) \leq 0; \quad j = 1,2,\dots,p; \\ &k = 1,2,\dots,q \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

2.4. Ocena konstrukcji, zadania optymalizacyjne

Ocenę rozwiązań unikalnej konstrukcji dla znanego sposobu użytkowania można sformalizować wyrażając kryterium oceny ja-

ko funkcję rzeczywistą, zależną od wielkości podlegających decyzji projektanta (funkcja celu). Parametry pracy występują zwykle w tej funkcji jako znane liczby, co wystarcza do uwzględnienia punktu widzenia użytkownika.

W projektowaniu konstrukcji wytwarzanej seryjnie pojawia się problem oceny rozwiązań przy różnych sposobach użytkowania. Uwzględnienie punktu widzenia użytkowników - zgodnie z postulatem często wysuwany pod adresem działalności normalizacyjnej - wymaga więc uzależnienia funkcji celu także od rzeczywistych parametrów pracy, tzn. określenia tej funkcji na iloczynie kartezjańskim $X \times Y$. Przykładem może być funkcja wyrażająca łączny koszt zakupu i eksploatacji lub oparte na tym koszcie wskaźniki.

Przyjmując dla funkcji celu oznaczenie $d(x,y)$ i zakładając, że jej wartość powinna być jak najmniejsza, można zwięźle zapisać dwa "elementarne" zadania optymalizacyjne:

1. Zadanie projektanta, który dla określonego sposobu użytkowania $*y$ (wskaźnik u góry stosowany dla punktów, wskaźnik u dołu - dla współrzędnych) poszukuje najlepszego rozwiązania konstrukcyjnego - znaleźć takie $*^0x$, że

$$d(*^0x, *y) = \inf_{x \in \eta(*y)} d(x, *y) \quad (4)$$

Zapis przypomina, że rozwiązanie musi zapewnić spełnienie ograniczeń (zbiór konstrukcji dopuszczalnych $\eta(*y)$).

2. Zadanie użytkownika, który dla określonej konstrukcji $'x$ poszukuje najkorzystniejszego sposobu użytkowania - znaleźć takie $'^0y$, że:

$$d('x, '^0y) = \inf_{y \in \rho('x)} d('x, y) \quad (5)$$

Zapis przypomina, że rozwiązanie musi zapewnić spełnienie ograniczeń (zbiór dopuszczalnych sposobów użytkowania $\rho('x)$).

W projektowaniu optymalnych typoszeregów zadania podobne do powyższych są częściami składowymi bardziej złożonej całości.

3. Pojęcia związane z typoszeregami

3.1. Typoszereg

Typoszereg, tj. zbiór wersji konstrukcji przeznaczonych do wytwarzania (zbiór typowielkości) traktować można na gruncie pojęć z rozdziału 2 jako zbiór Γ zawarty w przestrzeni X . Rozpatrując różne rozwiązania typoszeregu, rozważa się pewną przestrzeń W możliwych zbiorów typowielkości. W najogólniejszym przypadku jest to zbiór wszystkich skończonych podzbiorów przestrzeni X ; zazwyczaj jednak chodzi o przestrzeń zbiorów skończonych, spełniających pewne dodatkowe warunki (np. związane z zamiennością części lub podzespołów, pożądanym stopniowaniem wymiarów itp.).

3.2. Użytkowanie konstrukcji typowych

Do każdej typowielkości z osobna odnoszą się uwagi z rozdziałów 2.2 i 2.3. Dzięki temu, że o wyborze współrzędnych w przestrzeni sposobów użytkowania decyduje typ konstrukcji a nie jej szczegółowe rozwiązanie, jedna przestrzeń Y i jeden układ ograniczeń wystarczają do analizy użytkowania wszystkich typowielkości.

Podstawą doboru typowielkości do sposobu użytkowania y jest sprawdzenie, które konstrukcje typowe mieszczą się w zbiorze rozwiązań dopuszczalnych $\eta(y)$. Ponieważ może ich być więcej niż jedna, o ostatecznym wyborze decydują inne czynniki, zazwyczaj wynik ekonomicznej oceny. Sposób oceny konstrukcji jest rozważany w rozdziale 3.4.

