

**Tadeusz Rychter**

Instytut Techniki Ciepłej  
Politechniki Warszawskiej

## **SPALANIE STECHIOMETRYCZNYCH MIESZANIN METANOWO-POWIETRZNYCH W KOMORZE KULISTEJ**

W artykule przedstawiono wycinek prac prowadzonych nad opracowaniem uniwersalnego programu komputerowego VEX, przeznaczonego do obliczania przebiegów ciśnienia podczas spalania mieszanin gazowo-powietrznych w zbiornikach zamkniętych. Wycinek ten obejmuje spalanie stechiometrycznych mieszanin metanowo-powietrznych w niewielkich zbiornikach kulistych. Krótko scharakteryzowano przyjęty w obliczeniach model matematyczny ze szczególnym naciskiem na prędkość spalania i wymianę ciepła. Wyniki obliczeń porównano z danymi doświadczalnymi własnymi i zaczerpniętymi z literatury. Potwierdzono, że zgodność między wynikami doświadczalnymi a wynikami obliczeń za pomocą programu VEX jest zadowalająca.

### **OZNACZENIA**

- $A_f$  — powierzchnia frontu płomienia
- $A_w$  — powierzchnia wymiany ciepła ze ściankami
- $C, C_1$  — stałe
- $h$  — współczynnik wymiany ciepła
- $k_u$  — wykładnik izentropy świeżego ładunku
- $k_b$  — wykładnik izentropy spalin
- $m_b$  — masa spalin
- $m_i$  — masa początkowa
- $m_u$  — masa ładunku nie spalonego
- $p$  — ciśnienie
- $p_i$  — ciśnienie początkowe
- $p_f$  — ciśnienie spalania adiabatycznego
- $q$  — ciepło na jednostkę masy
- $S$  — prędkość spalania

$S_0$	– fundamentalna prędkość spalania
$t$	– czas
$T$	– temperatura
$T_u$	– temperatura ładunku nie spalonego
$T_w$	– temperatura ścianek
$V_b$	– objętość spalin
$V_i$	– objętość komory
$x_b$	– udział masowy spalin, $m_b/m_i$
$y_b$	– udział objętościowy spalin, $V_b/V_i$
$\sigma$	– $p/p_i$

## WSTĘP

Obliczanie parametrów charakteryzujących proces spalania w niewielkich zbiornikach zamkniętych jest szeroko stosowaną techniką wspomagającą prace badawcze prowadzone przy użyciu laboratoryjnych komór o stałej objętości. Używane są przy tym nieskomplikowane modele zerowymiarowe (w których jedyną zmienną niezależną stanowi czas) [1, 2], jak i modele wielowymiarowe opisujące przebieg procesu spalania w czasie i w przestrzeni komory spalania [3, 4]. Zazwyczaj zasadniczym celem obliczeń jest uzyskanie przebiegu narastania ciśnienia od chwili zapłonu do zakończenia procesu. Temu zagadnieniu poświęcono wiele prac, które oprócz wyników obliczeń zawierają obszerne niekiedy zestawy wyników pomiarów, wykorzystywanych do weryfikacji modelu matematycznego [5, 6]. Głębsza analiza tych publikacji pokazuje jednak, że wyniki pomiarów pochodzą z niewielu źródeł. Ponadto wyniki te zostały otrzymane w każdym przypadku w innym urządzeniu badawczym [7], nie zawsze szczegółowo opisanym. Stąd bierze się niepewność co do możliwości przyjęcia tych wyników jako podstawy do weryfikacji obliczeń. Przeto wciąż istnieje potrzeba pozyskiwania wyników doświadczalnych we własnym zakresie, przy pełnej znajomości warunków eksperymentu.

Celem niniejszej publikacji jest robocze przedstawienie obliczeń przebiegu ciśnienia w kulistej komorze o stałej objętości oraz ich eksperymentalnej weryfikacji dla przypadku laminarnego spalania stechiometrycznych mieszanin metanowo-powietrznych, tj. przypadku o największej liczbie danych pomiarowych przytaczanych w literaturze. Ilustracje w niniejszej pracy stanowią wykresy wydrukowane bezpośrednio z pakietu graficznego programu VEX, o opisie w języku angielskim. Każda próba ich transformacji na język polski odebrałaby tym wydrukowi cechy autentyczności, toteż celowo pozostawiono je w wersji anglojęzycznej.

