

dr inż. Andrzej Miller
Instytut Techniki Ciepłej

MODEL MATEMATYCZNY PRACY W ZMIENNYCH WARUNKACH STOPNIA I GRUPY STOPNI TURBINY GAZOWEJ

Znajomość osiągow turbin w obliczeniowych i zmienionych ("pozaobliczeniowych") warunkach pracy jest nieodzowna zarówno przy projektowaniu turbiny, jak i w badaniu współpracy zespołów silnika turbinowego dla określenia jego charakterystyk statycznych i dynamicznych. W związku z tym niezbędne jest posiadanie efektywnego narzędzia dla wyznaczania charakterystyk turbiny na drodze obliczeniowej. Turbiny stosowane w silnikach mają zwykle jeden lub kilka stopni podobnych, tworzących grupę.

Dla wyznaczenia charakterystyk stopnia turbinowego o przepływie osiowym i grupy kilku takich stopni, opracowano model matematyczny oparty na równaniach fizycznych oraz algorytm umożliwiający wykonanie obliczeń na elektronicznej maszynie cyfrowej. Wykorzystano i przystosowano tu metodę podaną przez D.G. Ainley'a oraz G.C.R. Mathieson'a [1] z ulepszeniami J.D. Dunhama oraz P.M. Came'a [2]. Metoda ta pozwala na określenie charakterystyk turbin w szerokich granicach zmian warunków pracy z dokładnością około $\pm 3\%$ dla natężenia przepływu czynnika roboczego oraz około $\pm 2\%$ dla sprawności, tj. z dokładnością praktycznie tego samego rzędu jak dokładność wyników starannie przeprowadzonych pomiarów. Zostało to potwierdzone przez porównanie wyników wielu obliczeń i eksperymentów. Dokładność metody zależy od dokładności określenia geometrycznych charakterystyk stopnia, głównie przekrojów przepływowych palisad, które muszą być dane do obliczeń.

Opracowanie każdej metody wyznaczania charakterystyk turbiny związane jest z poszukiwaniem kompromisu pomiędzy prostotą i małą pracochłonnością obliczeń z jednej strony, a dokładnością wyników z drugiej. Wydaje się, że autorzy pracy [1] rozwiązali to zagadnienie w sposób bliski optymalnemu, co obok starannego opracowania całego sposobu prowadzenia obliczeń powoduje, że metoda ta jest szeroko stosowana od ponad 20 lat. W metodzie wykorzystywany jest stosunkowo prosty model przepływu przez stopień turbinowy, uwzględniający tylko te czynniki, których wpływ na charakterystyki turbiny jest większy od wymaganej tolerancji wyników. Przepływ traktowany jest jednowymiarowo i badane są zmiany parametrów strumienia czynnika roboczego w przekrojach kontrolnych przed i za każdym wieńcem łopatkowym na jednej tylko średnicy odniesienia (bliskiej średnicy średniej). Efektywny (średni) kąt wypływu z wieńca wyrażony jest jako funkcja empiryczna geometrii wieńca łopatkowego. Przyjmuje się, że w zmiennych warunkach pracy kąt ten zależy od liczby Macha na wylocie z wieńca, nie zależy natomiast praktycznie od kąta napływu na wieniec łopatkowy. Straty profilowe są empiryczną funkcją geometrii wieńca i kąta napływu na wieniec. W zakresie przepływów podkrytycznych zakłada się, że nie zależą one od liczby Macha na wylocie z wieńca. Do tych strat profilowych na średnicy odniesienia dodawane są wyrażenia uwzględniające straty końcowe oraz straty przecieku przez szczelinę przy wierzchołku łopatki, będące empirycznymi funkcjami warunków na średnicy odniesienia. Powyższe zależności opracowane zostały na podstawie analizy wyników wielu badań zarówno palisadowych jak i badań różnych typów stopni turbinowych. Ulepszenia podane w pracy [2] dotyczą głównie określania charakterystyk "małych turbin" i opracowane zostały na podstawie wyników nowszych badań. Szczegóły podano w pracach [1], i [2]. Stosując omawianą metodę zakłada się, że rozpatrywana turbina, której charakterystyki są wyznaczane została właściwie zaprojektowana, zgodnie z ogólnie znanymi zasadami.