3.3. Analiza zapotrzebowania

Program seryjnego wytwarzania konstrukcji określonego typu musi być dostosowany do potrzeb użytkowników. Tradycyjny sposób analizy tego zagadnienia oparty jest na pojęciu "rozkładu zapotrzebowania", tj. funkcji wyznaczonej na podstawie statystyk sprzedaży lub wyników ankiety i wyrażającej gęstość prawdopodobieństwa zgłoszenia zapotrzebowania na poszczególne konstrukcje z przestrzeni X .

W niniejszej pracy proponuje się inny sposób analizy potrzeb, polegający na określaniu prawdopodobieństwa wystąpienia różnych sposobów użytkowania z przestrzeni Y . Aby to zrealizować, należy pytać użytkowników nie o to, jakie chcą otrzymać konstrukcje, lecz o przewidywane sposoby użytkowania. Na podstawie wyników ankiety lub statystyk zamówień można na podzbiorach przestrzeni Y określić miarę probabilistyczną μ ; w szczególnym przypadku będzie to miara z gęstością (tzn. $d\mu(y) = \varphi(y) \cdot dy$, gdzie φ - funkcja rzeczywista określona na elementach przestrzeni Y).

Podstawową zaletą proponowanej innowacji jest to, że umożliwia ona - zgodnie z jeszcze jednym postulatem wysuwany dla działalności normalizacyjnej - podnoszenia poziomu technicznego rozwiązań. Użytkownik musi zawsze określić sposób użytkowania y , zanim podejmie decyzję o wyborze jednej konstrukcji ze zbioru $\eta(y)$, nie zawsze jednak potrafi trafnie określić optymalny wybór.

Tradycyjna metoda badania potrzeb użytkowników odzwierciedla więc stan ich wiedzy o konstrukcji; dostosowane do tego typoszeregi utrwalają istniejący poziom techniczny. Natomiast projektant typoszeregu, znając przewidywany sposób użytkowania, zwykle potrafi znaleźć lepszą konstrukcję po rozwiązaniu zadania typu 1. z rozdziału 2.4.

3.4. Ocena konstrukcji typowych na tle typoszeregu

Seryjne, równoczesne wytwarzanie kilku konstrukcji wprowadza do metodyki ich oceny elementy, nie występujące w ocenie pojedynczego produktu. Przy określonym całkowitym zapotrzebowaniu, liczba typowości decyduje o długościach serii produkcyjnych, a więc wpływa na koszty wytwarzania. Unifikacja typoszeregu, tzn. nadanie zbiorowi Γ pewnych szczególnych cech, również wpływa na koszty wytwarzania. Projektant, oceniający rozwiązanie konstrukcyjne według zasad omówionych w rozdziale 2.4 może przy różnych typoszeregach dojść do różnych wniosków. Najbardziej oczywistym faktem jest to, że jeśli rozważana konstrukcja x zostanie przyjęta za typową ($x \in \Gamma$), to może być tanio produkowana; w przeciwnym przypadku ($x \notin \Gamma$)

koszt wytwarzania będzie wyższy. Identyfikacja zależności kosztów od typoszeregu była już podejmowana w przemyśle i dała dobre wyniki [1].

Z powyższego wynika, że równoczesne wzięcie pod uwagę interesów producenta i użytkownika wymaga, by funkcja celu dla konstrukcji, rozważanych przy projektowaniu typoszeregów (jednostkowa funkcja celu), była określona na produkcie kartezjańskim $X \times Y \times W$. Ściśle biorąc, funkcja może być określona na zbiorze

$$P = \left\{ (x, y, \Gamma) \in X \times Y \times W : y \in \rho(x) \right\}, \quad (6)$$

gdyż ocena konstrukcji jest aktualna tylko przy dopuszczalnych sposobach użytkowania. Dla wygody warto jednak rozszerzyć funkcję na cały produkt $X \times Y \times W$, np. przyjmując, że jej wartość jest nieskończenie duża poza zbiorem P .

