

Marian Kielkiewicz, Marek Mościcki

Instytut Techniki Ciepłej
Politechniki Warszawskiej

ZMIANY WIDMA MASOWEGO AEROZOLI WYWOŁANE KONDENSACJĄ PARY

Zbadano widmo masowe aerozolu dla pewnej prędkości wzrostu cząstek aerozolowych i początkowego widma masowego przy użyciu metody analitycznej i przybliżonej metody numerycznej. Otrzymane wyniki porównano ze sobą i przedstawiono pewne wnioski dotyczące metody przybliżonej.

WYKAZ WAŻNIEJSZYCH OZNACZEŃ

- C - koncentracja cząstek [m^{-3}]
- f - prędkość wzrostu cząstki [$\text{kg} \cdot \text{s}^{-1}$]
- M - masa cząstek w jednostkowej objętości [$\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$]
- m - masa cząstki [kg]
- N - liczba cząstek w jednostkowej objętości [m^{-3}]
- n - gęstość cząstek [$\text{kg}^{-1} \cdot \text{m}^{-3}$]
- S - współczynnik nasycenia pary [-]
- T - temperatura ośrodka [K]
- t - czas [s]
- ρ - gęstość [$\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$]

WSTĘP

W wielu dziedzinach nauki i techniki (np. w fizyce atmosfery, analizie awarii reaktorów jądrowych itd.) zachodzi potrzeba rozwią-

zywania równania dynamiki aerozoli [1:4]. Równanie to jest nieliniowym równaniem różniczkowo-całkowym, którego rozwiązanie wymaga zastosowania przybliżonych metod numerycznych. Oszacowanie zakresu stosowalności i dokładności rozwiązań otrzymanych przy użyciu metod przybliżonych ma istotne znaczenie z punktu widzenia zastosowań. Można je otrzymać porównując rozwiązanie przybliżone z rozwiązaniem dokładnym równania dynamiki aerozoli, o ile takie istnieje w szczególnym przypadku.

W niniejszej pracy rozpatrzono szczególny przypadek równania dynamiki aerozoli, gdy występuje tylko kondensacja pary na cząstkach aerozolowych lub kroplach, a inne zjawiska można pominąć. Przypadek taki ma miejsce wówczas, gdy liczba cząstek (kropli) w jednostce objętości jest na tyle mała, że można pominąć ich koagulację oraz gdy można pominąć osadzanie się cząstek na powierzchniach. Sytuacja taka może wystąpić w obudowie bezpieczeństwa reaktora jądrowego chłodzonego wodą po awarii spowodowanej rozszczelnieniem obiegu chłodzenia. Równanie dynamiki aerozoli upraszcza się wówczas do postaci liniowego równania różniczkowego cząstkowego pierwszego rzędu.

W omawianym przypadku można wyznaczyć dokładne rozwiązanie równania, które może stanowić problem testowy (benchmark problem) dla rozwiązań uzyskanych przy użyciu metod przybliżonych.

W niniejszej pracy uzyskano rozwiązanie dokładne, z którym porównano rozwiązanie przybliżone otrzymane metodą dyskretyzacji.

1. ANALITYCZNE ROZWIĄZANIE RÓWNIANIA KONDENSACYJNEGO WZROSTU CZĄSTEK AEROZOLOWYCH

W przypadku, gdy jedynym zjawiskiem, które ma istotny wpływ na transport cząstek aerozolowych (lub kropli), jest kondensacja pary na nich, równanie dynamiki aerozoli upraszcza się do równania kondensacyjnego wzrostu cząstek aerozolowych w postaci

$$\frac{\partial n(m,t)}{\partial t} = - \frac{\partial}{\partial m} [f(m)n(m,t)] \quad (1)$$

gdzie: $n(m,t)$ - gęstość cząstek aerozolowych,

m - masa cząstek aerozolowych,

t - czas,

$f(m)$ - prędkość wzrostu cząstek aerozolowych.

$n(m,t)dm$ jest to średnia liczba cząstek aerozolowych, znajdujących się w chwili t w jednostkowej objętości, których masa zawiera się w przedziale między m i $m+dm$.

Warunek początkowy ma postać:

$$n(m, 0) = n_0(m) \quad (2)$$

gdzie $n_0(m)$ jest zadaną funkcją.

