

# BIULETYN INFORMACYJNY

## INSTYTUTU TECHNIKI CIEPLNEJ

### POLITECHNIKI WARSZAWSKIEJ

WARSZAWA

TEL. 21007 w. 1232 i 1248

NOWOWIEJSKA 25

Nr 20/K.T.M.C.17

maj 1969 r.

dr inż. Wiesław Gogół  
Katedra Teorii Maszyn Ciepłych  
Politechniki Warszawskiej

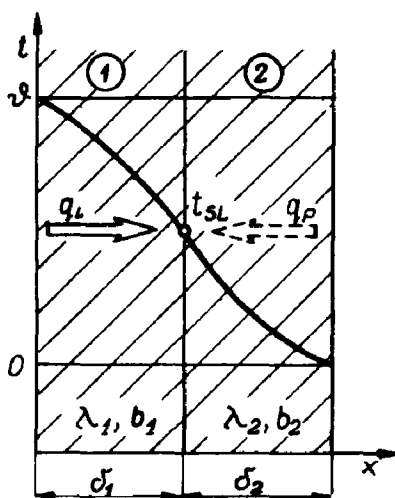
#### EFEKT ASYMETRII STRUMIENI CIEPŁA W CIAŁACH DWUSKŁADNIKOWYCH

1. Przedmiotem rozważań jest efekt asymetrii strumieni ciepłych w dwuskładnikowym układzie jednowymiarowym w stanie ustalonym (rys.1).

Ciała tworzące układ są ciągłe, jednorodne, izotropowe, nie podlegają żadnym przemianom i pozbawione są wewnętrznych źródeł ciepła. Termiczny opór kontaktowy między ciałami nie istnieje. Efekty krzyżowe w układzie nie występują.

Przewodności cieplne obu ciał w zakresie różnicy temperatur  $\psi$  zależą liniowo od temperatury

$$\lambda = \lambda_0(1 + bT). \quad (1)$$



Rys.1

Jak wykazano w pracy [2] w takim układzie dwuskładnikowym występuje efekt asymetrii strumieni; przy ustalonej różnicy temperatur  $\psi$  na zewnętrznych powierzchniach układu strumień ciepły  $q_L$  skierowany od cia-

ła 1 do 2 nie jest równy strumieniowi  $q_P$  skierowanemu od ciała 2 do ciała 1

$$\left| \frac{q_L}{q_P} \right| \neq 1. \quad (2)$$

Stosunek strumieni ciepłych [2]

$$\frac{q_L}{q_P} = \frac{-(K+1)+b_2 \frac{b_1+Kb_2}{b_1-b_2} \left( \vartheta + \frac{b_1}{2} \vartheta^2 \right) + \sqrt{(K+1)^2 + 2(b_1+Kb_2) \left( \vartheta + \frac{b_1}{2} \vartheta^2 \right)}}{(K+1)+b_1 \frac{b_1+Kb_2}{b_1-b_2} \left( \vartheta + \frac{b_2}{2} \vartheta^2 \right) - \sqrt{(K+1)^2 + 2(b_1+Kb_2) \left( \vartheta + \frac{b_2}{2} \vartheta^2 \right)}} K, \quad (3)$$

gdzie (indeksy 1 i 2 odnoszą się odpowiednio do ciała 1 i 2)

$$K = \frac{\delta_1}{\delta_2} \frac{\lambda_{02}}{\lambda_{01}}. \quad (4)$$

Jeśli zmienność przewodności cieplnej z temperaturą obu ciał jest taka sama ( $b_1 = b_2$ ), to jak wynika z (3)  $q_L = q_P$ .

Stosunek  $\frac{q_L}{q_P}$  określony wyrażeniem (3) staje się nieznaczony dla wartości

$$K = -\frac{b_1}{b_2}. \quad (5)$$

Wartość efektu asymetrii dla warunku (5) można odnaleźć stosując regułę de l'Hospitala (stosunek granic pierwszych pochodnych jest również nieznaczony)

$$\frac{q_L}{q_P} = \lim_{K \rightarrow -\frac{b_1}{b_2}} \frac{\frac{d^2}{dK^2} \left[ -(K+1)+b_2 \frac{b_1+Kb_2}{b_1-b_2} \left( \vartheta + \frac{b_1}{2} \vartheta^2 \right) + \sqrt{(K+1)^2 + 2(b_1+Kb_2) \left( \vartheta + \frac{b_1}{2} \vartheta^2 \right)} \right]}{\frac{d^2}{dK^2} \left[ (K+1)+b_1 \frac{b_1+Kb_2}{b_1-b_2} \left( \vartheta + \frac{b_2}{2} \vartheta^2 \right) - \sqrt{(K+1)^2 + 2(b_1+Kb_2) \left( \vartheta + \frac{b_2}{2} \vartheta^2 \right)} \right] K}, \quad (6)$$