Dla jednostkowej funkcji celu przyjmuje się oznaczenie f , tzn.

$$f: X \times Y \times W \rightarrow R. \quad (7)$$

W zastosowaniach praktycznych funkcja ta jest półciągła z dołu względem x oraz jest ciągła ze względu na y na każdym $\rho(x)$, stąd wynika półciągłość z dołu względem y na całym Y . Ma to znaczenie dla prawidłowości definicji wprowadzanych w rozdziale 4.

4. Ocena i optymalizacja typoszeregu

4.1. Następstwa wprowadzenia rozwiązań typowych

Wprowadzenie typoszeregu wpływa na wytwarzanie konstrukcji przez jednego lub więcej producentów oraz na eksploatację u licznych użytkowników. Określona poprzednio jednostkowa funkcja celu sprowadza wszystkie efekty do pojedynczych egzemplarzy konstrukcji, przekazanych do użytkowania. Łączny efekt można zatem mierzyć średnią wartością tej funkcji z wszystkich zastosowań konstrukcji.

Rozważmy racjonalne zastosowania konstrukcji należących do dowolnego podzbioru Δ przestrzeni konstrukcji, po wprowadzeniu do praktyki typoszeregu Γ (w dalszym rozumowaniu wystąpią dwa szczególne przypadki, $\Delta = \Gamma$ i $\Delta = X$). Racjonalne wykorzystanie zbioru Δ polega na tym, że do określonych sposobów użytkowania konstrukcje są dobierane w sposób optymalny, tzn. zgodnie z zasadą (4). Wobec tego dla dowolnych parametrów użytkowania i dowolnego typoszeregu, jednostkowa funkcja celu przybiera wartość najmniejszą, możliwą ze względu na x ze zbioru Δ .

Aby prześledzić następstwa tego faktu, opiszmy go funkcją rzeczywistą f_{Δ} , określoną na przestrzeni $Y \times W$ i taką, że

$$f_{\Delta}(y, \Gamma) = \inf_{x \in \Delta} f(x, y, \Gamma). \quad (8)$$

Po wprowadzeniu typoszeregu, poszczególnym konstrukcjom ze zbioru Δ będą przyporządkowane zbiory celowych sposobów użytkowania

$$\Phi_{\Delta}(x, \Gamma) = \{y \in \rho(x) : f(x, y, \Gamma) = f_{\Delta}(y, \Gamma)\}. \quad (9)$$

Przy racjonalnym wykorzystaniu konstrukcji x , efekty jej stosowania powstają zatem przy sposobach użytkowania ze zbioru $\Phi_{\Delta}(x, \Gamma)$. Kumulując efekty wszystkich możliwych zastosowań, podobnie jak w optymalizacji szeregów parametrycznych [6] i norm bezpieczeństwa konstrukcji [3], za miarę łącznego efektu stosowania konstrukcji x można przyjąć wyrażenie

$$F(x, \Gamma) = \int_{\Phi} f(x, y, \Gamma) d\mu(y), \quad (10)$$

gdzie

$$\Phi = \Phi_{\Delta}(x, \Gamma).$$

Całkę powyższą należy interpretować jako całkę Lebesgue'a -Stieltjesa. Zauważmy, że zależność efektu od typoszeregu wynika z funkcji podcałkowej oraz obszaru całkowania.

4.2. Optymalizacja typoszeregu

Rozważmy racjonalne zastosowania konstrukcji tworzących typoszereg $\Gamma = \{x_i; i = 1, 2, \dots, r\}$. Zgodnie z poprzednim roz-

działem, każda typowielkość i_x będzie stosowana przy sposobach użytkowania ze zbioru

$$\Phi_i = \Phi_{\Gamma}(i_x, \Gamma) . \quad (11)$$

Miarą efektu zastosowań typoszeregu będzie wyrażenie wykorzystujące zasadę (10)

$$G(\Gamma) = \sum_{i=1}^r \int_{\Phi_i} f(i_x, y, \Gamma) d\mu(y) . \quad (12)$$

Rozsądne rozwiązanie typoszeregu powinno zapewnić każdemu użytkownikowi techniczną możliwość zastosowania co najmniej jednej typowielkości. Oznacza to, że zbiory poprawnych sposobów użytkowania typowielkości powinny tworzyć pokrycie skończone przestrzeni Y

$$\dot{Y} = \bigcup_{x \in \Gamma} \rho(x) . \quad (13)$$

Optymalny typoszereg powinien zapewniać minimum funkcjonau G przy równoczesnym spełnieniu warunku (13).

