

Dr inż. Bogusław Ferens  
Katedra Teorii Maszyn Ciepłych  
Politechniki Warszawskiej

ANALIZA PORÓWNAWCZA METOD POMIAROWYCH HARMANA  
I HARMANA-JOFFEGO DLA POMIARÓW PARAMETRÓW FIZYCZNYCH  
I TERMOELEKTRYCZNYCH MATERIAŁÓW PÓLPRZEWODNIKOWYCH

Wstęp

Pomiary parametrów materiałów półprzewodnikowych mogą być określone wg jednej z wymienionych metod pomiarowych.

Każda z tych metod zakłada odpowiednie warunki przeprowadzenia pomiarów. Opierając się na uzyskanych wynikach pomiarów oraz na odpowiednich wyrażeniach wynikających z danej metody obliczane są poszukiwane parametry fizyczne i termoelektryczne badanego materiału.

1. Pomiary parametrów wg metody Harmana

Metoda Harmana zakłada przy pomiarach stosowanie małych prądów  $J$ , przepływających przez badane elementy oraz adiabaticzne wytworzenie różnicy temperatur  $\Delta T$ .

Schemat pomiaru przedstawiono na rys.1.

Konsekwencją przyjęcia pierwszego warunku jest wytwarzanie się w elemencie tak małych ilości ciepła Joule'a, że mogą być one pominięte w bilansie cieplnym badanego elementu.

Z warunku drugiego wynika, że procesy związane z przepływem prądu jak i wymianą ciepła w badanym elemencie przebiega-

ją w warunkach adiabatycznych, tzn. bez wymiany ciepła z otoczeniem.

Wynika z tego stwierdzenie, że ani na ściankach bocznych ani na końcach elementu nie będzie miało miejsca pochłanianie lub wydzielanie ciepła

$$Q_o = 0, \quad Q_g = 0, \quad Q_b = 0,$$

$Q_o$  - ciepło pochłaniane przez zimny koniec elementu,

$Q_g$  - ciepło pochłaniane przez gorący koniec elementu,

$Q_b$  - ciepło pochłaniane lub wydzielane przez powierzchnie elementu.

Spełnienie warunków  $Q_o = 0$ ;  $Q_g = 0$  może być dokonane przez umieszczenie badanego elementu w próżni. Jeżeli zaś chodzi o zagadnienie wymiany ciepła na bocznych powierzchniach elementu, to można je rozpatrywać z dwóch punktów widzenia, jako wynik działania dwu różnych procesów cieplnych.

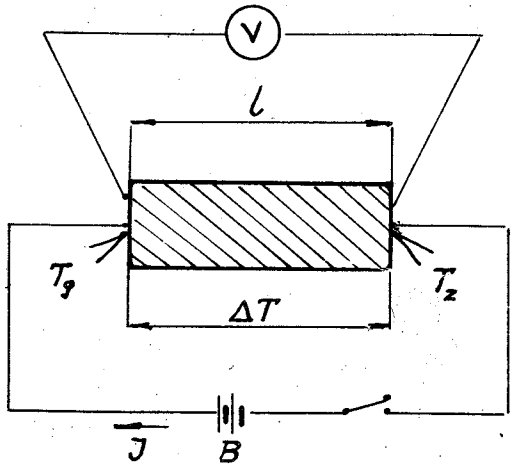
Jednym z nich jest wymiana ciepła pomiędzy powierzchnią o zmiennej temperaturze ścianek elementu a otoczeniem. Ponieważ jednak układ jest izolowany próżniowo od otoczenia, wymiany ciepła z otoczeniem nie będzie.

Wymianę ciepła można rozpatrywać również jako wynik działania efektu Thomsona powodującego wydzielanie lub pochłanianie ciepła przez boczne ściany elementu.

W tym przypadku ilość tego ciepła jest określona wyrażeniem

$$Q_{Th} = \frac{d\alpha}{dT} \frac{dT}{dx} J \quad (1)$$

Jeżeli analizować to wyrażenie z punktu widzenia ilości wytwarzanego ciepła, jest ono iloczynem trzech czynników. Dla niewielkiej wartości przepływającego prądu wytworzony gradient



