

Zbysław Pluta¹, Ryszard Wnuk²

MODELOWANIE NUMERYCZNE ZAGADNIENÍ CIEPLNO-PRZEPLYWOWYCH W ZBIORNIKACH Z DWOMA MEDIAMI MAGAZYNUJĄCYMI ENERGIĘ CIEPLNĄ

Przedstawiono zagadnienie modelowania i symulacji procesów nieustalonego przewodzenia ciepła z przemianą fazową w układach niejednorodnych. Rozpatrywano pracę słonecznej instalacji do podgrzewania ciepłej wody użytkowej. Podstawowy element tej instalacji (zasobnik ciepła) wypełniony jest wodą oraz materiałem ulegającym przemianie fazowej zawartym w zasobniku w regularnie rozmieszczonych elementach kulistych lub walcowych. Przedstawiono równania opisujące procesy cieplne w zasobniku magazynującym. Zaproponowano oryginalne schematy różnicowe do rozwiązywania równań energii dla materiału PCM we współrzędnych sferycznych i walcowych bazujące na metodzie objętości kontrolnej i schemacie różnicowym DuFort-Frankla. Otrzymane wyniki symulacji numerycznej zweryfikowano badaniami eksperymentalnymi.

OZNACZENIA

- A** – powierzchnia, m^2
- c** – ciepło właściwe, $J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$
- h** – współczynnik wnikania ciepła, $W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$
- k** – przewodność cieplna, $W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$
- L** – liczba sekcji zbiornika
- m** – wydatek masowy, $kg \cdot s^{-1}$
- n** – liczba kulistych elementów z PCM w *j*-tej sekcji zbiornika
- γ** – wskaźnik kierunku przepływu wody (0 lub 1)
- r** – współrzędna promieniowania, m
- U** – współczynnik strat cieplnych, $W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$
- T** – temperatura, K
- V** – objętość wody w sekcji zbiornika, m^{-3}

z – współrzędna pionowa, m

ρ – gęstość, $\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$

τ – czas, s

c_m, ρ_m – funkcje ciepła właściwego i gęstości zależne od $T_m(\tau)$ dla materiału PCM

Indeksy

a – otoczenie

f – woda

j – j -ta sekcja zbiornika

m – materiał PCM

s – zbiornik magazynujący

w – powierzchnia elementu z PCM

1 – pętla kolektora

2 – pętla użytkownika

WSTĘP

Procesy magazynowania ciepła stają się obecnie przedmiotem dużego zainteresowania. Wiąże się to z dążeniem do coraz większego wykorzystania niekonwencjonalnych, w tym odnawialnych źródeł energii oraz koniecznością zwiększenia efektywności produkcji, transportu i konsumpcji wszelkich form energii. Magazynowanie energii jest istotne w aspekcie rosnącego zanieczyszczenia naturalnego środowiska, jak i konieczności poszanowania tradycyjnych, wyczerpywanych paliw.

Magazynowanie energii cieplnej [1] może być realizowane różnymi metodami. Jedną z nich jest wykorzystanie ciepła przemian fazowych. W nurcie tego kierunku, rozwijanego i prowadzonego systematycznie w Instytucie Techniki Ciepłej Politechniki Warszawskiej pod kierunkiem prof. Romana Domańskiego, mieści się zasadniczo podjęty temat. Istotą proponowanego rozwiązania jest idea jednoczesnego stosowania różnych mediów magazynujących energię, przy wykorzystaniu ciepła właściwego substancji oraz wykorzystujących ciepło przemian fazowych.