stad

$$\left( \frac{q_L}{q_P} \right)_{K=-\frac{b_1}{b_2}} = \frac{1 + \frac{b_1}{2} \vartheta}{1 + \frac{b_2}{2} \vartheta} \frac{2(b_2-b_1) + b_2^2 \left( \vartheta + \frac{b_1}{2} \vartheta^2 \right)}{2(b_2-b_1) - b_1^2 \left( \vartheta + \frac{b_2}{2} \vartheta^2 \right)}. \quad (7)$$

2. W celu określenia wielkości efektu asymetrii  $\frac{q_L}{q_P}$  należy przede wszystkim ustalić zakres zmienności poszczególnych wielkości określających ten efekt. Zgodnie z wyrażeniem (3)

$$\frac{q_L}{q_P} = f(K, b_1, b_2, \vartheta). \quad (8)$$

Współczynnik  $K$  może mieć wartości od 0 do  $\infty$ , zależnie od geometrii układu.

Wielkości współczynników temperaturowych  $b_1$  i  $b_2$  nie mogą być dowolne; są one określone właściwościami fizycznymi ciał tworzących układ dwuskładnikowy. Mogą być brane pod uwagę tylko te ciała, dla których w przedziale temperatur  $\vartheta$  przewodność cieplna zmienia się liniowo z temperaturą (zakres linearyzacji), zgodnie z równaniem (1).

W tabelicy 1 podano zestawienie wartości współczynników  $b$  dla różnych ciał stałych. Ciecze i gazy wykazują na ogół mniejsze wartości współczynników  $b$ ; ponadto wydaje się, że w układzie płynów efekt asymetrii mógłby występować dość rzadko i wymagałby dodatkowego omówienia ze względu na możliwość pojawienia się konwekcji grawitacyjnej. Linearyzacja zmienności  $\lambda$  w tabl.1 została oczywiście przeprowadzona z pewnym przybliżeniem, ponieważ dla ciał rzeczywistych funkcja  $\lambda(T)$  nie jest ściśle liniowa nawet w wąskich zakresach temperatur.

Należy podkreślić, że wartości  $\lambda(T)$  podawane w różnych tablicach własności cieplnych ciał wykazują znaczne rozbieżności. Różnice te spowodowane są nie tylko zawsze występującymi błędami pomiarowymi w eksperymentach mających na celu wyznaczenie przewodności cieplnej, ale przede wszystkim niedokładnym określeniem (zdefiniowaniem) samego badanego materiału; nawet nieznaczne zmiany składu, obróbki termicznej lub mechanicznej mogą powodować zasadnicze zmiany wartości i przebiegu  $\lambda(T)$ . Dotyczy to zwłaszcza materiałów porowatych, czystych metali i temperatur kriogenicznych. Ponadto w temperaturach bliskich zeru bezwzględnemu pomiary przewodności cieplnej obarczone są zwykle dość dużym błędem, a ilość przeprowadzonych dotychczas eksperymentów jest zbyt mała, aby można było uzyskać na tej podstawie względnie dokładną zależność  $\lambda$  od  $T$ .

Tablica 1

Materiał	Zakres temperatur	$\lambda_0$	b	Literatura
	K	$\frac{W}{m \cdot K}$	$K^{-1}$	
Aluminium (99,994% Al)	~1 + 10	~1255	~420·10 <sup>-3</sup>	[3]
Aluminium (99,994% Al)	~5 + 30	~6680	-50·10 <sup>-3</sup>	[3]
Aluminium (99 % Al, czystość handlowa, przeciągane)	5 + 10	69,7	200·10 <sup>-3</sup>	[4]
Aluminium (99% Al, czystość handlowa, przeciągane)	10 + 20	146	86·10 <sup>-3</sup>	[4]
Aluminium (99% Al, czystość handlowa, przeciągane)	15 + 25	214	52,8·10 <sup>-3</sup>	[4]
Aluminium (99,95% Al)	300 + 700	225	-0,41·10 <sup>-3</sup>	[3]
Chrom (99,998% Cr)	~5 + 10	~133,7	~425·10 <sup>-3</sup>	[3]
Chrom (chemicznie czysty)	300 + 1000	91,8	-0,455·10 <sup>-3</sup>	[3]
Diamant (typ I, klejnot)	100 + 150	2770	-11,5·10 <sup>-3</sup>	[3]
Miedź (99,999% Cu)	~1 + 5	~418	~1160·10 <sup>-3</sup>	[3]
Miedź (elektrolityczna)	500 + 1000	377	-0,198·10 <sup>-3</sup>	[3]
Srebro (99,99% Ag)	~1 + 5	~418	~1250·10 <sup>-3</sup>	[3]
Srebro (99,99% Ag)	~25 + 40	~3420	-50,7·10 <sup>-3</sup>	[3]
Srebro (99,999% Ag, ciągnięte)	5 + 10	55,8	225·10 <sup>-3</sup>	[4]
Platyna (99,999% Pt, wyżarzona)	10 + 20	1230	-66·10 <sup>-3</sup>	[4]
Żelazo armco (99,906% Fe, 0,035% Cu, 0,026% S, 0,015% Mn, 0,014% C, 0,004% P)	300 + 1000	73,4	-0,817·10 <sup>-3</sup>	[3]
Stal węglowa (0,1% C, $\rho = 7850 \text{ kg/m}^3$ )	273 + 673	57,3	-0,58·10 <sup>-3</sup>	[5]