Rozwiązanie powyższego zagadnienia początkowego można otrzymać przy zastosowaniu metody charakterystyk. Równania charakterystyk mają postać

$$dt = \frac{dm}{f(m)} = - \frac{dn}{f'(m)n} \quad (3)$$

W wyniku całkowania równań (3) otrzymuje się

$$\int_0^m \frac{dm'}{f(m')} = t + A \quad (4)$$

$$\ln[f(m)n] = B \quad (5)$$

gdzie A i B są stałymi całkowania.

Z warunku początkowego (2) wynika, że powierzchnia całkowa $n(m, t)$ winna przechodzić przez linię $[0, \tau, n_0(\tau)]$. Zatem

$$\int_0^m \frac{d\tau'}{f(\tau')} = A \quad (6)$$

$$\ln[f(\tau)n_0(\tau)] = B \quad (7)$$

Po podstawieniu A i B z zależności (6) i (7) do (4) i (5) otrzymuje się rozwiązanie zagadnienia początkowego w postaci

$$\int_0^m \frac{dm'}{f(m')} - t = \int_0^\tau \frac{d\tau'}{f(\tau')} \quad (8)$$

$$n(m, t) = \frac{f(\tau)}{f(m)} n_0(\tau) \quad (9)$$

Z równania (8) wyznacza się τ a następnie podstawia do wzoru (9), otrzymując w ten sposób rozwiązanie zagadnienia początkowego.

Rozwiązanie analityczne w zamkniętej postaci można uzyskać dla niektórych prostych funkcji $f(m)$. Jedną z takich funkcji, która ma sens fizyczny, jest funkcja

$$f(m) = a m^\alpha, \quad \alpha < 1 \quad (10)$$

Po podstawieniu (10) do (8) i (9) otrzymuje się rozwiązanie w postaci

$$\tau = \left[m^{1-\alpha} - a(1-\alpha)t \right]^{\frac{1}{1-\alpha}} \quad (11)$$

$$n(m,t) = \left(\frac{\tau}{m} \right)^\alpha n_0(\tau) \quad (12)$$

Ponieważ $n(m,t)$ nie może przybierać ujemnych wartości, zatem ze wzoru (11) wynika, że

$$m > [a(1-\alpha)t]^{\frac{1}{1-\alpha}} \quad (13)$$

Oznacza to, że po czasie t masa cząstek aerzolowych musi być większa od wartości określonej nierównością (13).

Warto zauważyć, że można rozpatrywać różne rozkłady początkowe, np. równomierny, logarytmiczno-normalny itd.

Niżej rozpatrzone rozkład równomierny

$$n_0(m) = \begin{cases} \frac{1}{m_2 - m_1} & \text{dla } m_1 \leq m \leq m_2 \\ 0 & \text{dla } m < m_1 \text{ i } m > m_2 \end{cases} \quad (14)$$

Łatwo można zauważyć, że całkowita liczba cząstek N_0 wynosi

$$N_0 = \int_0^\infty n_0(m) dm = 1 \quad (15)$$

a całkowita masa cząstek M_0

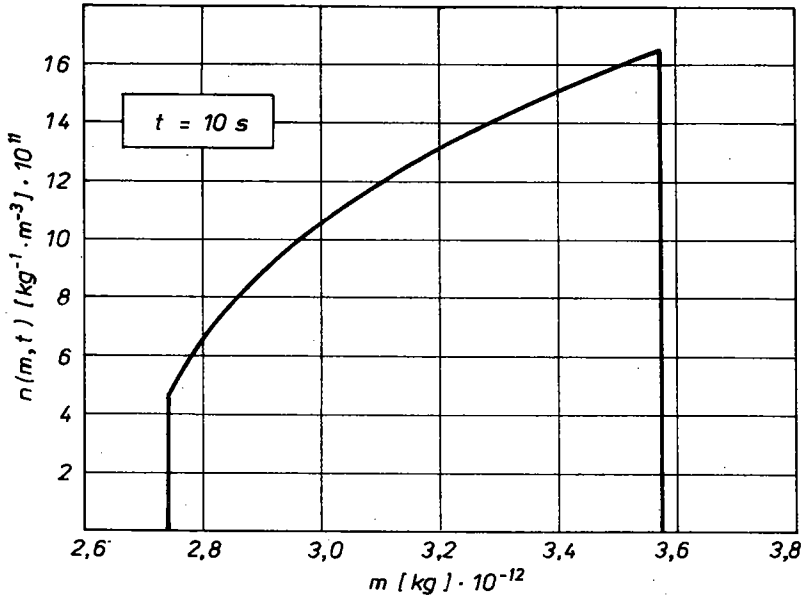
$$M_0 = \int_0^\infty m n_0(m) dm = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) \quad (16)$$