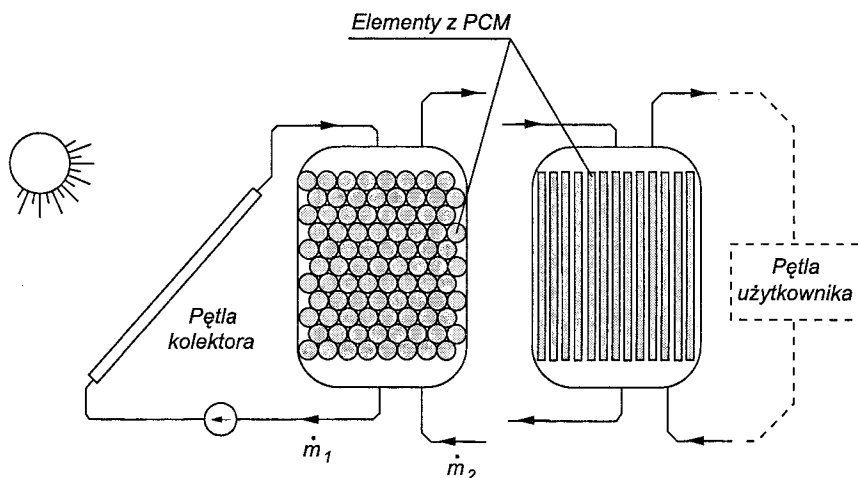
Pojemność cieplną magazynu energii słonecznej instalacji przygotowania ciepłej wody użytkowej można zwiększyć poprzez częściowe wypełnienie wodnego zbiornika magazynującego materiałem ulegającym przemianie fazowej (w skrócie PCM – *phase change material*) w zakresie temperatury pracy instalacji. Dodatkowym efektem takiego wypełnienia zbiornika jest polepszenie jego charakterystyk eksploatacyjnych. Właściwy dobór medium magazynującego, określenie optymalnego stopnia wypełnienia i rozmiaru elementów z PCM wymaga przeprowadzenia obliczeń symulacyjnych pracy instalacji w reprezentatywnym okresie, z uwzględnieniem procesów przemiany fazowej materiału

w zbiorniku. Cytowane w literaturze metody modelowania przemiany fazowej nie spełniają warunków wymaganych przy tego typu symulacji – prostoty metody z równoczesną dużą dokładnością, szczególnie w zakresie zamknięcia bilansu energetycznego układu. Dlatego opracowano oryginalny schemat numeryczny łączący dużą szybkość obliczeń z możliwością modelowania zjawisk nieustalonego przewodzenia ciepła z przemianą fazową w układach niejednorodnych.

Symulacja numeryczna pracy w stanie nieustalonym systemów energetycznych złożonych z wielu modułów, z których każdy jest opisany odrębnym układem równań, jest trudna ze względu na problemy związane głównie z uzyskaniem zamkniętego bilansu energetycznego całego systemu. Przy wyborze metody rozwiązania zagadnienia spotykamy się często z problemem właściwego wyważenia stopnia dokładności opisu matematycznego zjawisk zachodzących w poszczególnych modułach systemu i możliwości wykorzystania tych opisów w modelu matematycznym całego układu. Typowym przykładem takiego systemu jest słoneczna instalacja grzewcza składająca się z zespołu kolektorów słonecznych, zbiorników magazynujących energię, wymienników ciepła, układu rurociągów, pomp, urządzeń sterujących itp. Uwaga powyższa dotyczy systemów, w których w procesach magazynowania energii cieplnej wykorzystywana jest zmiana entalpii towarzysząca przemianom fazowym. Rozwiązanie samego tylko zagadnienia nieustalonej wymiany ciepła z równoczesną przemianą fazową w układzie magazynującym jest problemem samym w sobie, nawet bez powiązania go z pozostałymi modułami instalacji [2–7]. Dlatego też w opisie matematycznym zbiornika magazynującego jako całości, jak i procesów termicznych w nim zachodzących, konieczne są daleko idące uproszczenia.

Układem magazynującym energię cieplną był (również zrealizowany eksperymentalnie) oryginalny zasobnik ciepłej wody słonecznej instalacji do podgrzewania wody użytkowej (rys. 1), [8, 9]. W zbiorniku tym występują równocześnie dwa media magazynujące energię: elementy sztywne (kule lub walce) zawierające materiał ulegający przemianie fazowej w zakresie temperatury pracy instalacji oraz woda wypełniająca pozostałą część zbiornika. Woda pełni rolę nośnika energii między kolektorami słonecznymi, a układem magazynującym. W okresie pracy instalacji, woda podgrzana w kolektorach słonecznych przepływa przez złożę z PCM w kierunku z góry ku dołowi zbiornika, przekazując mu część nagromadzonej energii. W zbiorniku magazynującym wytwarza się pionowy gradient temperatury, zależny w czasie od aktualnych chwilowych warunków pracy instalacji i stopnia „naładowania” zbiornika. Tak więc poszczególne warstwy złoża z materiałem PCM pracują w odmiennych warunkach i fakt ten należy uwzględnić w symulacji pracy instalacji jako całości. Oznacza to, że należy równocześnie rozwiązywać zagadnienie przemian fazowych dla wielu warstw złoża, mając zarazem na uwadze konieczność zamknięcia bilansu energetycznego zarówno całego zbiornika jak i jego poszczególnych warstw. Dodatkowym utrudnieniem jest w omawianym przypadku fakt, iż stosowane obecnie niskotemperaturowe materiały PCM, głównie kwasy stearynowe i woski