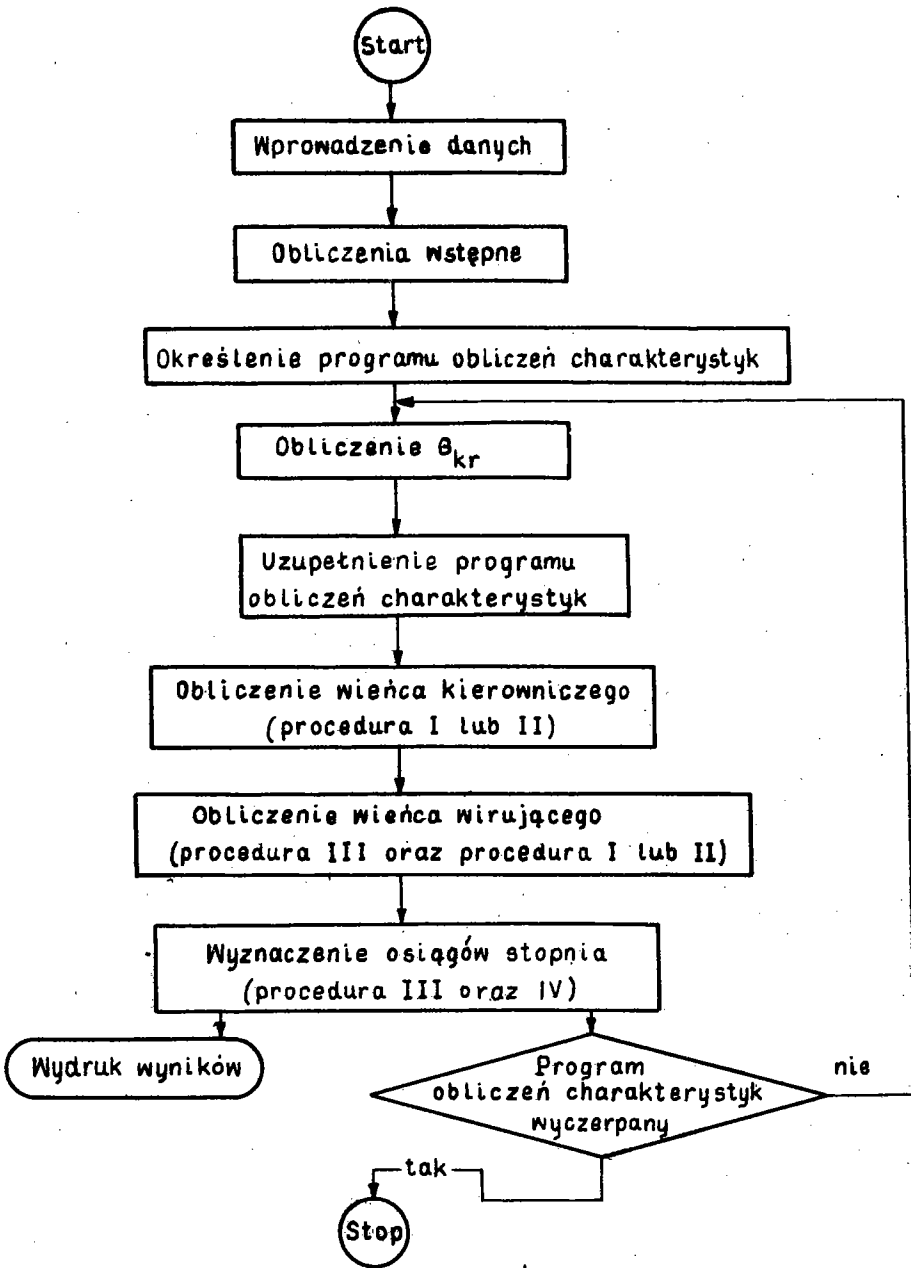
Wyznaczanie charakterystyk turbiny omawianą metodą dogodnie jest rozdzielić na dwie części. Najpierw dla konkretnej turbiny o danej geometrii określa się współczynniki w zależ-

nościach dla wyznaczania kątów wypływu i strat w wieńcach. Następnie przeprowadza się właściwe obliczenia: zakładając parametry czynnika na wlocie do turbiny (ciśnienie p_0 i temperaturę T_0) i prędkość obrotową (n), śledzi się przepływ ustalonej ilości czynnika roboczego (G) z wieńca do wieńca, obliczając nowe parametry czynnika w każdym kroku i otrzymując w wyniku kompletny obraz przepływu we wszystkich płaszczyznach kontrolnych. Pozwala to na wyznaczenie osiągnięć turbiny dla przyjętych warunków na wlocie. Zmieniając warunki na wlocie oraz prędkość obrotową i powtarzając drugą część obliczeń otrzymuje się pole charakterystyk turbiny.