Rys.1

temperatury jest niewielki. W obecności małego gradientu temperatury zmiana wartości współczynnika siły termoelektrycznej  $\propto$  będzie bliska zeru

$$\frac{d\alpha}{dT} \approx 0 .$$

Wobec tego wartość wyrażenia (1) będzie można przyjąć jako bliską zeru

$$Q_{Th} \approx 0 .$$

W obwodzie termoelektrycznym istnieje ścisła zależność pomiędzy przepływającym prądem a wytworzonymi strumieniami ciepła. Zależność tę można przedstawić w postaci bilansu cieplnego odniesionego do zimnego końca badanego termoelementu

$$Q_0 = Q_{Pz} - Q_J - Q_{\chi} \pm Q_{Th} , \quad (2)$$

gdzie  $Q_0$  - ciepło pochłaniane z otoczenia przez zimną spoinę termoelementu,

$Q_{Pz}$  - ciepło Peltiera zimnej spoiny,

$Q_{Th}$  - ciepło Thomsona,

$Q_J$  - ciepło Joule'a,

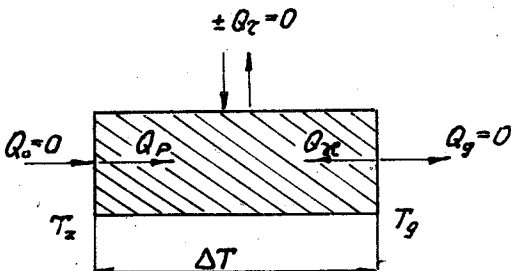
$Q_{\chi}$  - ciepło przewodnictwa.

Uwzględniając istniejące warunki pomiarowe można przyjąć, że

$$Q_0 = 0, Q_J = 0, Q_{Th} = 0 .$$

Wobec tego wyrażenie (2) sprowadzałoby się do postaci

$$Q_P = Q_{\chi} . \quad (3)$$



Rys.2

W rozpatrywanym przypadku badany jest pojedynczy element półprzewodnikowy o określonym kształcie geometrycznym będącym później jedną z gałęzi termoelementu rys.1.

Przez ten element przepływa prąd o natężeniu  $I$  A. W wyniku pracy prądu elektrycznego zaczynają działać w elemencie procesy termoelektryczne powodujące wytwarzanie się różnicy temperatur  $\Delta T$ .

W końcach elementu działają teraz strumienie ciepła Peltiera

$$Q_{Pg} = \alpha J T_g, \quad Q_{Pz} = \alpha J T_z .$$

Strumień ciepła Peltiera  $Q_{Pz}$  płynie od spoiny zimnej elementu, a w spoinie gorącej działa strumień  $Q_{Pg}$ .

Ciepła tych strumieni mają różne znaki i różnią się od siebie o wartość

$$\Delta Q_P = \alpha J T_g - \alpha J T_z ,$$

$$\Delta Q_P = \alpha J \Delta T .$$

Wartość ta odniesiona do różnicy temperatur  $\Delta T$  pomiędzy końcami elementu przedstawia jednostkową wartość tego ciepła.

Jest to zarazem jednostkowy strumień ciepła płynący w kierunku gorącej spoiny elementu

$$\frac{\Delta Q_P}{\Delta T} .$$

Wartość liczbowa tego strumienia w danej temperaturze liczonej w skali bezwzględnej będzie równa

$$Q_P = \frac{\Delta Q_P}{\Delta T} T .$$

Biorąc pod uwagę, że istniejąca różnica temperatur jest niewielka, tzn., że temperatura  $T_z$  niewiele się różni od temperatury  $T_g$ , można przyjąć do rozważań średnią temperaturę elementu  $\bar{T}$

$$\bar{T} = 0,5(T_g + T_z) .$$

Wynika z tego pojęcie średniego ciepła Peltiera

$$\begin{aligned}\bar{Q}_P &= \frac{\Delta Q_P}{\Delta T} \bar{T} , \\ \bar{Q}_P &= \frac{\alpha J \Delta T}{\Delta T} \bar{T} , \\ \bar{Q}_P &= \alpha J \bar{T} .\end{aligned}\tag{4}$$