[10, 11], charakteryzują się silną zależnością ciepła właściwego i przewodności cieplnej od temperatury, zarówno fazy ciekłej jak i stałej, niezależnie od zmian tych parametrów w zakresie temperatury przemiany fazowej. Pociąga to za sobą konieczność zastosowania prostej i szybkiej numerycznej metody obliczeniowej, która jednocześnie uwzględni powyższe uwarunkowania i spełnia zasadę zachowania energii.



Rys. 1. Dwie rozważane konstrukcje magazynu z podwójnym medium magazynującym

1. RÓWNANIA OPISUJĄCE PROCESY CIEPLNE W ZBIORNIKU MAGAZYNUJĄCYM

Procesy wymiany ciepła i ukształtowany przez nie rozkład temperatury w zbiorniku magazynującym mogą być opisane dwoma odrębnymi równaniami, osobno dla materiału PCM i osobno dla wody wypełniającej przestrzeń między elementami z PCM.

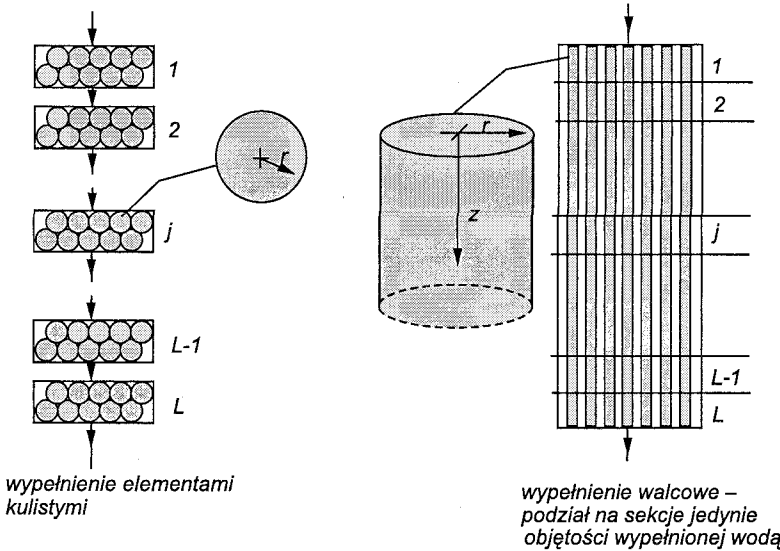
Równania zachowania energii dla elementów z PCM, przy pominięciu procesu konwekcji w fazie ciekłej, w zależności od kształtu elementów, przyjmują postać:

- dla pojedynczego elementu kulistego, przyjmując uśrednione warunki termiczne w każdej sekcji:

$$\frac{\partial (c_{m_j} \rho_{m_j} T_{m_j})}{\partial \tau} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 k_{m_j} \frac{\partial T_{m_j}}{\partial r} \right) \quad j \in \langle 1, L \rangle \quad (1)$$

- dla elementu walcowego, przy opisie ciągłym w kierunku osi z:

$$\frac{\partial (c_m \rho_m T_m)}{\partial \tau} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r k_m \frac{\partial T_m}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k_m \frac{\partial T_m}{\partial z} \right) \quad (2)$$



Rys. 2. Podział zbiornika na sekcje i przyjęte układy współrzędnych

Procesy ciepłno-przepływowe zachodzące w wodzie w zbiorniku ze stratyfikacją termiczną najlepiej odwzorowują modele, w których dzieli się zbiornik na L niezależnych sekcji z pełnym mieszaniem i wzrastającą temperaturą między sekcjami w kierunku góry zbiornika [12, 13]. Każda sekcja opisana jest wówczas odrębnym równaniem, zaś powiązanie między sekcjami występuje w postaci strumieni cieczy wpływających i wypływających. Zakłada się przy tym, że w przypadku równoczesnego przepływu w pętli kolektora i pętli użytkownika, oba przepływające strumienie mieszają się przed wpływem do sekcji.