C.d. tabl.1

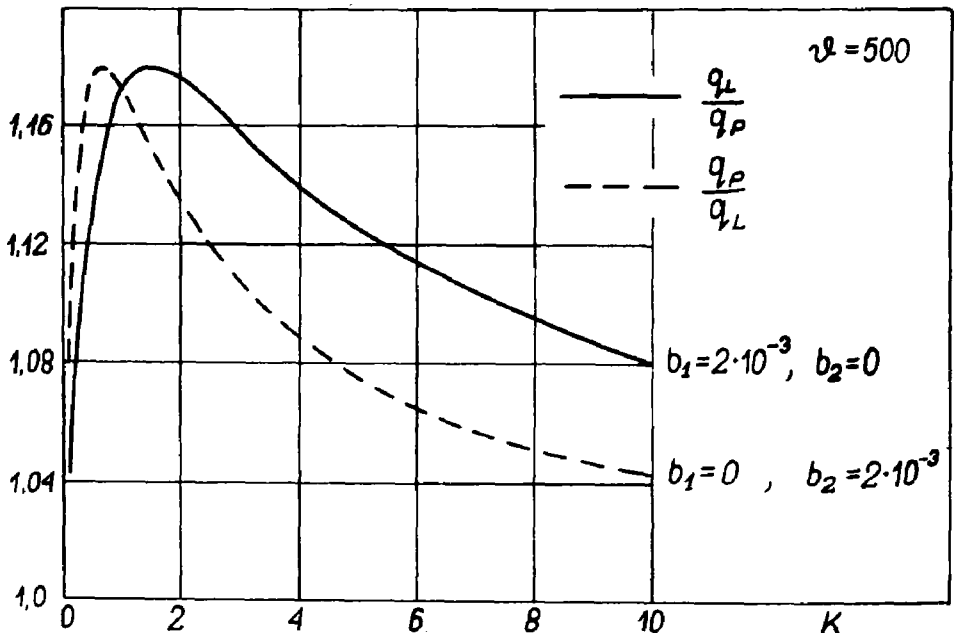
Materiał	Zakres temperatur	$\lambda_0$	b	Literatura
	K	$\frac{W}{m \cdot K}$	$K^{-1}$	
Stal 10 (0,10% C, 0,40% Mn, 0,17+0,37% Si, <0,15% Cr, <0,30% Ni, ślady S i P, lana, wyżarzona)	273 + 773	89,5	$-1,1 \cdot 10^{-3}$	[1]
Stal 45 (0,40+0,50% C, 0,50+0,80% Mn, 0,17+0,37% Si, <0,3% Cr, <0,3% Ni, ślady S i P, lana, wy- żarzona)	273 + 673	79	$-1,39 \cdot 10^{-3}$	[1]
Stal chromowo-niklowa (15% Cr, 27% Ni, 3% W, 0,5% C)	273 + 773	10,9	$1,38 \cdot 10^{-3}$	[5]
Stale chromowo-niklowe (18-20% Cr, 8+9% Ni, domieszki C i Ti)	273 + 873	~14	$\sim 1,1 \cdot 10^{-3}$	[1]
Mosiądz (90% Cu, 10% Zn, $\rho = \sim 8600 \text{ kg/m}^3$ )	273 + 873	102,3	$1,51 \cdot 10^{-3}$	[5]
Tombak (90% Cu, Zn, 0,3% domieszek, walcowany)	273 + 773	111,6	$1,33 \cdot 10^{-3}$	[1]
Nowe srebro (62% Cu, 15% Ni, 22% Zn, $\rho = 8433 \text{ kg/m}^3$ )	273 + 573	23,2	$2,33 \cdot 10^{-3}$	[5]
Tellurek bizmutu $Bi_2Te_3$	~300 + 375	~2,51	$\sim 10,3 \cdot 10^{-3}$	[3]
Karborund (cegła, 50% SiC, $\rho = 2200 \text{ kg/m}^3$ )	273 + 673	5,82	$-0,5 \cdot 10^{-3}$	[5]
Karborund (cegła, 100% SiC, $\rho = 2300 \text{ kg/m}^3$ )	273 + 473	71,3	$-1,62 \cdot 10^{-3}$	[5]
Porcelana (cegła, 55% $Al_2O_3$ , 45% $SiO_2$ , $\rho = 2530 \text{ kg/m}^3$ )	273 + 673	0,96	$2,1 \cdot 10^{-3}$	[5]
Chlorek poliwinylu	190 + 200	0,89	$54 \cdot 10^{-3}$	[3]