Dla rozkładu równomiernego otrzymuje się

$$n(m,t) = \left(\frac{\tau}{m} \right)^\alpha \quad \text{dla } m_1(t) \leq m \leq m_2(t) \quad (17)$$

gdzie

$$m_i(t) = \left[m_i^{1-\alpha} + a(1-\alpha)t \right]^{\frac{1}{1-\alpha}}, \quad i = 1, 2 \quad (18)$$



Rys.1. Wykres funkcji $n(m,t)$ dla $t = 10 \text{ s}$ (rozwiązanie analityczne)

2. PRZYBLIŻONE ROZWIĄZANIE RÓWNIANIA KONDENSACYJNEGO WZROSTU CZĄSTEK AEROZOŁOWYCH

Do przybliżonego rozwiązania równania (1) zastosowano metodę dyskretyzacji, sprowadzającą równanie (1) do układu równań różniczkowych zwyczajnych [7].

W tym celu należy określić zakres zmienności masy cząstek (m_0 - masa najmniejszej cząstki, m_N - masa największej cząstki), dokonać podziału zakresu zmienności masy cząstek na N przedziałów o skończonej długości, a następnie sprowadzić równanie (1) do N równań różniczkowych zwyczajnych opisujących zmiany średnich koncentracji cząstek w poszczególnych przedziałach. Podział zakresu zmienności jest w zasadzie dowolny. Wprowadza się punkt centralny przedziału

$$a_i = \frac{1}{2} (m_{i-1} + m_i), \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (32)$$

gdzie m_i, m_{i-1} - odpowiednio współrzędna końca i początku i -tego przedziału, oraz długość przedziału

$$h_i = m_i - m_{i-1}, \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (33)$$

Ciągły rozkład $n(m, t)$ jest zastępowany przez zbiór dyskretny

$$C_i(t) = \int_{m_{i-1}}^{m_i} n(m, t) dm, \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (34)$$

Różniczkując (34) względem czasu otrzymujemy

$$\frac{dC_i(t)}{dt} = \int_{m_{i-1}}^{m_i} \frac{\partial n(m, t)}{\partial t} dm, \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (35)$$

Wstawiając prawą stronę równania (1) do prawej strony równania (35) otrzymujemy

$$\begin{aligned} \frac{dC_i(t)}{dt} &= - \int_{m_{i-1}}^{m_i} \frac{\partial}{\partial m} [f(m) n(m, t)] dm = \\ &= f(m_{i-1}) n(m_{i-1}, t) - f(m_i) n(m_i, t) \end{aligned} \quad (36)$$

Dla $m \in \langle m_{i-1}, m_i \rangle$ można wprowadzić przybliżenie

$$n(m, t) = \frac{C_i(t)}{h_i} \quad (37)$$

Uwzględniając (37) można przekształcić równanie (36) do postaci

$$\frac{dC_i(t)}{dt} = \left[\frac{f(m_{i-1})}{h_{i-1}} C_{i-1}(t) - \frac{f(m_i)}{h_i} C_i(t) \right] \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (38)$$

Układ równań (38) z warunkami początkowymi

$$C_i(t=0) = C_{0i}, \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (39)$$

rozszerzony o równania określające $f(m_i)$ pozwala na jednoznaczne określenie zmian w czasie koncentracji cząstek we wszystkich przedziałach, a σ za tym idzie (po uwzględnieniu (37)) przybliżonego widma masowego cząstek aerozolu dla dowolnego czasu t .

Łatwo zauważyć, że $m_1(t)$ i $m_2(t)$ są rosnącymi funkcjami czasu, oraz że $\Delta m(t) = m_2(t) - m_1(t)$ jest również rosnącą funkcją czasu.