Przedstawiony model teoretyczny usuwa istotną wewnętrzną sprzeczność tradycyjnego projektowania typoszeregów. Polegała ona na tym, że rozważając różne typoszeregi nie uwzględniano ich wpływu na preferencje użytkowników - zakładano bowiem niezmienny rozkład zapotrzebowania na poszczególne konstrukcje. Tymczasem miara prawdopodobieństwa μ w wyrażeniu (12) opisuje rozkład sposobów użytkowania, który nie zależy od rozwiązania typoszeregu. Wpływ typoszeregu na preferencje użytkowników jest natomiast widoczny w zależności (11) obszarów celowych zastosowań od typoszeregu.

4.3. Optymalna zalecenie

Typoszereg może być wprowadzony do praktycznych zastosowań albo przez normę obowiązującą, albo w formie propozycji (zalecenia) producenta. W tym drugim przypadku użytkownik może wybierać konstrukcje z całej przestrzeni X - zarówno roz-

wiązania typowe, jak i specjalnie projektowane. Zastosowań konstrukcji typowych można wtedy oczekiwać tylko przy takich parametrach użytkownika, przy których będą one lepsze od innych możliwych rozwiązań. Zbiór celowych sposobów użytkownika typowości i_x jest więc definiowany inaczej niż poprzednio

$$\Phi_i^* = \Phi_X(i_x, \Gamma) . \quad (14)$$

Miarą efektu stosowania typoszeregu będzie wyrażenie analogiczne do (12), ale z obszarami całkowania określonymi przez (14). Zachodzi jeszcze pytanie, czy dla zalecanego typoszeregu jest wystarczający warunek (13). Aby skłonić wszystkich użytkowników do stosowania typowych konstrukcji, należy postarać się aby były one lepsze (w sensie wskaźnika jakości f) od wszystkich innych rozwiązań. Można to wyrazić warunkiem mocniejszym od (13)

$$Y = \bigcup_{x \in \Gamma} \Phi_X(x, \Gamma) . \quad (15)$$

Trzeba dodać, że powyższe dociekania wyprzedzają praktykę normalizacji. Przy opracowaniu zarówno norm obowiązujących, jak i zaleceń można obecnie spotkać arbitralne założenia, bez ścisłego określenia ich następstw.

5. Zastosowania

5.1. Uwagi ogólne

Schemat rozumowania przedstawiony w niniejszej pracy można wykorzystać niezależnie od dokładności opisu wpływu typoszeregu na wartość wskaźnika przyjętego za jednostkową funkcję celu. W szczególności można więc przyjąć, że decydujący jest wpływ liczby typowości (f określona na produkcie $X \times Y \times N$, gdzie N - przestrzeń liczb naturalnych) lub że typoszereg nie wpływa na jednostkową funkcję celu (f określona na produkcie $X \times Y$). Zasada oceny typoszeregu zastosowana w wyrażeniu (12) zachowuje swój sens także i przy tych założeniach, gwarantując

wysoki poziom techniczny rozwiązania uznawanego za optymalne oraz jego dostosowanie do istniejących potrzeb.

Własność ta stanowi istotną zaletę modelu w stosunku do znanych prób globalnego ujęcia efektów normalizacji [2]. Praktyka wykazała bowiem, że identyfikacja problemu w ujęciu globalnym jest rzadko kiedy możliwa.