W układzie izolowanym badanego elementu ten strumień ciepła Peltiera równoważony jest przez strumień przewodnictwa  $Q_{\kappa}$

$$Q_P = Q_{\kappa} .$$

Wyrażając ciepło przewodnictwa przez

$$Q_{\kappa} = \kappa \frac{S}{l} \Delta T ,$$

$\kappa$  - przewodność cieplna

$$\kappa = \frac{\alpha J \bar{T} l}{\Delta T S} .\tag{5}$$

Ponieważ temperatura  $\bar{T}$  różni się niewiele od temperatury  $T_g$  i  $T_z$  można we wzorze (5) wstawić temperaturę zimnej spoiny  $T_z$

$$\kappa = \frac{\alpha J T_z l}{\Delta T S} .\tag{5a}$$

- |  |                   |
|--|-------------------|
| $\alpha$ - współczynnik siły termoelektrycznej | V/stop,           |
| $\kappa$ - przewodność cieplna                 | W/cm stop,        |
| $l$ - długość elementu                         | cm,               |
| $S$ - pole przekroju poprzecznego elementu     | cm <sup>2</sup> , |
| $J$ - natężenie prądu                          | A                 |

Pomiar przewodności cieplnej metodą konwencjonalną dla ustalonych warunków cieplnych jest pomiarem dosyć trudnym i obarczonym znacznym błędem. Z wyrażenia (5a) wynika, że pomiar  $\kappa$  dla elementu o danych wymiarach geometrycznych i znanym współczynniku siły termoelektrycznej  $\alpha$  sprowadza się do pomiaru natężenia prądu oraz temperatur końców elementu.

W przypadku nieznannej wartości współczynnika  $\alpha$  można go określić jako iloraz spadku napięcia  $V_{\alpha}$  na sile termoelektrycznej i różnicy temperatur  $\Delta T$

$$\alpha = \frac{V_{\alpha}}{\Delta T}. \quad (6)$$

Uwzględniając zależność (6) we wzorze (5) otrzymuje się

$$\mathcal{K} = \frac{V_{\alpha} J T_z \ell}{\Delta T^2 s}. \quad (7)$$

Zarówno wyrażenia (5) jak i (7) zawierają w sobie wartość różnicy temperatur  $\Delta T$  względnie jej kwadrat. Ponieważ u podstawy tej metody zakłada się podczas pomiaru utrzymywanie niewielkiej różnicy temperatur  $\Delta T$  rzędu jednego stopnia, a pomiar tak małej różnicy temperatur może być obciążony stosunkowo dużym błędem, dlatego dogodniej jest wyrazić różnicę temperatur  $\Delta T$  ilorazem siły termoelektrycznej i jej współczynnika

$$\Delta T = \frac{V_{\alpha}}{\alpha}.$$

Wyrażenie na  $\mathcal{K}$  otrzyma teraz postać

$$\mathcal{K} = \frac{\alpha^2 J T_z \ell}{V_{\alpha} s}. \quad (8)$$

W przypadku, gdy wartość współczynnika  $\alpha$  jest nieznaną, lepiej jest określić go wg odpowiedniej metody pomiarowej, pozwalającej zresztą dokładnie określić jego wartość.

Pomiar temperatury zimnego końca elementu może być wykonany z wystarczającą dokładnością. Ewentualny niewielki błąd wykonania pomiaru i uzyskana stąd wartość tej temperatury w skali bezwzględnej rzędu około  $300^{\circ}\text{K}$  wpłynie tylko w niewielkim stopniu na niedokładność określenia wartości współczynnika  $\mathcal{K}$ .

Mając to na uwadze również dobrze można przyjąć do obliczeń wartość średnią z temperatur końców badanego elementu

$$\bar{T} = 0,5 (T_g + T_z).$$

Wyrażenia określające współczynnik przewodzenia ciepła można wykorzystać do określenia parametru termoelektrycznego Z. Parametr ten wyrażony jest zależnością

$$Z = \frac{\alpha^2}{\lambda \varrho} , \quad (9)$$

$\varrho$  - oporność właściwa badanego materiału,

$$\varrho = R \frac{S}{l}, \quad R = \frac{V_Q}{J},$$

R - opór omowy materiału,

$V_Q$  - spadek napięcia na oporze omowym materiału przy przepływie prądu o natężeniu J.

Uwzględniając otrzymane wyżej wyrażenie oraz przyjmując, że wartość współczynnika  $\alpha$  jest znana, parametr Z można obliczyć z zależności

$$Z = \frac{\alpha \Delta T}{V_Q T_z} . \quad (10)$$

W celu zwiększenia dokładności parametru Z należy unikać pomiaru różnicy temperatur  $\Delta T$ . Przy jej niewielkiej wartości ewentualny błąd obliczeniowy parametru Z byłby znaczny.