Oznaczając dla wygody

$$n_i(t) = n[m_i(t), t], \quad i = 1, 2 \quad (19)$$

można pokazać, że

$$n_i(t) = \left[\frac{m_i}{m_1(t)} \right]^\alpha \frac{1}{m_2 - m_1}, \quad i = 1, 2 \quad (20)$$

Łatwo zauważyć, że

$$n_1(t) < \frac{1}{m_2 - m_1}, \quad i = 1, 2 \quad (21)$$

oraz

$$n_2(t) > n_1(t) \quad (22)$$

Można również pokazać, że

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{n_2(t)}{n_1(t)} = \left(\frac{m_2}{m_1} \right)^\alpha \quad (23)$$

Całkowita masa cząstek $M(t)$, jak łatwo pokazać, jest rosnącą funkcją czasu

$$M(t) = \int_0^\infty m n(m, t) dm \quad (24)$$

Funkcję $M(t)$ można efektywnie wyznaczyć dla pewnych wartości α , np. $\alpha = \frac{1}{3}$. Dla $\alpha = \frac{1}{3}$ otrzymuje się zależność

$$M(t) = \frac{3}{m_2 - m_1} [F(t, m_2) - F(t, m_1)] \quad (25)$$

$$F(t, m_i) = m_i^{1/3} \left[\frac{1}{6} u_i^5 - \frac{1}{24} A u_i^3 - \frac{1}{16} A^2 u_i + \right. \\ \left. - \frac{1}{32} A^3 m_i^{-1/3} \ln \frac{1 + m_i^{1/3} u_i^{-1}}{1 - m_i^{1/3} u_i^{-1}} \right] \quad (26)$$

$$A = \frac{2}{3} a t \quad (27)$$

$$u_i = (m_i^{2/3} + A)^{1/2}, \quad i = 1, 2 \quad (28)$$

Można pokazać, że $M(t) \rightarrow M_0$ gdy $t \rightarrow 0$.

Dla zilustrowania powyższych rozważań przeprowadzono obliczenia numeryczne dla rozkładu równomiernego (14), gdy

$$\begin{aligned} m_1 &= 4 \cdot 10^{-15} \text{ kg} \\ m_2 &= 2,56 \cdot 10^{-13} \text{ kg} \end{aligned} \quad (29)$$

Początkowy rozkład ma zatem postać

$$n(m,0) = \begin{cases} 3,968 \cdot 10^{12} & \text{dla } m \in \langle 4 \cdot 10^{-15}, 256 \cdot 10^{-15} \rangle \\ 0 & \text{dla } m \notin \langle 4 \cdot 10^{-15}, 256 \cdot 10^{-15} \rangle \end{cases} \quad (30)$$

Powyzsze wartości odpowiadają promieniom kropeł wody w temperaturze 100°C ($\rho = 0,95823 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$), odpowiednio $1 \mu\text{m}$ i $4 \mu\text{m}$.

Ze wzoru Masona [5, 6], przy pominięciu zjawiska Kelvina, otrzymano dla współczynnika nasycenia pary $S = 1,01$ prędkość wzrostu kropli

$$f(m) = 2,9 \cdot 10^{-9} m^{1/3} \quad (31)$$

Zatem

$$a = 2,9 \cdot 10^{-9} \text{ kg}^{2/3} \text{ s}^{-1}$$

$$\alpha = \frac{1}{3}.$$

Dla czasu $t = 10 \text{ s}$ uzyskano

$$m_1(t) = 0,2741 \cdot 10^{-11} \text{ kg}$$

$$m_2(t) = 0,3572 \cdot 10^{-11} \text{ kg}$$

$$\frac{n_2}{n_1} = 3,660$$

$$M = 0,3219 \cdot 10^{-11} \text{ kg}$$

Wykres funkcji $n(m,t)$ dla $t = 10 \text{ s}$ pokazano na rys.1.