5.2. Optymalny szereg długości prętów

Przykład niniejszy (modyfikacja problemu opisanego przez Sittiga [6]) wykazuje, że zaproponowany model jest uogólnieniem metod stosowanych już w normalizacji.

Rozpatruje się stopniowanie długości prętów stalowych używanych do zbrojenia betonu. Przyjmuje się, że w praktyce są stosowane - z jednakowym prawdopodobieństwem - pręty o długościach mieszczących się w przedziale $[a, b]$. Normalizacja długości spowoduje, że użytkownicy muszą na ogół kupować pręty zbyt długie, a potem przycinać je odrzucając bezużyteczne kawałki (przy założeniu, że $b < 2a$). Powoduje to straty, ale z drugiej strony - produkcja prętów idealnie dopasowanych długością spowodowałaby wzrost kosztu wskutek strat czasu na realizację zamówień i utrudnienia dystrybucji. Podstawowe elementy sformułowania zagadnienia są następujące:

- 1) przestrzeń $X: [a, b] \subset \mathbb{R}$,
- 2) przestrzeń $Y: [a, b] \subset \mathbb{R}$,
- 3) przestrzeń W : przestrzeń skończonych ciągów rosnących

$$w [a, b],$$

- 4) ograniczenie: $y - x \leq 0$,

- 5) rozkład sposobów użytkowania: $d\mu(y) = \frac{1}{b-a} dy$,

- 6) jednostkowa funkcja celu: $f(x, \Gamma) = \begin{cases} Ax + B r^\nu & \text{dla } x \in \Gamma \\ Cx & \text{dla } x \notin \Gamma \end{cases}$
(koszt zastosowania pręta)

A, B, C, ν - stałe; r - liczba elementów typoszeregu; $C \gg A$,

- 7) szereg zostanie wprowadzony normą obowiązującą.

Charakterystyczną cechą problemu jest identyczność przestrzeni X i Y . Ponieważ dotychczasowe próby optymalizacji typoszeregów podejmowano tylko dla takich przypadków, w modelach

decyzyjnych nie wprowadzono w ogóle pojęcia przestrzeni sposobów użytkowania.

Z ograniczenia (4) wynika określenie zbioru poprawnych sposobów użytkowania pręta x : $\rho(x) = [a, x]$; zbiorem dopuszczalnych prętów dla sposobu użytkowania y jest natomiast $\eta(y) = [y, b]$.

Optymalny wybór pręta z szeregu, dla danego sposobu użytkowania y , polega na znalezieniu takiego $^i x \in \Gamma$, że

$$f(^i x, \Gamma) = \inf_{x \in \Gamma \cap \eta(y)} f(x, \Gamma). \quad (16)$$

W związku z tym zbiór celowych sposobów użytkowania typowości, zgodnie z definicją (11)

$$\Phi_i = [^i x, ^{i-1} x] \quad \text{dla } i > 1,$$

natomiast

$$\Phi_1 = [a, ^1 x].$$

Spełnienie warunku (13) uzyskuje się przy $^r x = b$. Średni koszt stosowania prętów z szeregu wyniesie wtedy

$$G(\Gamma) = \frac{1}{b-a} \left[\int_a^{^1 x} (A \cdot ^1 x + B \cdot r^y) dy + \sum_{i=2}^r \int_{^{i-1} x}^{^i x} (A \cdot ^i x + B \cdot r^y) dy \right]. \quad (17)$$

W wyrażeniu tym nie występuje w ogóle stała C - w praktyce będą stosowane tylko rozwiązania typowe, gdyż norma jest obowiązująca. Badając następnie układ równań rekurencyjnych opisujących położenie minimum, $\frac{\partial G}{\partial ^i x} = 0$; $i=1, 2, \dots, r$ (r jest niewiadomą) można dowieść, że optymalny szereg długości musi być postępem arytmetycznym. Średni koszt dla takich szeregów zależy już tylko od liczby typorozmiarów r .

$$G(\Gamma) = \frac{A}{2r} [(r+1)b + (r-1)a] + B r^y. \quad (18)$$

Przy danych a, b, ν, A i B , można stąd łatwo wyznaczyć optymalne r .