Wstawiając w miejsce  $\Delta T$ ,  $\frac{V_Q \alpha}{\alpha}$  otrzymuje się

$$Z = \frac{V_Q \alpha}{V_Q T_z} . \quad (11)$$

## 2. Pomiar parametrów wg metody Harman-Joffe

W metodzie tej przyjmuje się, że przez badany element przepływa prąd elektryczny o większym natężeniu prądu. Dlatego też w tym przypadku w równaniu energetycznym bilansu cieplnego musi być uwzględnione ciepło Joule'a.

W dalszym ciągu element izolowany jest od otoczenia w taki sposób, że  $Q_0 = 0$ , tak że zachodzące tu procesy przebiegają w warunkach adiabatycznych.

Odpowiednie równanie energetyczne można napisać w postaci

$$Q_p - Q_J - Q_\lambda + Q_{Th} = 0. \quad (12)$$

W odniesieniu do ciepła Thomsona udział jego w tym bilansie jest na tyle niewielki, że można go pominąć.

Można założyć, że mamy do czynienia z elementem o niewielkiej długości. Stąd też i gradient temperatury będzie niewielki. W związku z tym również i zmiana współczynnika siły termoelektrycznej będzie bliska zeru.

Równanie (12) można teraz napisać w postaci

$$Q_{\mathcal{X}} = Q_P - Q_J \quad (13)$$

Podstawiając wartości szczegółowe dla poszczególnych członów tego równania, otrzymuje się

$$\mathcal{X} \Delta T \text{ s/l} = \alpha J T_z - 0,5 J^2 \rho \text{ l/s} ,$$

stąd

$$\mathcal{X} = \frac{\alpha J T_z - 0,5 J^2 \rho \text{ l/s}}{\Delta T \text{ s/l}} , \quad (14)$$

$$\mathcal{X} = \frac{(\alpha J T_z - 0,5 V_\rho) J}{\Delta T \text{ s/l}} . \quad (15)$$

Opierając się na wyrażeniu (15) można określić w tych warunkach parametr Z

$$Z = \frac{\alpha^2 \Delta T}{(\alpha T_z - 0,5 V_\rho) V_\rho} , \quad (16)$$

lub uwzględniając wyrażenie  $\alpha = V_\alpha / \Delta T$

$$Z = \frac{V_\alpha}{\Delta T (T_z / \Delta T - 0,5 V_\rho / V_\alpha) V_\rho} . \quad (17)$$

Z ostatniego wyrażenia widać, że dla określenia parametru Z, przy uwzględnieniu ciepła Joule'a wystarczy wykonanie pomiaru napięć  $V_\alpha$  i  $V_\rho$  oraz temperatur końców badanego elementu.



### 3. Wytyczne pomiarowe

Zarówno w metodzie Harmana jak i Harman-Joffe wyrażenia określające odpowiednie parametry zawierają wielkość spadków napięć na sile termoelektrycznej  $V_{\alpha}$  oraz na oporze omowym  $V_{\rho}$  materiału badanego elementu.

Obie te wielkości mogą być zmierzone za pomocą odpowiednich przyrządów pomiarowych przy równoczesnym uwzględnieniu odpowiednich warunków wynikających ze specyficznych własności termoelektrycznych materiałów półprzewodnikowych.

Jak wynika z postaci otrzymanych uprzednio wyrażen określających odpowiednie parametry pomiar spadku napięcia  $V_{\alpha}$  może być zastąpiony przez pomiar współczynnika siły termoelektrycznej  $\alpha$  i odpowiedniej różnicy temperatur  $\Delta T$ .

Bezpośredni pomiar siły termoelektrycznej  $V_{\alpha}$  przy pomiarze parametrów wg opisywanych tu metod jest w zasadzie trudny. Dlatego też, jeśli chce się go uniknąć, można  $V_{\alpha}$  określić jednym z dwóch sposobów.

Pierwszy z nich polega na określeniu współczynnika  $\alpha$  przed właściwym pomiarem wg metody statycznej przez wytworzenie na końcach elementu różnicy temperatur  $\Delta T$  i bezpośrednie pomiarzenie istniejącej siły termoelektrycznej  $V_{\alpha}$ . W tym przypadku przez mierzony element prąd elektryczny nie przepływa.

W przypadku omawianych metod należy stosować drugi sposób określenia  $V_{\alpha}$ , gdzie zgodnie z założeniami przez badany element przepływa prąd elektryczny o ustalonym natężeniu prądu.