Dla sekcyjnego modelu zbiornika akumulacyjnego, równania zachowania energii opisujące sekcje przy podziale zbiornika na L części, rys. 2, przyjmują postać:

$$V_j \rho_f c_f \frac{dT_{fj}}{d\tau} = \gamma_j (\dot{m}_1 - \dot{m}_2) c_f (T_{fj-1} - T_{fj}) - (1 - \gamma_j) (\dot{m}_1 - \dot{m}_2) c_f (T_{fj+1} - T_{fj}) + h \cdot n_j A_w (T_{m_j}|_{r=r_w} - T_{fj}) + U_s A_{sj} (T_a - T_{fj}) \quad j \in \langle 1, L \rangle \quad (3)$$

przy czym $\gamma_j = \begin{cases} 1 & \text{dla } \dot{m}_1 \geq \dot{m}_2 \\ 0 & \text{dla } \dot{m}_1 < \dot{m}_2 \end{cases}$

Równanie (3) przedstawione jest w formie obowiązującej dla wypełnienia kulistego zbiornika. W przypadku wypełnienia walcowego w miejsce iloczynu $n_j A_w$ wstawiamy odpowiednią sumaryczną powierzchnię tworzących walców przypadających na daną sekcję.

Dla pierwszej ($j = 1$) i ostatniej ($j = L$) sekcji powyższe równanie jest odpowiednio modyfikowane z uwagi na istnienie wlotów i wylotów wody ze zbiornika. Dodatkowo, układ (1–3) musi spełniać odpowiednie warunki początkowe i brzegowe.

Przedstawione powyżej równania: zachowania energii dla elementów wypełnionych materiałem PCM (1) i (2) oraz równanie zachowania energii dla wody (3) są, dla każdej sekcji zasobnika, sprzężone poprzez warunek brzegowy III rodzaju postaci:

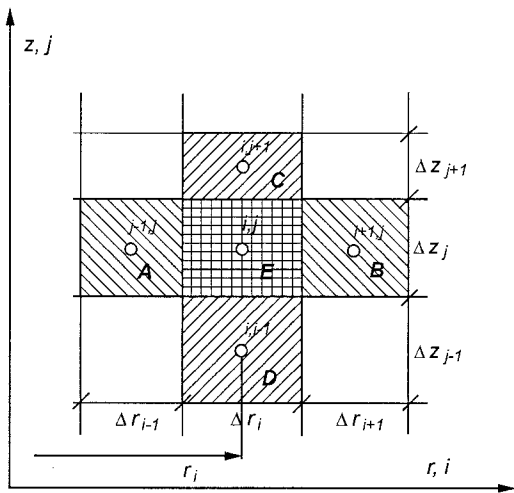
$$h(T_{m_j}|_{r=r_w} - T_{f_j}) = -k_{m_j} \frac{\partial T_{m_j}}{\partial r} \Big|_{r=r_w} \quad (4)$$

W obliczeniach symulacyjnych pracy instalacji zastosowano tzw. wersję (ang. *fixed inlet multimode model*) obliczeń polegającą na tym, że woda podgrzana w kolektorze wpływa zawsze do wnętrza pierwszej, najwyższej sekcji zbiornika, zmieniając zarazem temperaturę wody w tej sekcji i wody przepływającej w dół zbiornika do warstw położonych niżej. Jeżeli w wyniku tego procesu w zbiorniku powstanie odwrotny gradient temperatury, odpowiednie sekcje są ze sobą zamieniane miejscami [12]. Alternatywna i najczęściej stosowana metoda obliczeń, tzw. (ang. *variable inlet model*), polegająca na kierowaniu wody powracającej z kolektora bezpośrednio do sekcji o najbardziej zbliżonej, ale niższej niż woda powracająca temperaturze, nie zapewnia właściwego modelowania stratyfikacji termicznej w zbiorniku z wypełnieniem rurowym z PCM. Rozbicie równania (2) opisującego procesy przewodzenia z równoczesną przemianą fazową w materiale PCM o geometrii walcowej pociąga za sobą konieczność podziału części wodnej zbiornika na dużą ilość sekcji, równą liczbie różnic skończonych w kierunku pionowym walca. W takim przypadku uzyskanie stratyfikacji termicznej w obliczeniach numerycznych możliwe jest tylko przy przyjęciu bardzo małych kroków czasowych rozwiązania numerycznego, albo względnie małych wydatków wody przepływającej przez kolektor.