Warto zauważyć, że wyrażenia $\frac{f(m_{i-1})}{h_{i-1}}$ oraz $\frac{f(m_i)}{h_i}$ nie zależą

od czasu, a jedynie od przyjętego modelu wzrostu oraz sposobu podziału zakresu zmienności masy. Układ równań (38) sprowadza się więc do postaci

$$\frac{dC_i(t)}{dt} = A_i C_{i-1}(t) - B_i C_i(t), \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (40)$$

gdzie

$$A_i = \frac{f(m_{i-1})}{h_{i-1}} \quad \text{oraz} \quad B_i = \frac{f(m_i)}{h_i} \quad (41)$$

Wartości A_i oraz B_i mogą być określone przed przystąpieniem do całkowania układu równań (40). W związku z tym "koszt" określenia prawych stron układu równań (40) jest stosunkowo niski.

Rozwiązanie równania kondensacyjnego wzrostu cząstek aerozolowych metodami przybliżonymi rodzi szereg problemów. Pierwszy z nich wiąże się z wyborem zakresu zmienności masy cząstek. W praktyce chodzi tu o określenie m_N , a więc masy największej cząstki, która może pojawić się w układzie. Niewłaściwe oszacowanie m_N , szczególnie zaniżenie tej wartości, uniemożliwia uzyskanie poprawnego rozwiązania, gdyż powoduje transfer cząstek poza analizowany zakres zmienności mas. Natomiast wybór zbyt dużego m_N bardzo utrudnia uzyskanie poprawnego rozwiązania, ponieważ wymusza stosowanie dużej liczby przedziałów, a więc zwiększa czas obliczeń i obciążenie pamięci operacyjnej komputera. W przypadku, gdy początkowy rozkład mas cząstek ma jednoznacznie określony początek i koniec (jak np. rozkład równomierny) możliwe jest analityczne określenie wartości m_N dla zadanego czasu wzrostu cząstek. W innych przypadkach, np. dla często spotykanego rozkładu logarytmiczno-normalnego, takiej możliwości nie ma i jedyną drogą określenia m_N jest eksperyment numeryczny.

Innym istotnym problemem, który pojawia się przy rozwiązywaniu równania kondensacyjnego wzrostu cząstek metodami przybliżonymi, jest podział analizowanego zakresu zmienności mas na przedziały. Tylko w nielicznych przypadkach można tu zastosować podział równomierny, dający prosty algorytm obliczeniowy i łatwą interpretację wyników. Dla długich czasów symulacji wzrostu cząstek aerozolu oraz dla tych rozkładów początkowych, w których masy cząstek są silnie skupione wokół wartości oczekiwanej, zastosowanie podziału równomiernego zacięra kształt widma.

Dużym problemem jest również ocena dokładności uzyskanego rozwiązania. Jak się wydaje, jedynym skutecznym sposobem oceny dokładności jest porównanie rozwiązania przybliżonego z rozwiązaniem analitycznym. Rozwiązanie analityczne można uzyskać niestety tylko w

nielicznych przypadkach, dla prostych modeli wzrostu pojedynczej cząstki i pewnych szczególnych rozkładów początkowych.

Przedstawiona wyżej metoda rozwiązania równania (1) została poddana testom. Celem testów było określenie dokładności otrzymanych wyników oraz ocena numerycznej efektywności metody (czas obliczeń, wymagana pamięć operacyjna komputera). Do obliczeń wybrano dwa charakterystyczne problemy testowe mające rozwiązania analityczne. Przy ocenie dokładności brano pod uwagę różnice w stosunku do rozwiązania analitycznego: rozkładu gęstości - $n(m,t)$, całkowitej liczby cząstek - $N(t)$, całkowitej masy cząstek - $M(t)$. Całkowita liczba cząstek w układzie wynosi:

$$N(t) = \sum_{i=1}^N C_i(t) \quad (42)$$

a ich masa:

$$M(t) = \sum_{i=1}^N a_i C_i(t) \quad (43)$$

Dla wszystkich testów przyjęto równomierny podział zakresu zmienności masy cząstek.