## 1. MODEL MATEMATYCZNY

### 1.1. Założenia ogólne

Do obliczeń użyto modelu dwustrefowego, w którym cała objętość komory spalania jest podzielona na strefę spalin oraz strefę świeżego, jeszcze nie spalonego ładunku. Do modelu wprowadzono tzw. „quasi-wymiarowość” zakładając, że płomień zainicjowany iskrą elektryczną rozprzestrzenia się kuliście od miejsca zapłonu. Założenie takie jest poprawne w stosunku do niewielkich komór, co potwierdza wizualizacja procesu spalania.

Przyjęto, że w żadnej ze stref nie występują gradienty temperatury i koncentracji składników, a ciśnienie jest jednorodne w całej objętości komory. Skład spalin pozostaje niezmienny i jest obliczany jako skład równowagowy w warunkach spalania adiabatycznego. Ponadto przyjęto, że czynnik spełnia równanie stanu gazu doskonałego a ciepło właściwe spalin i świeżego ładunku jest stałe.

### 1.2. Podstawowy zestaw równań

Do matematycznego opisu modelu użyto klasycznego zestawu równań zachowania: masy, pędu i energii, przy czym równanie pędu zostało wyeliminowane przez założenie jednorodności ciśnienia w komorze. Każde z pozostałych dwóch równań zachowania (masy i energii) zawiera człony określające strefy ładunku nie spalonego i spalin, a równanie energii – również człon wymiany ciepła ze ściankami komory. Wychodząc z tych podstawowych równań, stosując procedurę przekształceń zaproponowaną w [8], można uzyskać dwa zasadnicze równania opisujące przyrost ciśnienia  $d\sigma/dt$  i przyrost objętościowego udziału  $dy_b/dt$  w następującej postaci:

$$\frac{d\sigma}{dt} = \frac{-\frac{dx_b}{dt} [\sigma(k-1) + B\sigma^{1/k_u}]}{(1-y_b) \frac{1}{k_u} (\sigma^{1/k_u} - 1) [\sigma(k-1)] - (-\sigma^{1/k_u}) [1 + y_b(k-1)]} \quad (1)$$

$$\frac{dy_b}{dt} = \frac{\frac{dx_b}{dt} \left\{ [1 - y_b(k-1)] + B \left[ (1-y_b) \frac{1}{k_u} \sigma^{(1/k_u-1)} \right] \right\}}{\left[ (1-y_b) \frac{1}{k_u} \sigma^{(1/k_u-1)} \right] \sigma(k-1) - [-\sigma^{(1/k_u)}] [1 - y_b(k-1)]} \quad (2)$$

$$\text{gdzie:} \quad B = K \frac{dx_b}{dt} + \frac{dq}{dt} \quad (3)$$

$$k = \frac{k_u - 1}{k_b - 1} \quad (4)$$

$$\text{Stała} \quad K = k \frac{p_f}{p_i} - 1 \quad (5)$$

gdzie  $p_f$  oznacza ciśnienie spalania adiabatycznego obliczane przy założeniu równowagowego składu spalin dla zadanego składu ładunku i jego stanu początkowego.

### 1.3. Masowa szybkość spalania

Masową szybkość spalania obliczano z zależności:

$$\frac{dx_b}{dt} = \frac{1}{m_i} \rho_u A_f S \quad (6)$$

Bieżącą powierzchnię frontu płomienia  $A_f$  obliczano przy uwzględnieniu geometrii komory. Powierzchnia ta jest zawsze częścią kulistej powierzchni płomienia (przy jego chwilowym położeniu) ograniczoną ściankami komory spalania.

### 1.4. Prędkość spalania

Zgodnie z założeniami modelu płomień rozprzestrzenia się w sposób laminarny od punktu zapłonu do końca procesu z bieżącą prędkością  $S$  obliczaną z zależności

$$S = S_0 \left( \frac{T_u}{T_i} \right)^\alpha \left( \frac{p}{p_i} \right)^\beta \quad (7)$$

gdzie  $S_0$  oznacza fundamentalną prędkość spalania laminarnego w warunkach normalnych, znaną z obszernej literatury.