5.3. Typoszereg wymienników ciepła

Prace nad typoszeregiem wymienników ciepła typu "rura w rurze" wykazywały konieczność rozszerzenia analizy typoszeregów do postaci przedstawionej w niniejszej pracy. Strukturę wymiennika będącą przedmiotem normalizacji (rys.1) można opisać 3 liczbami x_1, x_2, x_3 - ich interpretacją jest punkt w trójwymiarowej przestrzeni. Użytkownika interesują jednak inne wielkości: natężenia przepływu obu płynów wymieniających ciepło y_1 i y_2 , najwyższa temperatura w wymienniku y_3 , oporność cieplna zanieczyszczeń powierzchni wymiany ciepła y_4 , średnia różnica temperatur płynów y_5 . Sposób użytkowania można opisać 5 liczbami - ich interpretacją jest punkt w pięciowymiarowej przestrzeni.

Warto zauważyć, że odmiennosc przestrzeni X i Y jest charakterystyczna dla wymienników ciepła wszystkich typów, a także dla pomp, sprężarek, aparatury chemicznej, itp.

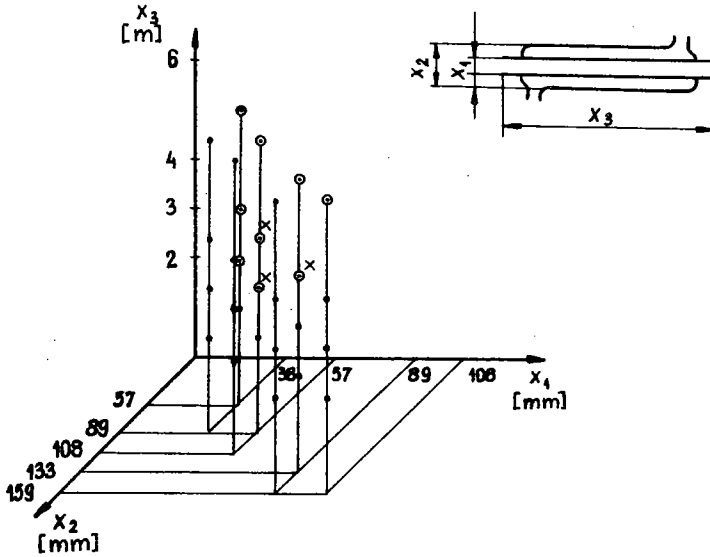
Sformułowanie zagadnienia dla wymienników "rura w rurze":

- 1) przestrzeń X : zbiór punktów w R^3 odpowiadający typoszeregowi według propozycji producenta, rys.1,
- 2) przestrzeń Y : 5-wymiarowy prostopadłoscian, którego "rozmiary" określono przez analizę zastosowań wymienników,
- 3) przestrzeń W : zbiór wszystkich podzbiorów X ,
- 4) ograniczenia wyeliminowano przez celowy wybór zmien-nych,
- 5) rozkład sposobów użytkowania: jednostajny, tzn. 5-wymiarowy wariant miary prawdopodobieństwa analogicznej jak w poprzednim przykładzie,
- 6) jednostkowa funkcja celu - koszt jednostki wymienionego ciepła

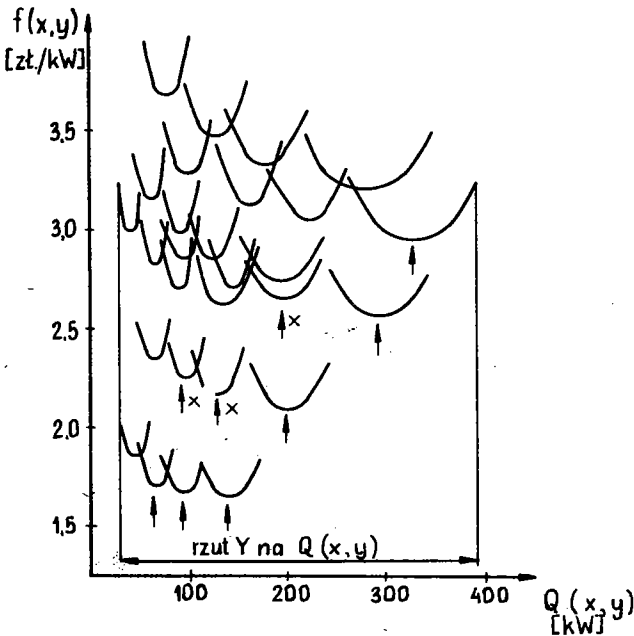
$$f(x,y) = [\beta I(x) + K(x,y)] / Q(x,y) ,$$