Pierwszą serię testów przeprowadzono dla następujących danych:

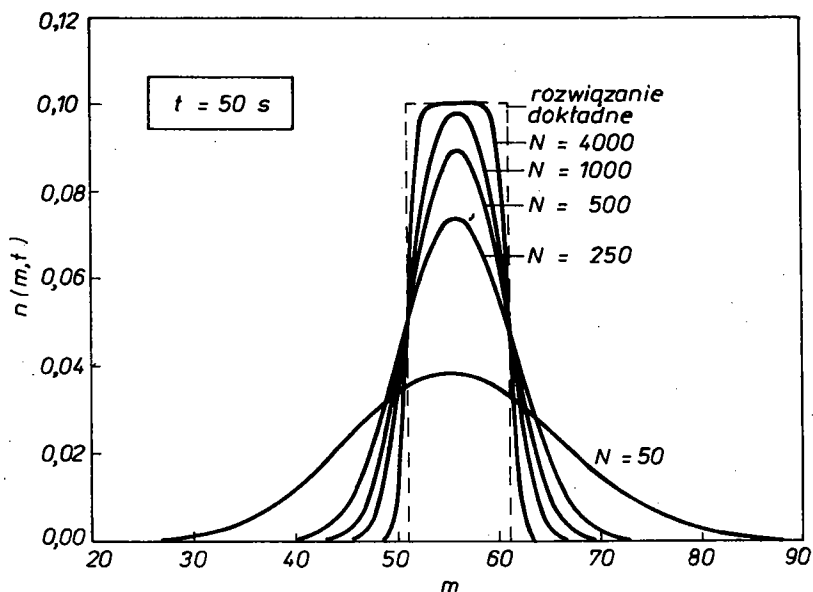
$$f(m) = 1 \quad \text{dla } m \in \langle 1, 101 \rangle$$

$$n(m,0) = \begin{cases} 0,1 & \text{dla } m \in \langle 1, 11 \rangle \\ 0 & \text{dla } m \notin \langle 1, 11 \rangle \end{cases} \quad (44)$$

Powyższe wielkości nie mają oczywiście sensu fizycznego. Ich zastosowanie jest jednak uzasadnione ze względu na wysokie wymagania stawiane metodzie (ostrość granic widma początkowego) i łatwość oceny wyników (widmo przesuwają się ze stałą prędkością nie zmieniając kształtu).

Do rozwiązania układu równań (40) użyto procedurę RKINIT [8] wykorzystującą metodę Rungego-Kutty czwartego rzędu z automatycznym wyborem kroku całkowania.

Obliczenia wykazały, że dokładność metody silnie zależy od gęstości podziału zakresu zmienności masy, a więc i od liczby równań (rys.2). Przykładowo, dla czasu $t = 50$ s zadowalającą jakość rozwiązania uzyskano dopiero przy użyciu 1000 równań (maksimum rozwiązania przybliżonego osiąga ok. 98% wartości dokładnej). Mimo niskich kosztów określania wartości prawej strony równania (40), duża liczba równań zmusiła autorów do obniżenia rzędu metody całkowania. Poczynając od 500 równań obliczenia były prowadzone metodą Eulera ze sta-

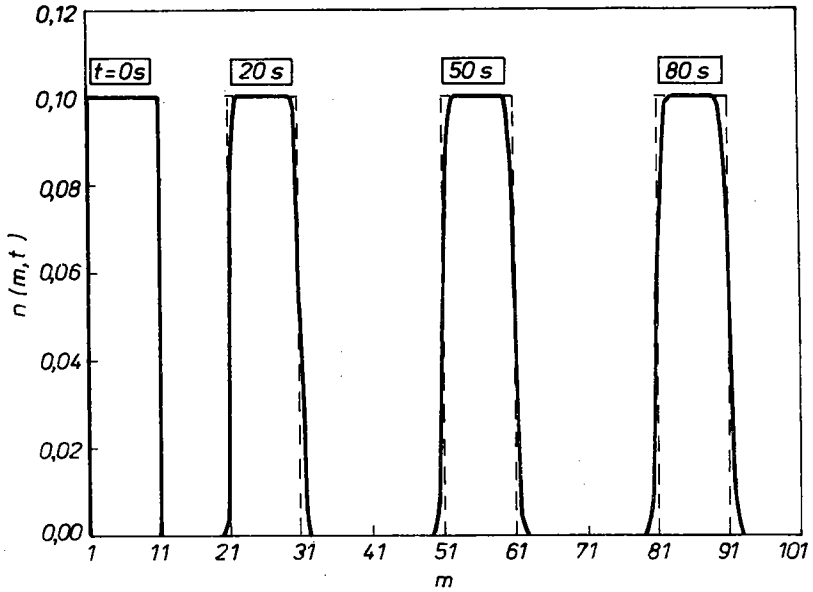


Rys.2. Wpływ liczby przedziałów na dokładność rozwiązania równania kondensacyjnego wzrostu cząstek (jednostki względne)