Wykładniki  $\alpha$  i  $\beta$  są współczynnikami empirycznymi, które uwzględniają wpływ temperatury i ciśnienia w komorze na chwilową prędkość spalania. Właściwy dobór tych parametrów ma zasadnicze znaczenie dla dokładności obliczeniowego odwzorowania rzeczywistości. Wartości  $\alpha$  i  $\beta$  są wyznaczone na podstawie porównywania wyników obliczeń i eksperymentu, przy czym mają na to wpływ także inne przyjęte założenia modelu, a szczególnie sposób opisu wymiany ciepła ze ściankami. Wynika z tego, że wartości  $\alpha$  i  $\beta$  nie są wartościami uniwersalnymi i zależą zarówno od warunków eksperymentu, jak

i od jakości przyjętego modelu obliczeniowego. Znajduje to odbicie w literaturze, gdzie wartości te proponowane przez różnych autorów wahają się w granicach:  $\alpha = 1 + 2,2$ ,  $\beta = (-0,18) + (-0,4)$ .

## 1.5. Wymiana ciepła

Przyjęte uprzednio założenie o jednorodności składu chemicznego i temperatury w każdej z dwóch stref modelu powoduje, że upływ ciepła do ścianek komory jest uwzględniany jedynie jako obniżenie energii wewnętrznej każdej strefy. Energię odprowadzoną do ścianek oblicza się z podstawowego wyrażenia:

$$\frac{dq}{dt} = h A_w (T - T_w) \quad (8)$$

przy czym  $T$  oznacza odpowiednio temperaturę każdej ze stref.

W omawianym modelu wymianę ciepła ograniczono jedynie do wymiany konwekcyjnej; pominięcie promieniowania jest niewątpliwie uproszczeniem, ale brak w gazie cząstek stałych uproszczenie to pomniejsza. Powierzchnię wymiany ciepła  $A_w$  stanowi bieżąco obliczana powierzchnia styku spalin i nie spalonego ładunku ze ściankami przy uwzględnieniu geometrii komory. Temperaturę ścianek komory  $T_w$  przyjęto za niezmienną, równą temperaturze początkowej ładunku  $T_i$ .

Pominięcie promieniowania sprawia, że w przypadku kulistej komory o zapłonie w środku wymiana ciepła dokonuje się wyłącznie pomiędzy strefą ładunku nie spalonego a ściankami. Z chwilą zakończenia procesu następuje skokowa zmiana warunków spowodowana nagłym zwiększeniem tej wymiany między ściankami a gorącymi spalinami. Wskazuje to na potrzebę uwzględnienia w przyszłości wymiany ciepła przez promieniowanie, bowiem taka nieciągłość w profilu ciśnienia nie jest obserwowana w rzeczywistości.

Do obliczania współczynnika wymiany ciepła  $h$  przyjęto wyrażenie rekomendowane w [4]:

$$h = C \left( 1 + C_1 \sqrt[3]{S_{sr}} \right)^3 \sqrt[3]{p^2 T} \quad (9)$$

gdzie średnia prędkość propagacji płomienia

$$S_{sr} = \left( \frac{dV_b}{dt} \right) \frac{1}{A_f} \quad (10)$$

$C$  i  $C_1$  są stałymi empirycznymi. W pozycji [4] dla komór o badanej wielkości rekomenduje się  $C_1$  o wartości  $4 (s/m)^{1/2}$ . Stała  $C$  została pozostawiona jako stała dobierana przez użytkownika programu obliczeniowego tak, żeby uzyskać wymaganą zgodność obliczeń z doświadczeniem.

## 2. URZĄDZENIE BADAWCZE

Badania przeprowadzono w kulistej komorze o stałej objętości o stalowych, wewnątrz matowo lakierowanych szarych ściankach i średnicy 163,8 mm. Zapłon następował za pomocą wyładowania elektrycznego, a punkt zapłonu mógł być zmieniany wzdłuż promienia kuli od jej środka do ścianki. Komora spalania odbiegała nieznacznie od kształtu idealnie kulistego (różnica w długości prostopadłych średnic około 4 mm). Podana średnica jest więc średnicą zastępczą obliczoną z rzeczywistej, zmierzonej objętości komory.

Komorę napełniano wstępnie przygotowaną mieszaniną stechiometryczną metanu z powietrzem. Początkowe ciśnienie wynosiło  $p_i = 0,1$  MPa a temperatura  $T_i = 293$  K. Dla każdego położenia punktu zapłonu pomiaru ciśnienia dokonywano 10-krotnie, uzyskując na tej podstawie średni wykres przebiegu ciśnienia używany do porównań z obliczeniami. Po każdym zapłonie komora była schładzana do temperatury początkowej. Przebiegi ciśnienia rejestrowano przy użyciu komputerowej akwizycji danych.