Metody obliczeniowe podane w pracach [1] i [2] nie są przystosowane do obliczeń na elektronicznej maszynie cyfrowej. Dla zbudowania modelu matematycznego turbiny i opracowania programu obliczeń charakterystyk turbiny na maszynie cyfrowej należało metody te przystosować i odpowiednio uzupełnić.

Schemat blokowy obliczeń charakterystyk turbiny jednostopniowej pokazano na rys.1. Wykorzystując zależności z prac [1] i [2] dla obliczeń wieńca łopatkowego w zakresie przepływów podkrytycznych opracowano procedurę I, w zakresie przepływów nadkrytycznych procedurę II, dla przeliczania parametrów strumienia czynnika roboczego z ruchu względnego na bezwzględny i odwrotnie procedurę III oraz dla wyznaczania osiągnięć turbiny procedurę IV. Stałe współczynniki w występujących tu wzorach, zależne od geometrii konkretnego stopnia wyznaczone są oddzielnie (poza programem) przy pomocy zależności i wykresów z prac [1] i [2].

Dla automatycznego określenia całego pola charakterystyk stopnia program został uzupełniony dodatkowymi procedurami i instrukcjami sterującymi. Schemat obliczeń będzie objaśniony dalej. Program wyznacza charakterystykę turbiny wzdłuż linii stałej prędkości obrotowej. W związku z tym należy dać do obliczeń skrajne wartości prędkości obrotowej n_{\max} i n_{\min} oraz krok Δn , skąd mogą być określone wartości n , dla których będą wyznaczone charakterystyki. Ponieważ wyznaczane są zredukowane charakterystyki stopnia, parametry dolotowe czynnika przyjmowane są jako stałe i mogą być wybrane praktycznie dowolnie. Po przyjęciu startowej wartości n oblicza się naj-



Rys.1. Schemat blokowy obliczeń charakterystyk turbiny jednostopniowej

pierw krytyczne natężenie przepływu przez stopień $[G_{kr}]$ i krytyczny stosunek ciśnień w stopniu π_{kr} przy użyciu odpowiedniej procedury. Następnie wyznacza się poszczególne punkty charakterystyki stopnia w zakresie przepływów nadkrytycznych. Przebieg obliczeń zależy od tego czy prędkość krytyczna wystąpiła najpierw w wieńcu kierowniczym czy wirującym. W dalszym ciągu zmniejszając wydatek w stosunku do G_{kr} wyznacza się kolejne punkty charakterystyki w zakresie przepływów podkrytycznych. Po wyznaczeniu charakterystyki wzdłuż linii $n = \text{const}$ ($n/\sqrt{T_0} = \text{const}$), przyjmuje się następną wartość prędkości obrotowej i ponawia obliczenia aż do określenia całego pola charakterystyk turbiny (tj. wyczerpania wartości n). Zagęszczenie wyznaczanych punktów w polu charakterystyk jest na wstępie zakładane i może być praktycznie dowolne.

Dodatkowego objaśnienia wymaga sposób określania krytycznego natężenia przepływu (G_{kr}). W przyjętym modelu stopnia, zredukowane, krytyczne natężenie przepływu $Q_{\max k}$ przez wieńiec kierowniczy jest funkcją φ tylko danego (wlotowego) kąta napływu na wieńiec kierowniczy α_0 :

$$Q_{\max k} = \frac{G_{\max k} \sqrt{T_0}}{A_k \cos \alpha'_1 p_0} = f(Y_k) = \varphi(\alpha_0), \quad (1)$$

gdzie tutaj i dalej:

- G - masowe natężenie przepływu;
- Q - zredukowane masowe natężenie przepływu;
- A - powierzchnia pierścieniowa wieńca łopatkowego na wylocie;
- $\alpha_0; \beta_1$ - kąt napływu na - odpowiednio - wieńiec kierowniczy i wirujący,
- $\alpha'_1; \beta'_2$ - średni kąt wypływu w warunkach krytycznych odpowiednio z wieńca kierowniczego i wirującego;
- Y - współczynnik strat ciśnienia całkowitego w wieńcu; indeks k dotyczy wieńca kierowniczego, w - wieńca wirującego, indeks max związany jest z warunkami krytycznymi w wieńcu łopatkowym, indeks kr dotyczy krytycznych warunków przepływu w stopniu lub grupie stopni.