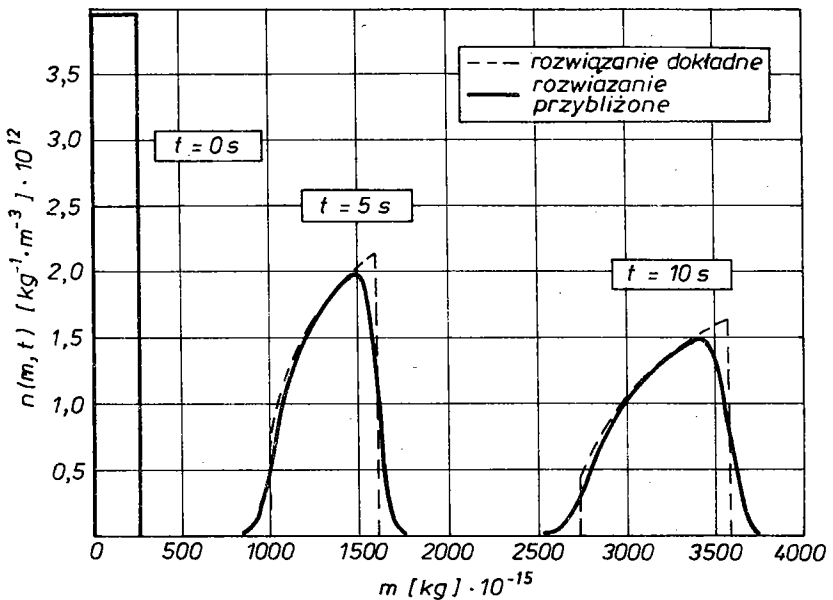
łym krokiem całkowania (0,01 s). Wraz z upływem czasu widmo uzyskane metodą przybliżoną ulega stopniowemu rozmyciu. Należy jednak podkreślić, że metoda gwarantuje stałość liczby cząstek w układzie i dobrą dokładność określania całkowitej masy cząstek nawet dla małej liczby równań (dla $N = 50$ i $t = 50 \text{ s}$ błąd w określeniu całkowitej masy cząstek, w stosunku do rozwiązania analitycznego, jest mniejszy od 0,01%; błąd ten praktycznie nie zmienia się z upływem czasu).

Drugą serię obliczeń przeprowadzono dla danych przyjętych wcześniej do rozwiązania analitycznego (zależności 29:31). Obliczenia wykazały, że względnie poprawny kształt widma można uzyskać dla powyższych danych przy zastosowaniu 1000 równań. W otrzymanym rozwiązaniu środkowa część widma odwzorowywana jest z dużą dokładnością (błąd w stosunku do rozwiązania analitycznego - na poziomie 0,1%), natomiast początek i koniec widma są rozmyte. Wysoką dokładność uzyskano również przy określaniu całkowitej masy cząstek w układzie (dla $t = 10 \text{ s}$ błąd w stosunku do rozwiązania analitycznego wynosi ok. 0,02%). Warto dodać, że przy zwiększaniu liczby równań konieczne jest dla zachowania stabilności rozwiązania skracanie kroku całkowania.

Obliczenia obu przypadków testowych były prowadzone na mikrokomputerze typu IBM PC/AT (12 MHz, koprocessor). Czas obliczeń dla pierwszego przypadku ($N = 1000$, $t = 50 \text{ s}$) wynosił 20 minut, a dla przypadku drugiego ($N = 1000$, $t = 10 \text{ s}$) ok. jednej godziny.