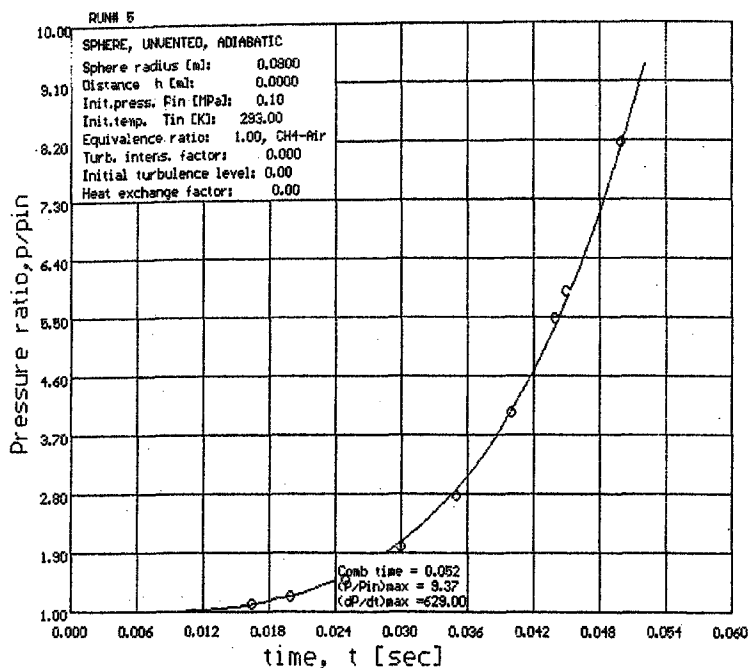
## 3. WYNIKI

Wyniki są przedstawione w postaci bezpośrednich wydruków z programu VEX, w którym poszczególne przebiegi obliczeniowe są oznaczone numerami. Tablica 1 umożliwia powiązanie tych numerów z geometrią i warunkami wymiany ciepła każdego przebiegu.

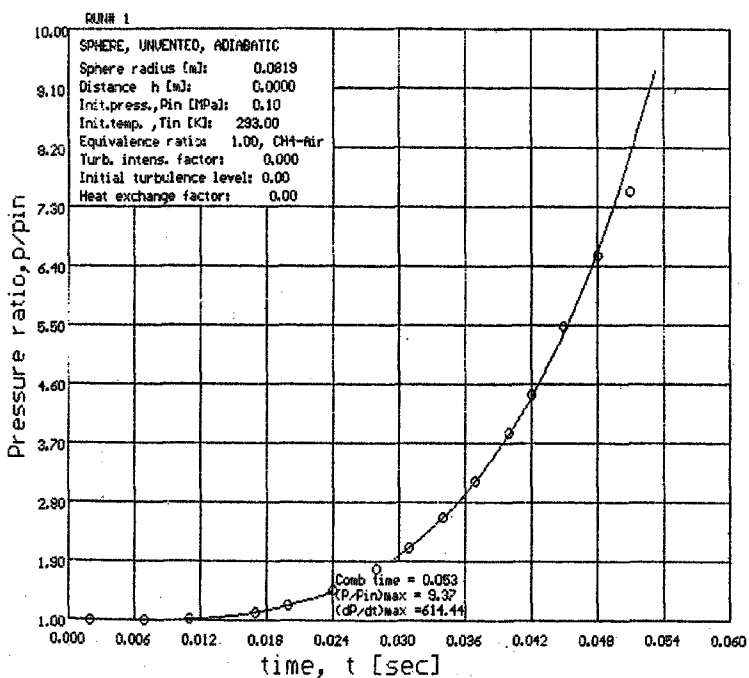
Tablica 1

Numer przebiegu	Położenie punktu zapłonu	Promień kuli [m]	Współczynnik $C$ wymiany ciepła
#1	środek kuli	0,0819	$C = 0$ , adiabat.
#2	w połowie między środkiem a ścianką	0,0819	$C = 0,22$
#3	na ściance kuli	0,0819	$C = 0$ , adiabat.
#4	na ściance kuli	0,0819	$C = 0,22$
#5	środek kuli	0,08	$C = 0$ , adiabat.