2. KLASYCZNA METODA OBJĘTOŚCI KONTROLNEJ DLA ZAGADNIENI PRZEWODZENIA CIEPŁA

W stosowanych powszechnie schematach rozwiązywania zagadnień silnie nieliniowych problemów przewodzenia ciepła, schemat bilansowanego elementu przedstawiony został na rys. 3, [14]. Zakłada się przy tym, że każdy z elemen-

ów ma stałe w całej swojej objętości parametry fizyczne i temperaturę średnią równą temperaturze w swoim środku geometrycznym. Na rys. 3 elementy te oznaczono literami *A*, *B*, *C*, *D* i *E*, zaś punkt określający temperaturę elementu kółkiem. Przyrost entalpii elementu bilansowanego *E* wywołany jest strumieniami energii dopływających i odpływających do elementów sąsiadujących. Chcąc zapisać wyrażenia na strumień ciepła między elementami, należy wprowadzić zastępcze przewodności cieplne między elementami, będące kombinacją liniową ich wymiarów geometrycznych i przewodności cieplnych. W efekcie otrzymuje się dosyć złożone wyrażenie na obliczanie temperatury elementu bilansowanego, w którym występuje pięć różnych wartości przewodności cieplnej, będących funkcją temperatury zależnej od czasu. Przy całkowaniu równania energii po czasie w każdym kolejnym kroku czasowym należy modyfikować te parametry wraz ze zmianami temperatury elementów.



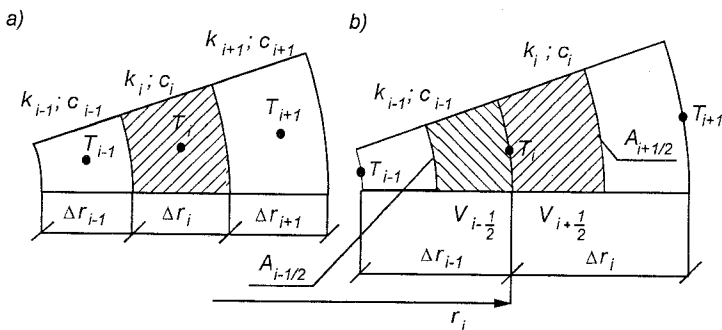
Rys. 3. Schemat siatki klasycznej metody objętości kontrolnej [14]

Przedstawiona metoda bilansowania, przy zastosowaniu jawnych schematów różnicowych względem czasu (a tylko takie wchodzi w rachubę przy modelowaniu matematycznym instalacji słonecznych ze zbiornika z dwoma mediami), wymaga stosowania bardzo małych kroków czasowych wydłużających czas rozwiązania. Dodatkową niedogodnością jest ryzyko uzyskania rozkładów temperatury wzdłuż współrzędnej promieniowej w postaci „piły” w zakresie temperaturowym przemiany fazowej związanej z silną zmianą parametrów termofizycznych materiału, a także problemy ze spełnieniem bilansu energii doprowadzonej i zmagazynowanej [15]. Powyższe ograniczenia tradycyjnej metody objętości kontrolnej skłoniły do poszukiwań innego schematu zapisu równań w różnicach skończonych, eliminującego wymienione wyżej wady. Przetestowano kilka różnych modyfikacji podawanych w literaturze schematów

różnicowych [16, 17], a rezultaty nie były zadowalające. Ostatecznie opracowano oryginalny schemat będący kombinacją zmodyfikowanej metody objętości kontrolnej [14] i schematu różnicowego DuFort-Frankel'a [18, 19, 20].