Można stąd określić wydatek krytyczny kierownicy ($G_{\max k}$), gdyż pozostałe wielkości są znane. Dla wartości $G_{\max k}$ przeprowadza się teraz obliczenia wieńca kierowniczego (procedura I), przelicza parametry z ruchu bezwzględnego na względny (procedura III) i sprawdza warunek q_w przelotności wieńca wirującego (procedura I):

$$q_w = \frac{Q_w}{Q_{\max w}}; \quad Q_w = \frac{G_{\max k} \sqrt{T_{1w}}}{A_w \cos \beta'_{2p_{1w}}}; \quad Q_{\max w} = \varphi_1(\beta_1), \quad (2)$$

gdzie:

p_{1w} , T_{1w} oznaczają parametry czynnika na wlocie (w ruchu względnym).

Mogą tu wystąpić trzy przypadki:

I. $q_w < 1$

co oznacza, że przepływ w wieńcu wirującym jest podkrytyczny, warunki krytyczne pojawiają się najpierw w wieńcu kierowniczym i $G_{kr} = G_{\max k}$;

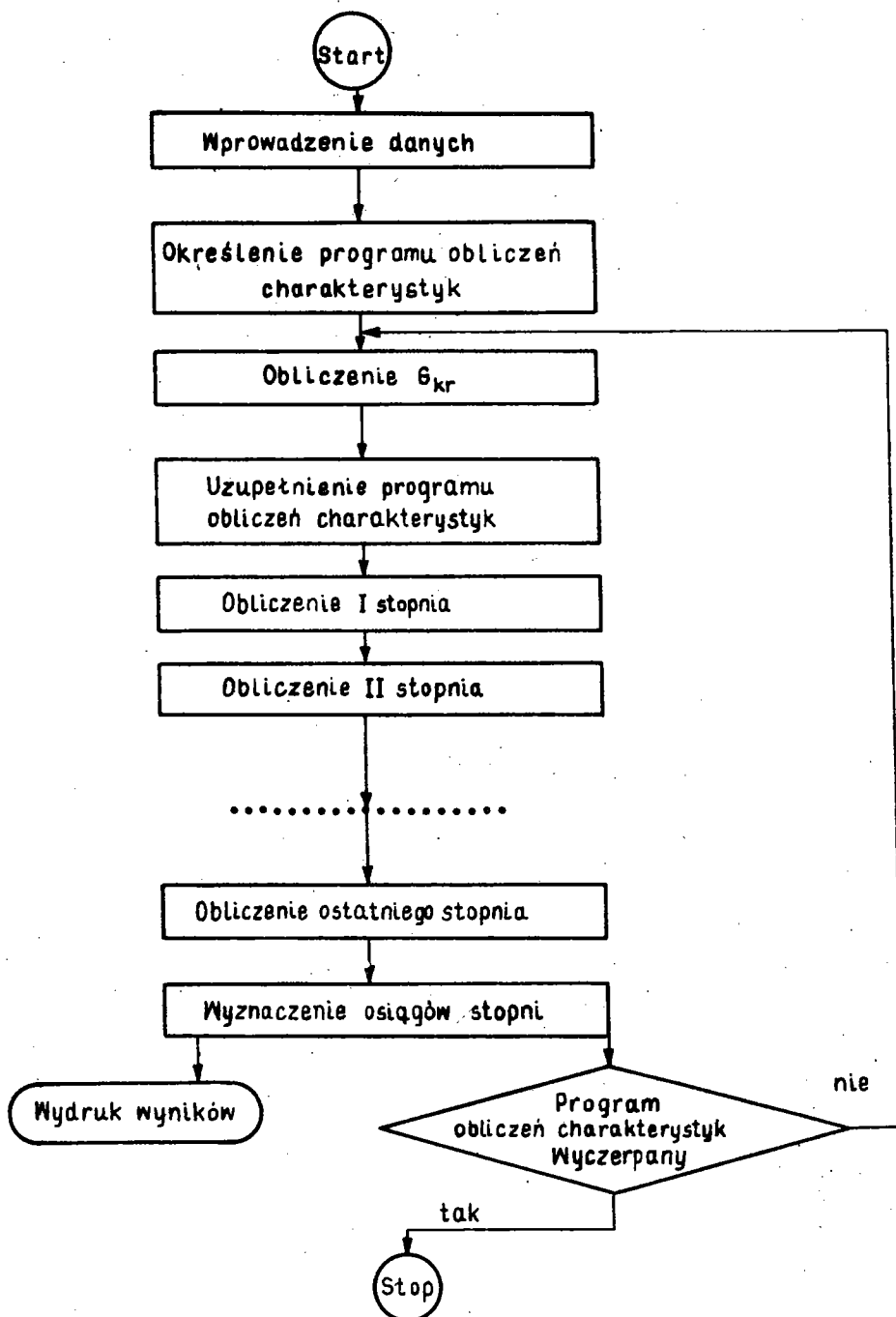
II. $q_w = 1$

co oznacza, że warunki krytyczne pojawiają się jednocześnie w wieńcu kierowniczym oraz wirującym i również $G_{kr} = G_{\max k}$;

III. $q_w > 1$

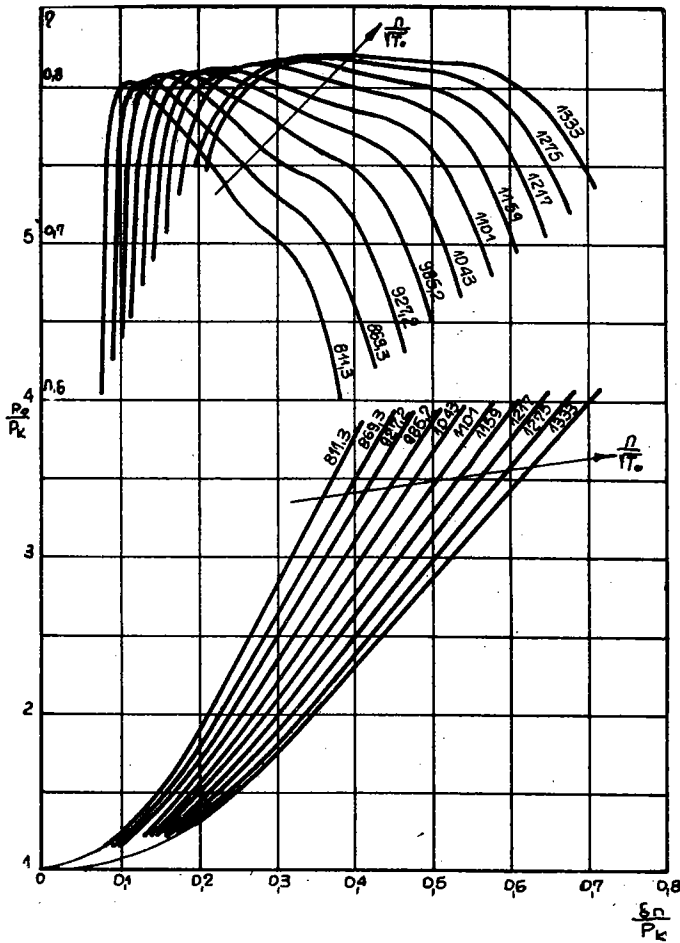
co oznacza, że wydatek $G_{\max k}$ nie może przepłynąć przez wieńiec wirujący (przy założonych n , p_o , T_o), warunki krytyczne pojawiają się najpierw w wieńcu wirującym i $G_{kr} < G_{\max k}$. Wydatek G_{kr} określa się w tym przypadku sposobem kolejnych przybliżeń zmniejszając natężenie przepływu w stosunku do wartości $G_{\max k}$ aż do uzyskania $q_w = 1$ (z przyjętą dokładnością), co dla uproszczenia na schemacie blokowym (rys.1) nie zostało pokazane.