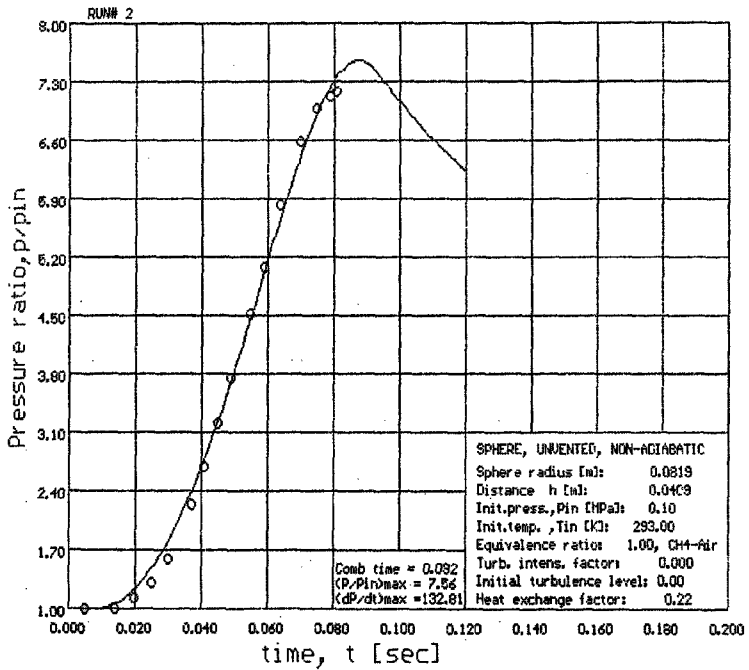
Przebieg ciśnienia w komorze o promieniu 80 mm, przy zapłonie w środku kuli (Run#5) jest pokazany na rys. 1. Naniesione nań punkty są wynikiem pomiarów przedstawionych w literaturze, jednych z najlepiej udokumentowanych [9]. Obliczeń dokonano przy założeniu adiabatyczności komory kierując się sugestiami innych badaczy, że przy tak niewielkiej komorze o zapłonie w środku wpływ ciepła do ścianek jest nieznaczny. Dobra zgodność obliczeń z doświadczeniem potwierdza ten wniosek.



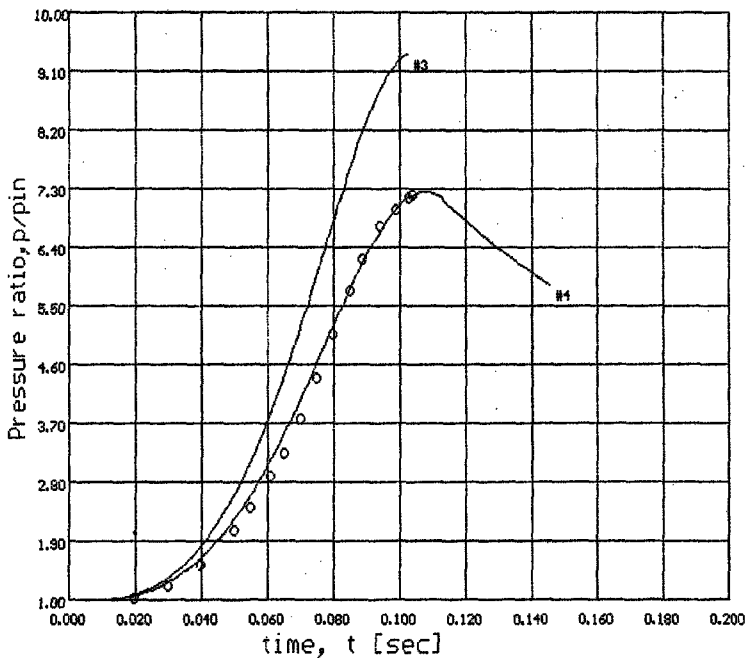
Rys. 1. Przebiegi: doświadczalny i obliczeniowy ciśnienia w komorze o promieniu 80 mm, o zapłonie w środku



Rys. 2. Przebiegi: doświadczalny i obliczeniowy ciśnienia w komorze o promieniu 81,9 mm, o zapłonie w środku