3. PROPONOWANY SCHEMAT ROZWIĄZYWANIA SILNIE NIELINIOWYCH ZAGADNIENÍ PRZEWODZENIA CIEPŁA, W TYM TAKŻE Z PRZEMIANĄ FAZOWĄ, DLA WSPÓŁRZĘDNYCH SFERYCZNYCH

Zasadniczą modyfikacją zaproponowaną w podanej poniżej metodzie jest bilansowanie elementu o niejednorodnych w swojej objętości parametrach termofizycznych, rys. 4b.



Rys. 4. Podział wycinka kuli na elementy bilansowe, a) tradycyjna metoda objętości kontrolnych, b) metoda proponowana

Bilansowany jest element zawarty między dwiema powierzchniami kontrolnymi $A_{i-1/2}$ oraz $A_{i+1/2}$, przy czym zakłada się, że w obszarze między punktami określającymi temperaturę T_{i-1} oraz T_i , a także T_i oraz T_{i+1} , parametry termofizyczne są stałe w objętości i właściwe dla temperatury będącej średnią z tych dwóch. Przy takich założeniach przyrost entalpii elementu zakreskowanego na rys. 4b, wywołany przepływem ciepła przez powierzchnie kontrolne w elementarnym przyroście czasu $\delta\tau$ w chwili k $\Delta\tau$ jest równy:

$$\delta H_{m_i} = \left[\frac{A_{i+1/2} k_{m_i}^k (T_{m_i+1}^k - T_{m_i}^*)}{\Delta r_i} - \frac{A_{i-1/2} k_{m_i-1}^k (T_{m_i}^* - T_{m_i-1}^k)}{\Delta r_{i-1}} \right] \delta\tau \quad (5)$$

Zakumulowana energia wywołuje przyrost temperatury elementu o $\delta T_{m_i}^k$:

$$\delta H_{m_i} = \left(V_{i-1/2} c_{m_i-1}^k \rho_{m_i-1}^k + V_{i+1/2} c_{m_i}^k \rho_{m_i}^k \right) \delta T_{m_i}^k \quad (6)$$

Przez porównanie (5) i (6) i zastosowanie do otrzymanego wyrażenia trójwarstwowego schematu różnicowego DuFort-Frankel'a (rys. 6, [18, 19]), w którym przyrost temperatury elementu bilansowanego $\delta T_{m_i}^k$ określany jest dla przedziału czasu $2 \Delta \tau$, zaś temperatura środka elementu bilansowanego z indeksem i aproksymowana jest jako średnia z temperatur w czasie przeszłym i przyszłym odległych o $\Delta \tau$:

$$\delta \tau = 2 \Delta \tau; \quad \delta T_{m_i}^k = T_{m_i}^{k+1} - T_{m_i}^{k-1}; \quad T_{n_i}^* = \frac{1}{2} (T_{m_i}^{k+1} + T_{m_i}^{k-1}) \quad (7)$$

można otrzymać formułę do całkowania równań (2) po czasie:

$$T_{m_i}^{k+1} = \frac{1 - C_i^k}{1 + C_i^k} T_i^{k-1} + \frac{2 B_i^k}{1 + C_i^k} (R_{i+1/2} \varphi_i^k T_{m_{i+1}}^k + R_{i-1/2} T_{m_{i-1}}^k) \quad (8)$$

gdzie przyjęto następujące oznaczenia:

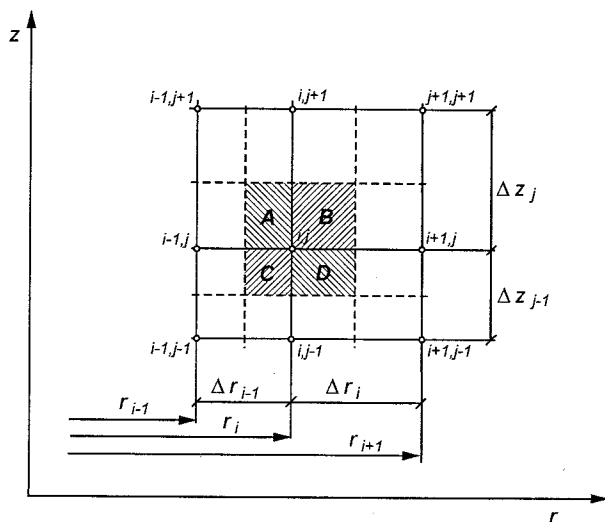
$$\varphi_i^k = \frac{k_i^k}{k_{i-1}^k} \quad B_i^k = \frac{2 \Delta \tau k_{m_{i-1}}^k}{V_{i-1/2} c_{m_{i-1}}^k \rho_{m_{i-1}}^k + V_{i+1/2} c_{m_i}^k \rho_{m_i}^k}$$