Schemat blokowy obliczeń charakterystyk turbiny wielostopniowej pokazano na rys.2. Przebieg obliczeń jest tu podobny jak w wyżej omówionym programie turbiny jednostopniowej. Parametry czynnika roboczego na wlocie do grupy stopni są ustalone. Wyznacza się zredukowaną charakterystykę turbiny linii $n\sqrt{T_o} = \text{const}$ dla kolejno przyjmowanych wartości prędkości



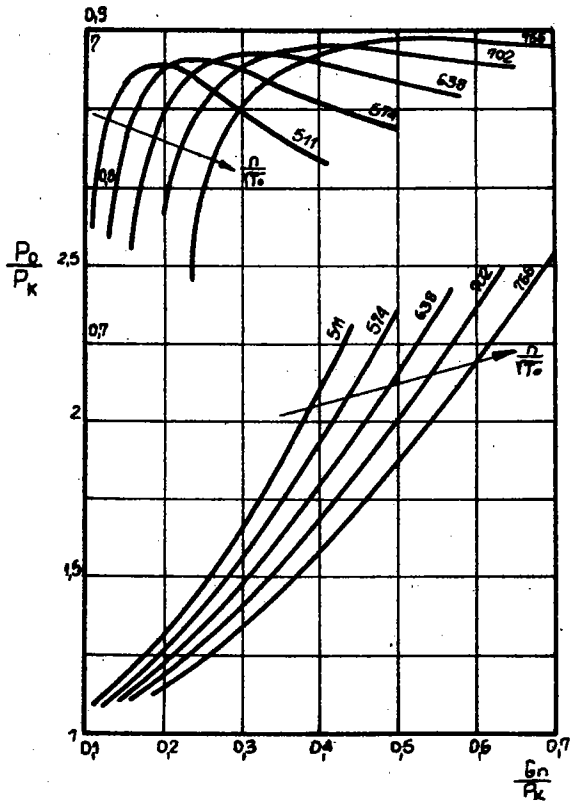
Rys.2. Schemat blokowy obliczeń charakterystyk turbiny wielostopniowej

obrotowej. Dla każdej wartości n wyznacza się najpierw sposobem kolejnych przybliżeń krytyczne natężenie przepływu G_{kr}



Rys.3. Przykładowe, wyliczone charakterystyki turbiny jednostopniowej

a następnie zmniejszając wydatek określa poszczególne punkty charakterystyki w zakresie przepływów podkrytycznych. Dla obliczeń wieńców i stopni używa się tu jak poprzednio procedur I, II, III i IV. Program z założenia nie wyznacza charakterystyk w zakresie przepływów nadkrytycznych. Zakres ten leży zwykle poza rzeczywistym obszarem warunków pracy wielostopniowej turbiny w silniku. W razie potrzeby można uzupełnić program w tym zakresie.



Rys.4. Przykładowe, wyliczone charakterystyki turbiny dwustopniowej

Przedstawiony model matematyczny turbiny i algorytmy obliczeń uważać można za efektywne narzędzie znajdujące zastosowanie w różnych pracach przy projektowaniu silników turbiniowych.

BIBLIOGRAFIA

- [1] Ainley D.G., Mathieson G.C.R.: "A Method of Performance Estimation for Axial - flow Turbines"; British Aeronautical Research Council R&M No 2974/1951.
- [2] Dunham J., Came P.M.: "Improvements to the Ainley-Mathieson Method of Turbine Performance Prediction"; Transactions of the ASME; Journal of Engineering for Power; Series A; No 3; 1970.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РАБОТЫ В ПЕРЕМЕННЫХ УСЛОВИЯХ СТУПЕНИ И ГРУППЫ СТУПЕНЕЙ ГАЗОВОЙ ТУРБИНЫ

К р а т к о е с о д е р ж а н и е

Представлено математическую модель и блок - схемы расчётов на электронно-вычислительной машине для определения характеристик одной ступени и группы осевых турбинных ступеней применяемых в газовых турбинах. Использовано и приспособлено метод расчётов представлен Д.Г. Эйслим и Г.Ц.Р.Мечисоном. Это дает возможность определить характеристики турбин в широком диапазоне изменений режимов работы с точностью приблизительно $\pm 3\%$ для расхода и $\pm 2\%$ для коэффициента полезного действия.

MATHEMATICAL MODEL FOR A GAS TURBINE STAGE AND GROUP OF STAGES OPERATED UNDER VARYING CONDITIONS

S u m m a r y

The mathematical model has been presented in this work along with flow diagrams for calculation in a digital computer, to determine the performance characteristics of an axial flow turbine stage and group of stages. Use has been made herein of the method as presented by D.G. Ainley and C.C.R. Mathieson, and adapted for this purpose. This permits the determination of turbine performance characteristics over a wide range of changes of operational conditions, with the accuracy of approximately $\pm 3\%$ for the mass flow, and of approximately $\pm 2\%$ for the efficiency.

Rękopis dostarczone w październiku 1972 r.