Rys.3. Rozwiązanie równania kondensacyjnego wzrostu cząstek dla różnych czasów (jednostki względne, - - - - rozwiązanie dokładne, — - — - rozwiązanie przybliżone)



Rys.4. Rozwiązanie równania kondensacyjnego wzrostu cząstek dla warunku początkowego i prędkości wzrostu określonych zależnościami (29÷31)

PODSUMOWANIE

W artykule zamieszczono wyniki wstępnych prac związanych z analizą zmian widma masowego cząstek aerozolowych w przypadku kondensacji pary w dużych układach aerozolowych o małej gęstości. W szczególności:

- rozwiązano równanie kondensacyjnego wzrostu cząstek aerozolowych metodą charakterystyk dla pewnych szczególnych postaci zależności na prędkość wzrostu pojedynczej cząstki,
- przeprowadzono analizę własności rozwiązań wyżej wymienionego równania,
- rozwiązano równanie kondensacyjnego wzrostu cząstek aerozolowych metodą dyskretyzacji dla pewnych danych testowych.

Na podstawie analizy prezentowanych wyników można stwierdzić, że widmo masowe cząstek aerozolowych wskutek kondensacji pary przemieszcza się w kierunku wyższych mas, ulegając jednocześnie rozciągnięciu i deformacji. W przypadku gdy początkowy rozkład cząstek jest równomierny, widmo ulega charakterystycznemu "skoszeniu", przy czym wraz z upływem czasu stosunek gęstości cząstek o najmniejszych masach do gęstości cząstek o masach największych dąży do stałej wartości. Deformacja ta jest skutkiem szybszego wzrostu cząstek o większych masach.

Przyjęta przez autorów metoda przybliżonego rozwiązania równania kondensacyjnego wzrostu cząstek jest z punktu widzenia zastosowań praktycznych metodą nieefektywną. Uzyskanie dostatecznie dużej dokładności rozwiązania wymaga bowiem zastosowania dużej liczby równań różniczkowych, co sprawia, że czas obliczeń jest długi i należy zastosować komputer o dużej pamięci operacyjnej.

Prezentowany przypadek obliczeniowy, jak sądzą autorzy, ze względu na istnienie rozwiązania analitycznego jest dobrym problemem testowym (benchmark problem) w teorii kondensacyjnego wzrostu cząstek aerozoli i może być wykorzystany do testowania metod przybliżonego rozwiązywania równania dynamiki aerozoli.

BIBLIOGRAFIA

- [1] G.M. Hidy, J.R. Brock: The dynamics of aerocolloidal systems. Pergamon Press, New York 1970.
- [2] S.K. Friedlander: Smoke, dust and haze. Fundamentals of aerosol behavior. J. Wiley and Sons, New York, London 1977.
- [3] Report to the American Physical Society of the study group on radionuclide release from severe accidents at nuclear power plants. Rev. Mod. Phys., Vol. 57, No 3, Part II, July 1985.

- [4] J. Adamski, M. Archutowski, M. Kielkiewicz : Analiza transportu i retencji aerozoli w obudowie bezpieczeństwa reaktora jądrowego chłodzonego wodą. Biuletyn Informacyjny ITC PW, Nr 74, 1990.
- [5] B.J. Mason: Clouds, rain and rainmaking. Cambridge University Press, Cambridge 1975, pp. 47-50.
- [6] M. Kielkiewicz, M. Mościcki: Kondensacyjny wzrost kropeł w zakresie continuum. Biuletyn Informacyjny ITC PW, Nr 75, 1991 (w druku).
- [7] I.H. Dunbar: Steam condensation modelling in aerosol codes. Commission of the European Communities, EUR-10584, Luxembourg 1986.
- [8] Math. Science Library, Vol. 4. Ordinary differential equations Control Data Corporation, Sunnyvale 1971.

THE VARIATIONS OF AN AEROSOL MASS SPECTRUM CAUSED BY VAPOUR CONDENSATION

Summary

The aerosol mass spectrum for the particular condensational mass growth rate and initial mass spectrum has been investigated using both analytic and approximate numerical methods. The obtained results have been compared and some conclusions concerning the approximate method have been presented.

ИЗМЕНЕНИЕ МАССОВОГО СПЕКТРА АЭРОЗОЛЯ ВЫЗВАННЫЕ КОНДЕНСАЦИЕЙ ПАРА

Резюме

Проведены исследования массового спектра аэрозоля для данной скорости конденсации пара и начального массового спектра с применением аналитического и приближенного числового методов. Сравнены между собой полученные результаты и представлены некоторые выводы касающиеся приближенного метода.