gdzie:

- β - współczynnik zwrotu nakładów,
- I - koszt inwestycyjny wymiennika,



Rys.1. Schemat struktury wymiennika oraz przestrzeń X (punkty) i wprowadzony ostatecznie do produkcji typoszereg (punkty obwiedzione) w przestrzeni R^3 . Gwiazdkami oznaczono elementy typoszeregu różniące go od rozwiązania optymalnego, zbędne w sensie warunku (15)



Rys.2. Zasada sprawdzania warunku (15) z równoczesną minimalizacją funkcjonału (12). Strzałkami oznaczono rzuty najniższych części wszystkich hiperpowierzchni $f(x,y)$ odpowiadających elementom typoszeregu, gwiazdki wskazują elementy zbędne w sensie warunku (15)

K - koszt eksploatacyjny,

Q - wydajność cieplna (dokładniejszy opis przedstawiono w [5]),

7) typoszereg zostanie wprowadzony jako zalecenie producenta.

Dzięki wyeliminowaniu ograniczeń, zasada optymalnego wyboru z typoszeregu polega na znalezieniu takiego i x, że

$$f(i_x, y) = \inf_{x \in \Gamma} f(x, y) .$$

Zbiory celowych sposobów użytkowania określono według definicji (14), przyjmując dodatkowe założenia ułatwiające rozwiązanie [7]. Optymalny typoszereg wyznaczono stosując metody programowania nieliniowego wraz z pomocniczą techniką graficzną. Rysunek 2 przedstawia jeden z wykresów, który używano do równoczesnego sprawdzenia warunku (15) i minimalizacji wyrażenia (12).

6. Podsumowanie

Problem optymalizacji typoszeregu stanowi w przedstawionym modelu decyzyjnym rozwinięcie zadania znanego pod nazwą optymalizacji konstrukcji. O optymalnym rozwiązaniu można mówić tylko wtedy, gdy problem traktowany jest jako jednolita całość. Jest to nowość w stosunku do stosowanego tradycyjnie rozdziału problematyki normalizacyjnej od zagadnień konstrukcyjnych.

Kluczowym elementem rozumowania jest wprowadzenie pojęcia przestrzeni sposobów użytkowania, obok stosowanego we wcześniejszych modelach pojęcia przestrzeni konstrukcji. Pozwala to na uwzględnienie punktu widzenia użytkowników przy opracowaniu typoszeregu przez producenta i umożliwia podjęcie optymalizacji typoszeregów takich urządzeń, jak wymienniki ciepła, pompy, sprężarki, aparatura chemiczna i inn.

Model zawiera propozycję badania potrzeb użytkowników w sposób różny od tradycyjnego, ale za to umożliwiający powiązanie opracowania normalizacyjnego z poprawą poziomu techni-

cznego rozwiązań. Proponowana zasada może być też przydatna przy wprowadzeniu na rynek nowych produktów, gdyż badanie zapotrzebowania tradycyjnym sposobem traci wtedy sens.

W rozumowaniu pominięto kwestię "rozzrutu" decyzji użytkowników przy wykorzystaniu typowych rozwiązań i ograniczono się do przypadku, gdy wszystkie decyzje są optymalne. Przykład normalizacji prętów dowodzi, że założenie to może być w naturalny sposób zgodne z rzeczywistością. Dodać trzeba, że dla wymienników ciepła zaproponowano zasady uporządkowania decyzji użytkowników przez instrukcję doboru rozwiązań typowych i równoczesną automatyzację projektowania przy użyciu komputera [8].