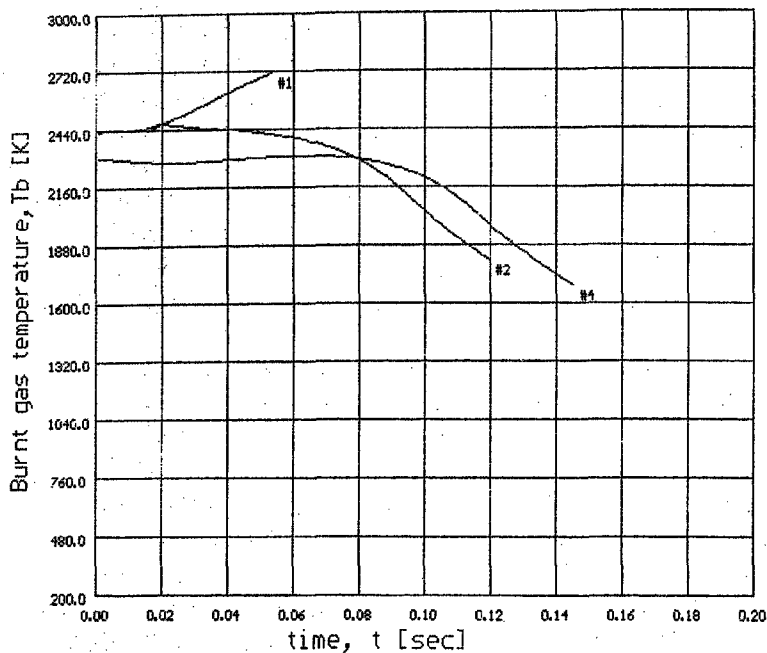


Rys. 3. Przebiegi: doświadczalny i obliczeniowy ciśnienia w komorze o zapłonie w połowie promienia kuli

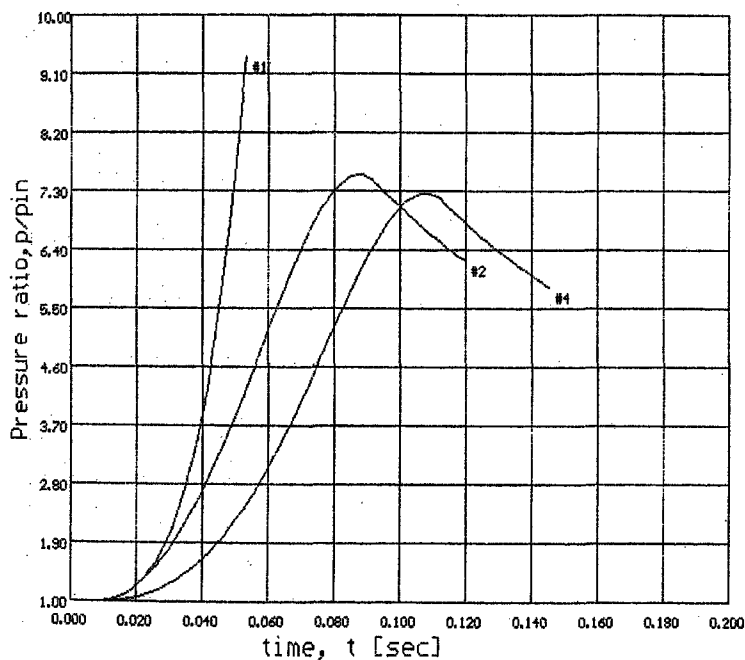


Rys. 4. Przebiegi: doświadczalne i obliczeniowe ciśnienia w komorze o zapłonie przy ścianie dla przypadków: adiabatycznego (Run #3) i z wymianą ciepła ze ściankami (Run #4)





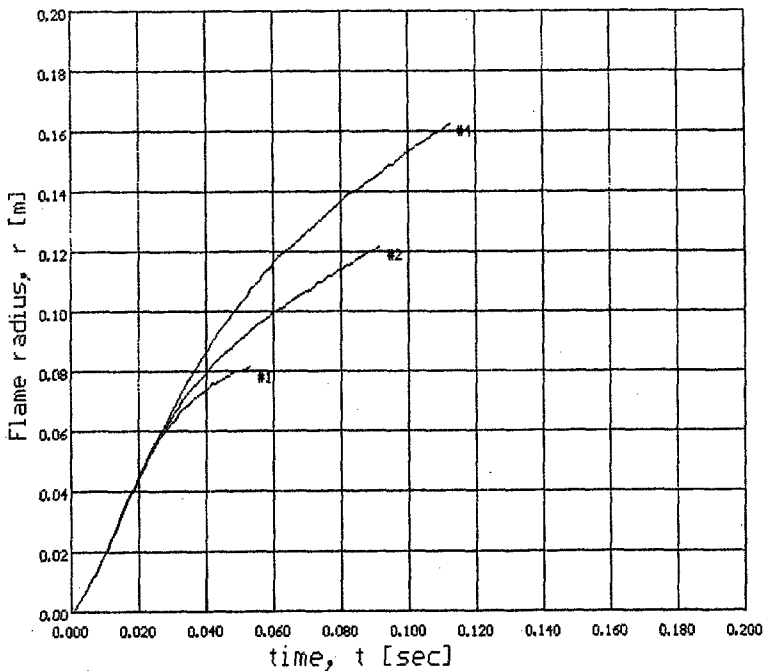
Rys. 5. Obliczeniowe profile temperatury spalin dla trzech przypadków usytuowania zapłonu: w środku (Run #1), w połowie promienia (Run #2) oraz przy ścianie (Run #4)