Wobec tego faktu, a następnie wskutek istnienia oporności omowej elementu, natychmiast po włączeniu prądu w badany obwód wytwarza się spadek napięcia  $V_{\rho}$  oraz rosnąca różnica temperatur  $\Delta T$ , powodująca równocześnie wzrost siły termoelektrycznej  $V_{\alpha}$ . Dlatego też przy przepływie prądu przez badany element nie można bezpośrednio zmierzyć wartości tej siły. Siłę tę można określić w sposób pośredni, przy czym istnieją tu dwa warianty, wg których można określić jej wartość.

Wg pierwszego wariantu mierzony jest spadek napięcia  $V_{\rho}$  na oporze omowym oraz suma spadku napięć  $V_c$

$$V_c = V_{\rho} + V_{\alpha},$$

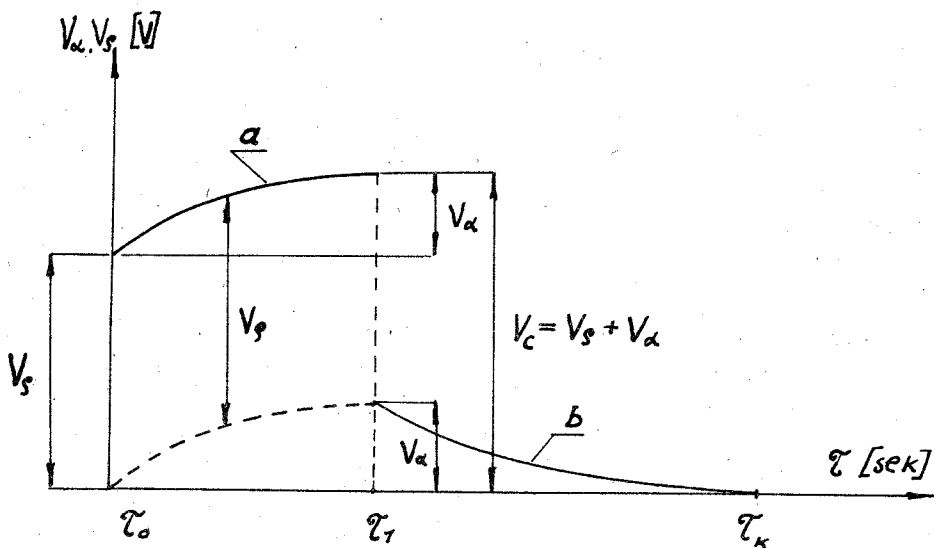
stąd

$$V_{\alpha} = V_c - V_{\rho}.$$

Spadek napięcia  $V_{\rho}$  mierzony jest w momencie włączenia w obwód prądu.

Wg drugiego wariantu siła termoelektryczna jest mierzona w momencie wyłączenia prądu płynącego przez element.

Przebieg zmian wartości mierzonych parametrów przedstawiono na rys.3.



Rys.3

Na rysunku tym krzywa a przedstawia zmiany rosnących wartości siły termoelektrycznej  $V_{\alpha}$ , a krzywa b jest linią zaniku tej siły.

W momencie  $\tau_0$  prąd doznaje spadku napięcia  $V_{\rho}$ . Od momentu  $\tau_0$  do  $\tau_1$  siła termoelektryczna rośnie do swej maksymalnej wartości  $V_{\alpha}$  przy stałej wartości spadku napięcia  $V_{\rho}$ .

W momencie  $\tau_1$  mierzona jest wartość sumy spadków napięć

$$V_c = V_{\rho} + V_{\alpha},$$

a następnie w momencie wyłączenia prądu zmierzony spadek napięcia będzie równy szukanej sile termoelektrycznej  $V_{\alpha}$ .

Gdy  $\tau_1$  dąży do  $\tau_k$  wartość siły termoelektrycznej  $V_{\alpha}$  dąży do zera.

Bibliografia

1. Egli P.H.: Thermoelectricity. John Willey a.Sons.Inc.New York a.London 1960.
2. Cadoff J.B., Miller E.: Thermoelectric Materials and Devices. Reinhold Publishing Corporation. New York. Chapman a.Hall.Ltd.London 1961.
3. Joffe A.F.: Termoelementy półprzewodnikowe. A.K.N.ZSRR. Instytut Półprzewodników. Moskwa-Leningrad 1960.
4. Ferens B.: Pomiar parametrów fizycznych materiałów półprzewodnikowych. P.A.K. Nr 11. Warszawa 1961.
5. Ferens B.: Analiza pracy chłodziarki termoelektrycznej. A.B.M. Nr 3. Warszawa 1963.