Z wyżej wymienionych względów należałoby traktować dane literaturowe i opracowane na ich podstawie ilustracyjne zestawienie w tabl.1 (niedokładności linearyzacji) bardzo ostrożnie.

3. Na podstawie zależności (3) i (7) przeprowadzono serię obliczeń, pozwalającą określić zmienność efektu asymetrii i występowanie jego maksimum, zależnie od wartości  $K$ ,  $b_1$ ,  $b_2$  i  $\nu$ .

Współczynnik  $K$  zmieniał się w obliczeniach od 0 do 10; dla współczynników temperaturowych  $b_1$  i  $b_2$  przyjęto wartości  $-2 \cdot 10^{-3}$ ,  $-1 \cdot 10^{-3}$ ,  $0$ ,  $1 \cdot 10^{-3}$ ,  $2 \cdot 10^{-3}$ ; wartości różnic temperatur  $\nu$  wynosiły 100, 300 i 500. Wyniki obliczeń przedstawiono na wykresach. Wykonane serie obliczeń nie obejmują oczywiście wszystkich możliwości asymetrycznotropowego układu dwuskładnikowego i należy je traktować jako przykładowe.

Z analizy wymiarowej wzoru (3) wynika, że wartość  $\frac{q_L}{q_P}$  jest taka sama na przykład dla  $b_1 = -1 \cdot 10^{-3}$ ,  $b_2 = 2 \cdot 10^{-3}$  i  $\nu = 500$ , jak i dla  $b_1 = -1$ ,  $b_2 = 2$  i  $\nu = 0,5$ . Powyższa własność zależności (3) rozszerza znacznie zakres stosowalności wyników przeprowadzonych tutaj obliczeń.



Rys.2

Wyniki obliczeń zostały podane w takiej postaci, aby zawsze  $\frac{q_L}{q_P} > 1$ ; jest to tylko kwestią umowy i oznacza, że ciało 1 (rys.1) ma współczynnik temperaturowy większy niż ciało 2. W przypadku odwrotnym  $b_1 < b_2$  będzie  $\frac{q_L}{q_P} < 1$  albo  $\frac{q_P}{q_L} > 1$ , a zamiast współczynnika  $K$  wystąpi jego odwrotność. Wartości stosunku strumieni cieplnych przy takiej formalnej zamianie oznaczeń 1 i 2 zostały pokazane na rys.2. Wyniki obliczeń podawane dla  $\frac{q_L}{q_P} > 1$  obejmują więc wszystkie możliwe przypadki.