Rys. 6. Porównanie obliczeniowych przebiegów ciśnienia dla trzech przypadków usytuowania zapłonu: w środku (Run #1), w połowie promienia (Run #2) oraz przy ścianie (Run #4)

Duża zgodność obliczeń z doświadczeniem jest wykazana na rys. 2 dla kulistej komory o promieniu 81,9 mm o zapłonie w środku (Run#1). Punkty eksperymentalne uzyskano w trakcie badań własnych. Można zauważyć, że zmierzone wartości ciśnienia bliskie ciśnieniom szczytowym (reprezentowane pojedynczym punktem na wykresie) są nieco niższe niż obliczeniowe, co można przypisać znaczniejszej wymianie ciepła ze ściankami przy położeniu frontu płomienia bliskim ściankom komory, oraz potwierdzonemu doświadczalnie faktowi wygaszania płomienia w tej ostatniej fazie. Uwzględnienie tych zjawisk wymaga uzupełnienia (w przyszłości) modelu o stosowny podmodel, który by je opisywał. Wyniki te potwierdzają również tezę, że dla komór niewielkich założenie ich adiabatyczności jest dopuszczalne.

Zmierzone i obliczone przebiegi ciśnienia w kulistej komorze o promieniu 81,9 mm, lecz o zapłonie w połowie promienia kuli (Run#2) oraz na ścianie komory (Run#3 i 4) są przedstawione na rys. 3 i 4. Niezbędne jest tu uwzględnienie wymiany ciepła ze ściankami, bowiem spaliny stykają ze ściankami w połowie procesu (Run#2) lub od jego początku (Run#4). Ilustrują to obliczeniowe profile temperatury spalin (rys. 5). Profil dla zapłonu w środku (Run#1) pokrywa się z profilem dla zapłonu w położeniu pośrednim (Run#2) do chwili, gdy płomień dotknie ścianek, później wymiana ciepła odgrywa istotną rolę. Dla zapłonu przy ściance (Run#4) temperatura spalin jest obniżana dzięki wymianie ciepła od początku procesu. Współczynnik  $C$  przyjęto za stały, równy 0,22.



Rys. 7. Porównanie obliczeniowych przyrostów promienia płomienia w czasie dla przypadków z rys. 5 i 6

Zgodność wyników obliczeń z pomiarami (rys. 3 i 4) należy uznać za dobrą. Niewielkie rozbieżności, szczególnie w dolnej połowie wykresu, należy przypisać wzmiankowanym odchyleniom kształtu komory doświadczalnej od idealnej kuli.

Porównanie obliczeniowych przebiegów ciśnienia dla trzech omawianych przypadków usytuowania punktu zapłonu jest przedstawione na rys. 6. Ponad dwukrotnie dłuższy czas spalania w przypadku zapłonu przy ścianie w porównaniu z zapłonem w środku wynika z dwukrotnie dłuższej drogi płomienia (rys. 7) oraz ze zróżnicowania prędkości propagacji płomienia, na co dominujący wpływ mają różnice w przyroście powierzchni frontu płomienia.

Zgodność z doświadczeniem uzyskano przy stałej wartości  $\beta = -0,18$ , natomiast przy różnych wartościach  $\alpha$ :  $\alpha_A = 1,0$ ,  $\alpha_B = 1,5$ ,  $\alpha_C = 2,0$  (zależność (7)). Wszystkie te wartości mieszczą się w przedziałach proponowanych w literaturze przez różnych autorów. Warto zauważyć, że zmiana punktu zapłonu ze środka kuli (Run#1) do jej ścianki (Run#4) poprzez położenie pośrednie (Run#2) wymaga liniowej zmiany wykładnika  $\alpha$  od 1,0 do 2,0, czyli wartość  $\alpha$  zależy od warunków eksperymentu.

## PODSUMOWANIE

Procedura doświadczalnej weryfikacji modelu obliczeniowego opisanego za pomocą programu komputerowego VEX umożliwia dobranie zestawu empirycznych parametrów dla przypadku spalania stechiometrycznych mieszanin metanowo-powietrznych w niewielkich kulistych komorach o stałej objętości, dla dowolnych położenia punktu zapłonu.