Model w obecnej postaci ma charakter schematu rozumowania, nie zawiera natomiast aparatu matematycznego umożliwiającego znalezienie rozwiązania i można wątpić, czy uniwersalny aparat w ogóle da się opracować. Próby zastosowań wykazały możliwość wyznaczenia optymalnych typoszeregów przy wykorzystaniu metod matematycznych znanych w optymalizacji konstrukcji.

WYKAZ WAŻNIEJSZYCH OZNACZEŃ

- R - przestrzeń liczb rzeczywistych
- N - przestrzeń liczb naturalnych
- X - przestrzeń konstrukcji
- Y - przestrzeń sposobów użytkowania
- W - przestrzeń typoszeregów
- x - konstrukcja
- y - sposób użytkowania
- [- typoszereg
- μ - miara probabilistyczna określona na Y
- ϱ, η - funkcje określone przez układ ograniczeń
- f - jednostkowa funkcja celu
- G - wskaźnik jakości typoszeregu

Indeksy u góry odnoszą się do punktów, indeksy u dołu - do współrzędnych punktów.

Znak U oznacza sumę, znak \cap część wspólną zbiorów.

BIBLIOGRAFIA

- [1] Bobeszko A.: "Parameter gradation for machine elements and assemblies". II Symposium on Applications of Mathematics to Standardization, Warszawa 1972.
- [2] Czarnota L., Gromadzki J., Wiza R.: "Metodyka badań efektów ekonomicznych normalizacji". PIMR, Poznań 1963.
- [3] Lind N.C.: "Projektowanie norm projektowania konstrukcji". Archiwum Inżynierii Lądowej, 1972, t.XVIII, z.1.
- [4] Oderfeld J.: "Synteza optymalna maszyn". Zeszyt Jubileuszowy Katedry TMM, Warszawa 1966.
- [5] Rutkowski L., Urbaniec K., Zgorzelski M.: "Optymalizacja wymienników ciepła typu "rura w rurze". Inżynieria i Aparatura Chemiczna, 1972, nr 1.
- [6] Sittig J.: "Economically optimal Standardization". I Symposium on Applications of Mathematics to Standardization, Warszawa 1969.
- [7] Urbaniec K.: "Simplification of series of heat exchangers". II Symposium on Applications of Mathematics to Standardization, Warszawa 1972.
- [8] Urbaniec K., Łajkowski J.: "Automatyzacja projektowania wymienników ciepła". Konferencja n.t. Automatyzacji Prac w Projektowaniu, Poznań 1972.
- [9] Urbaniec K., Zgorzelski M.: "Decyzje optymalne w zagadnieniach typizacji konstrukcyjnej". Normalizacja, 1971, nr 10-11.

ОСНОВЫ ОПТИМАЛЬНЫХ РЕШЕНИЙ ВО ВРЕМЯ
ПРОЕКТИРОВАНИЯ ТИПОРЯДОВ

К р а т к о е с о д е р ж а н и е

Проектирование типорядов заключается в проектировании совокупности продуктов одного типа, предназначенных для использования в разных условиях. Представлена математическую модель связывающую вопросы проектирования единичного продукта с вопросами стандартизации всей совокупности. Оговорено принципы оценки типорядов и смысл понятия оптимальности решений, используя простой пример. Кроме того изложено пример практического использования модели в проектировании типоряда теплообменников.

FUNDAMENTALS FOR OPTIMUM DECISIONS IN THE DESIGN OF TYPE SERIES

S u m m a r y

The design of type series consists in developing a set of products of a single type, however, assigned to various modes of application. An outline of a mathematical model has been presented in this paper that permits to establish logical links between problems involved in the design of a single product and those involved in the standardization of a whole set. The principles have been discussed of evaluation of type series as well as the concept of optimality of solutions, and illustrated by a simple example. An example has furthermore been summarized of an application of the theory to a type series of heat exchangers.

Rękopis dostarczono w październiku 1973 r.