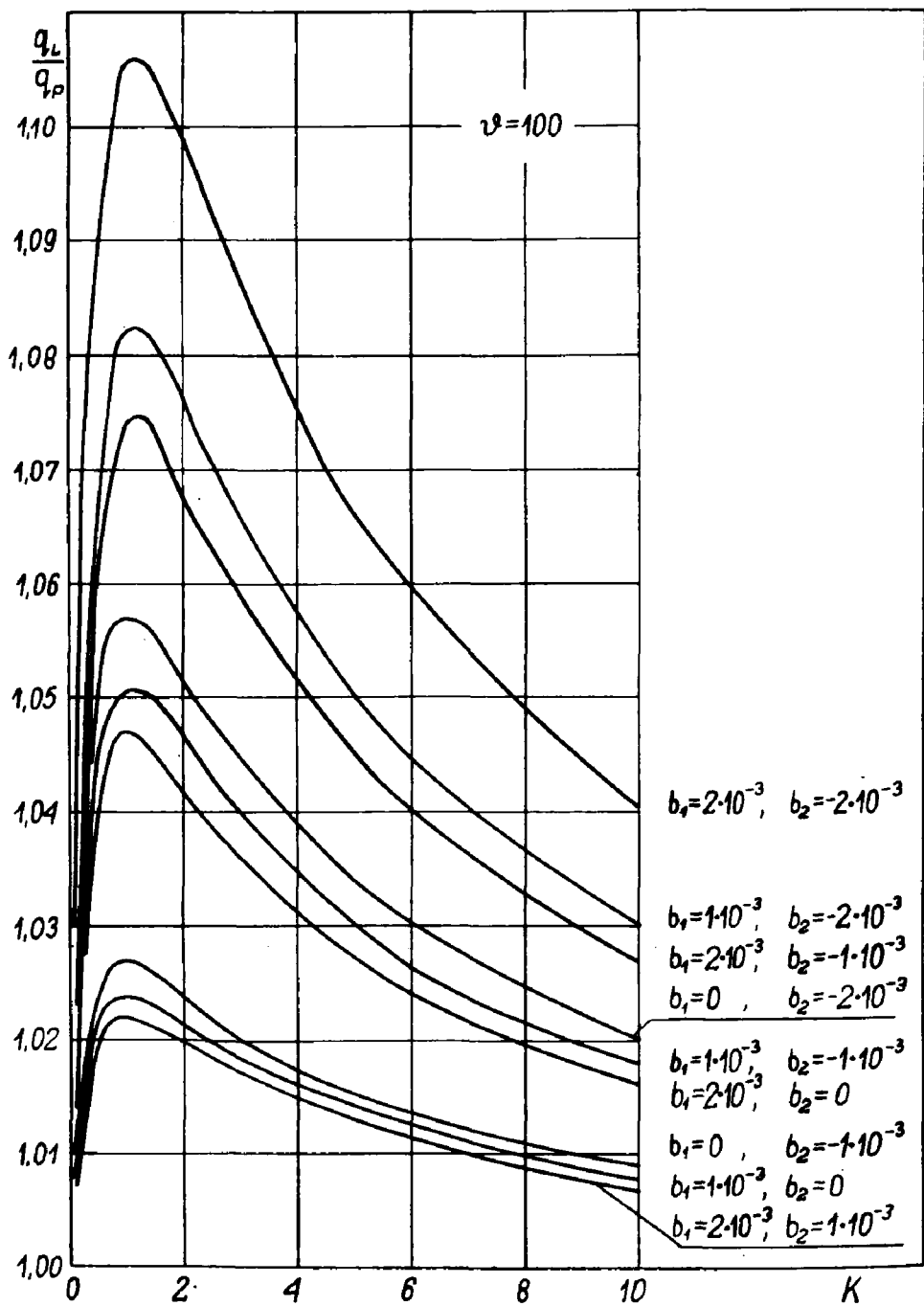
Na rys.3,4 i 5 podano wykresy  $\frac{q_L}{q_P} = f(K)$  dla różnych kombinacji  $b_1$  i  $b_2$  oraz  $\nu = 100, 300$  i  $500$ . Wszystkie krzywe mają podobny charakterystyczny przebieg; maksimum efektu asymetrii występuje na ogół w zakresie  $K = 1 \div 3$ .

Na rys.6 podano zależność  $\frac{q_L}{q_P} = f(\nu)$  dla  $K = 1$  i różnych kombinacji  $b_1$  i  $b_2$ .

4. Przeprowadzona analiza wielkości efektu asymetrii strumieni cieplnych w jednowymiarowym układzie dwuskładnikowym prowadzi do następujących wniosków.