Na podstawie badań własnych stwierdzono, że w takich komorach, o usytuowaniu punktu zapłonu w środku kuli, proces spalania może być traktowany jako adiabatyczny. Przy innym usytuowaniu zapłonu konieczne jest uwzględnienie wymiany ciepła ze ściankami przy wykorzystaniu wyrażenia (9) ze współczynnikiem  $C = 0,22$ . Stwierdzono również, że wpływ temperatury na prędkość spalania wyrażany wartością współczynnika  $\alpha$  jest zmienny ( $1,0 \leq \alpha \leq 2,0$ ), rosnący liniowo wraz z oddalaniem się punktu zapłonu od środka kuli. Ta zależność nie ma jednak charakteru uniwersalnego, a wpływ na nią mają inne parametry modelu, w tym – wielkość strumienia ciepła odprowadzanego do ścianek komory.

## BIBLIOGRAFIA

1. D. Bradley, A. Mitcheson: *Mathematical Solutions for Explosions in Spherical Vessels*. Comb. and Flame 26. (1976), 201-217.
2. T. Takeno, T. Iijima: *Theoretical Study of Nonsteady Flame Propagation in Closed Vessels*. 7th ICDERS, Göttingen, Aug. 20-24, 1979.

3. M. Kono, T. Tsukamoto, K. Jinuma: *Fundamental Study on the Modeling of Flame Propagation in Constant Volume Vessels*. Int. Symp. on Diagnostics and Modeling of Comb. in Reciproc. Engines, Sept. 4-6, 1985, Tokyo, 325-334.
4. Y. Tanaka: *Three-Dimensional Flame Development in a Closed Vessels. Comparison between Measured and Theoretical Results*. Bulletin of JSME, Vol. 29, No. 258, 1986.
5. G.E. Andrews, D. Bradley: *The Burning Velocity of Methane-Air Mixtures*. Comb. and Flame 19 (1972), 275-288.
6. A.M. Garforth, C.J. Rallis: *Laminar Burning Velocity of Stechiometric Methane-Air: Pressure and Temperature Dependence*. Comb. and Flame 31 (1978), 53-68.
7. G.E. Andrews, D. Bradley: *Determination of Burning Velocities: A Critical Review*. Comb. and Flame 18 (1971), 133-153.
8. S.R. Mulpuru, G.B. Wilkin: *A Model for Vented Deflagration of Hydrogen in a Volume*. Atomic Energy of Canada Report AECL-6826, 1982.
9. A.M. Garforth: *Measurement of Rapidly Varying Density, and Hence Temperature, by Laser Interferometry in the Unburnt Region of a Spherical Constant Volume Combustion Vessels During Flame Propagation*. Univ. of the Witwatersrand, Sch. Mech. Eng., Report No. 57, 1974.

## COMBUSTION OF STOICHIOMETRIC METHANE-AIR MIXTURES IN A SPHERICAL VESSEL

### Summary

A part of the study on the preparation of the universal VEX computer code developed for determination of pressure profiles during combustion of gas-air mixtures in closed vessels is presented. This part includes the combustion of stoichiometric methane-air mixture in small spherical vessels. The mathematical model used is briefly characterised where the special emphasis is put on determination of the burning velocity and the heat exchange. The results of calculations have been compared to experimental data collected during own studies and those available in the literature. The general conclusion is that the agreement between the experimental data and the results of calculation performed with the use of the VEX computer code is satisfactory.

## **СЖИГАНИЕ СТЕХИОМЕТРИЧЕСКИХ МЕТАНОВО-ВОЗДУШНЫХ СМЕСЕЙ В ШАРООБРАЗНОЙ КАМЕРЕ**

### Краткое содержание

В статье представлена часть работ посвященных разработке универсальной компьютерной программы VEX, предназначенной для расчета процесса давления во время сгорания газово-воздушных смесей в закрытых резервуарах. Представленная часть посвящена сгоранию стехиометрических метаново-воздушных смесей в небольших шарообразных резервуарах. Коротко описана принятая для расчетов математическая модель, особенно подчеркивая скорость сгорания и теплообмен. Результаты работы сравнены с экспериментальными данными собственными и взятыми из литературы. Подчеркнуто удовлетворяющее согласие между результатами экспериментов и результатами расчетов проведенных с помощью программы VEX.