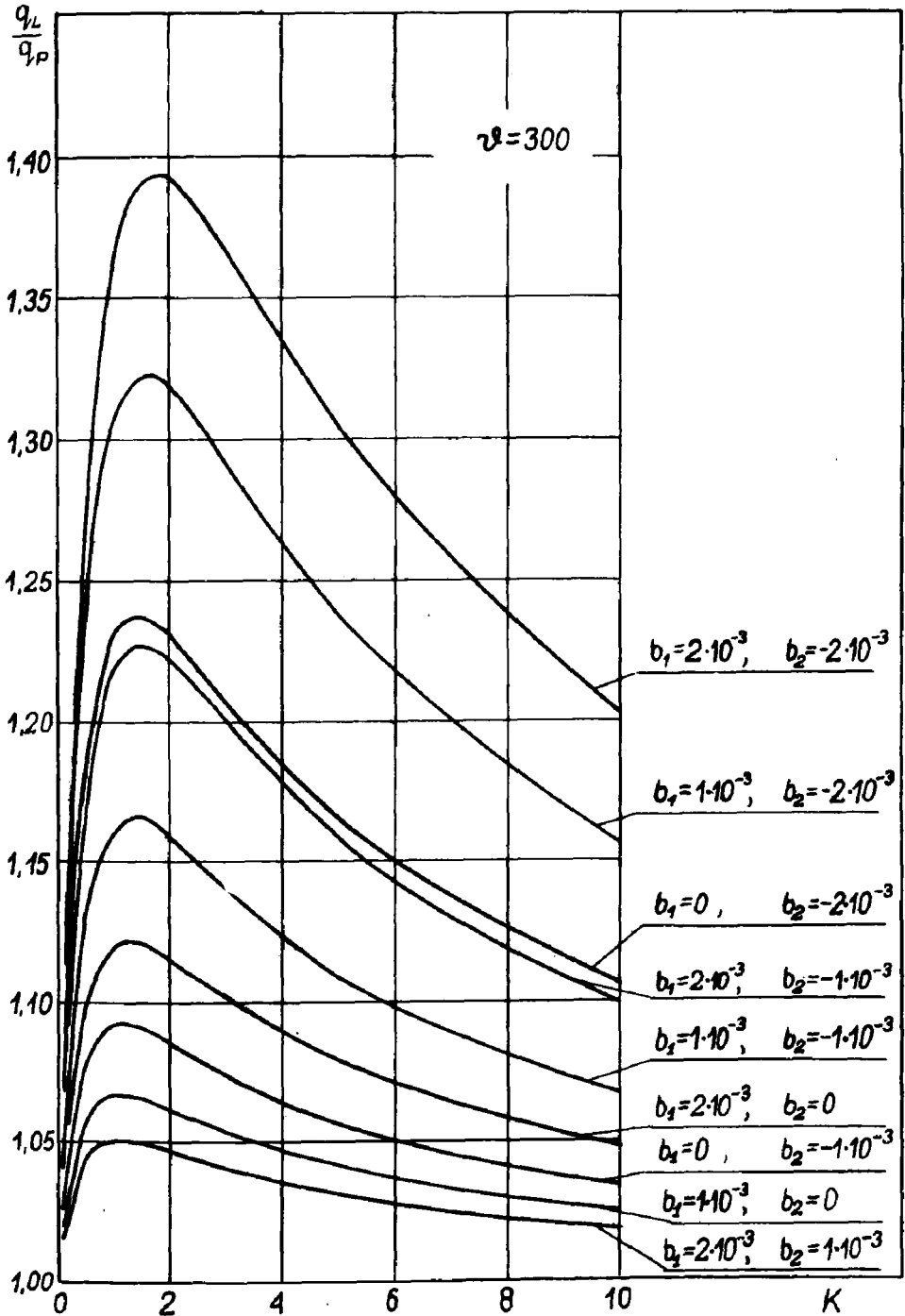
Wartości współczynników temperaturowych  $b$  (tabl.1) ciał występujących w przyrodzie są na ogół niewielkie w dużych zakresach temperatur (linearyzacji)  $\nu$ . Duże wartości współczynników  $b$  występują tylko w bardzo niskich temperaturach, ale w zakresie temperatur  $\nu$  bardzo małym (np. 5 K) i dlatego również i w tych przypadkach nie można spodziewać się dużych wartości  $\frac{q_L}{q_P}$ .

Wielkość efektu asymetrii scharakteryzowana wartością stosunku  $\frac{q_L}{q_P}$  rośnie ze wzrostem różnicy temperatur  $\nu$  między zewnętrznymi powierzchniami układu jednowymiarowego. W zależności od współczynnika  $K$  wartość  $\frac{q_L}{q_P}$  ma charakterystyczny przebieg z maksimum w zakresie wartości  $K = 1 \div 3$ . Efekt asymetrii rośnie przy wzroście różnicy między współczynnikami temperaturowymi  $b$  obu ciał tworzących układ, przy czym decydu-

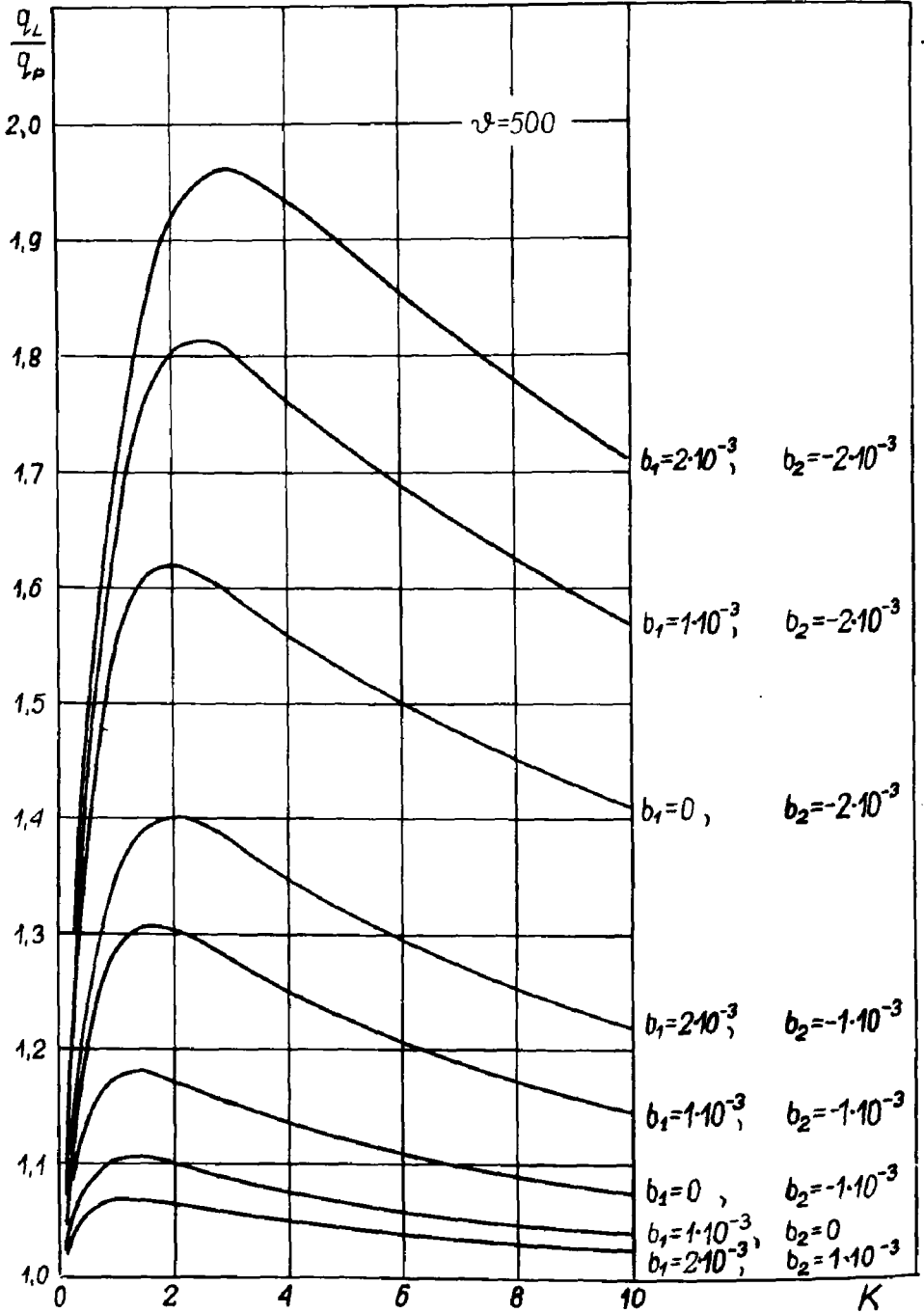


Rys. 3

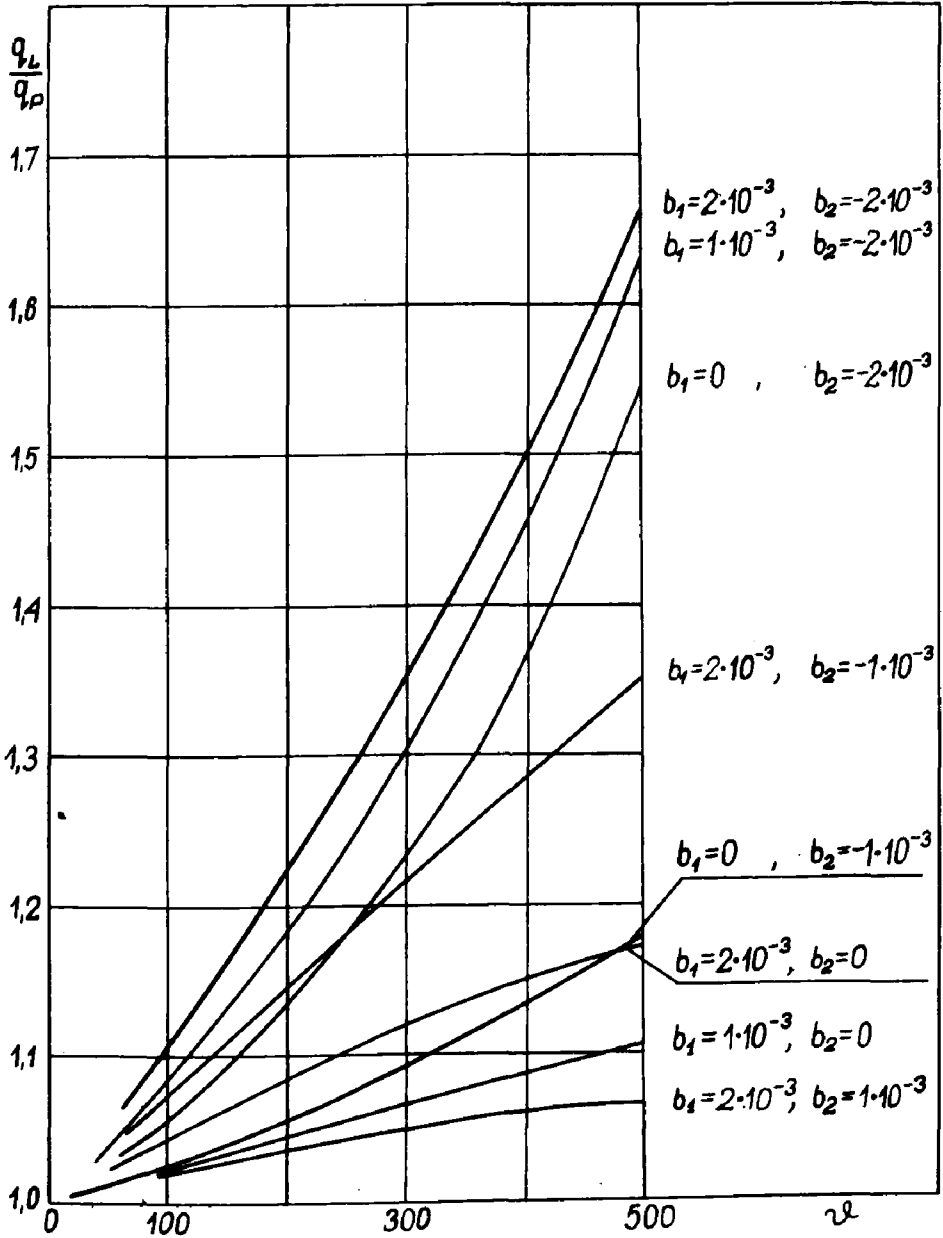




Rys. 4



Rys. 5



Rys. 6

jące znaczenie ma w tym przypadku duża ujemna wartość jednego ze współczynników.

Efekt asymetrii strumieni jest zwykle dość słaby i na ogół nie przekracza wartości  $\frac{q_L}{q_P} = 2$ ; poszukiwanie układów dwuskładnikowych o szczególnie silnym efekcie asymetrii wymagałoby uwzględnienia innych właściwości ciał tworzących układ (na przykład rozszerzalności cieplnej, termicznego oporu kontaktowego itp.) i wykraczałoby poza zakres przeprowadzonej analizy zjawiska.

W zakończeniu chciałbym podziękować prof. dr B. Staniszewskiemu, dr J. Butkiewiczowi i mgr inż. E. Gogół za cenne uwagi i pomoc przy opracowywaniu omawianego tutaj zagadnienia.

### Bibliografia

1. Czirkın W.: *Tiepłoprowodnost promyszlennych materialow.* Maszgiz. Moskwa 1957.
2. Gogół W.: *Przewodzenie ciepła w ciałach niejednorodnych o przewodności cieplnej zmiennej z temperaturą.* Biuletyn Informacyjny Instytutu Techniki Ciepłej, marzec 1969.
3. Goldsmith A., Waterman E., Hirschhorn H.: *Handbook of thermophysical properties of solids materials.* Macmillan Company. New York 1961.
4. Johnson V.: *Properties of materials at low temperature.* Pergamon Press. Oxford 1961.
5. Ražnjević K.: *Tablice cieplne z wykresami.* NT. Warszawa 1966.

### Р е з ю м е

#### Эффект асимметрии тепловых потоков в системе двух плит

Рассматривается асимметрия тепловых потоков в одномерной системе двух неограниченных плит в стационарных условиях.

Определено влияние на величину эффекта ассиметрии разницы температур на поверхностях системы, температуровых коэффициентов  $b$ , теплопроводности и толщины двух оставших плит.

S u m m a r y

An Effect of Asymmetry of the Rates of Heat Flow in the  
Two-composed System

An analysis of the value of the effect of asymmetry of the rates of heat flow in a one-dimensional two-composed system (the system of two parallel solid plates) in a steady state is presented.

The influence of the difference of temperature at the surfaces of the system, the temperature coefficients  $b$ , thermal conductivities and thicknesses of both the parallel plates on the value of the effect are determined.