$$C_i^k = B_i^k (R_{i+1/2} \varphi_i^k + R_{i-1/2}) \quad (9)$$

$$R_{i+1/2} = \frac{2 \left(r_i + \frac{1}{2} \Delta r_i \right)^2}{r_i^2 \Delta r_i (\Delta r_i + \Delta r_{i-1})} \quad R_{i-1/2} = \frac{2 \left(r_i - \frac{1}{2} \Delta r_{i-1} \right)^2}{r_i^2 \Delta r_i (\Delta r_i + \Delta r_{i-1})}$$

4. SCHEMAT RÓŻNICOWY DLA DWÓCH WYMIARÓW WE WSPÓŁRZĘDNYCH WALCOWYCH

Na rysunku 5 przedstawiono schemat tworzenia elementu bilansowego dla układu współrzędnych walcowych złożonego z czterech subelementów A , B , C i D , z których każdy może mieć inne właściwości fizyczne (ciepło właściwe, przewodność cieplną i ewentualnie gęstość). Temperatury elementów zdefiniowane są w punktach oznaczonych kółeczkami i opisanych wskaźnikami i, j , zaś parametry termofizyczne np. dla subelementu oznaczonego literą A przyjmowane są jako stałe w prostokącie wyznaczonym przez punkty $i, j, i - 1, j, i - 1, j + 1$ oraz $i, j + 1$ i określone na podstawie średniej temperatury dla tych punktów. Mamy więc do czynienia z przesuniętą siatką parametrów termofizycznych względem siatki pola temperatury (w metodzie tradycyjnej obie siatki pokrywają się).



Rys. 5. Proponowana zasada budowy elementu bilansowego we współrzędnych walcowych (opis w tekście)

Przy niewielkich przyrostach temperatury parametry termofizyczne elementów, będące funkcją temperatury, można przyjąć jako stałe. Wówczas przyrost entalpii zakreskowanego elementu $A + B + C + D$ oznaczonego wskaźnikami i, j związany z elementarnym przyrostem jego temperatury $\delta T_{i,j}^k$ w chwili czasu $\tau^k = k\Delta\tau$ wyniesie:

$$\delta H_{i,j}^k = \left[V_A c_A^k \rho_A^k + V_B c_B^k \rho_B^k + V_C c_C^k \rho_C^k + V_D c_D^k \rho_D^k \right] \delta T_{i,j}^k \quad (10)$$

Objętości elementów A, B, C i D , przy uwzględnieniu wielkości podanych na rys. 5 (powierzchnie kontrolne wypadają pośrodku odcinków Δr i Δz), wyrażają się odpowiednio:

$$\begin{aligned} V_A &= \pi \left[r_i^2 - \left(r_i - \frac{\Delta r_{i-1}}{2} \right)^2 \right] \frac{\Delta z_j}{2} \\ V_B &= \pi \left[\left(r_i + \frac{\Delta r_i}{2} \right)^2 - r_i^2 \right] \frac{\Delta z_j}{2} \\ V_C &= \pi \left[r_i^2 - \left(r_i - \frac{\Delta r_{i-1}}{2} \right)^2 \right] \frac{\Delta z_{j-1}}{2} \\ V_D &= \pi \left[\left(r_i + \frac{\Delta r_i}{2} \right)^2 - r_i^2 \right] \frac{\Delta z_{j-1}}{2} \end{aligned} \quad (11)$$

Zmiana entalpii elementu bilansowanego wywołana jest różnicą w strumieniach ciepła dopływających i odpływających przez powierzchnie kontrolne (oznaczone na rys. 5 liniami przerywanymi) w skończonym czasie $\delta\tau^k$, w którym temperatura elementu wzrasta o $\delta T_{i,j}^k$. Dla zapewnienia większej czytelności zapisu, strumienie te zostaną przedstawione odrębnie dla dwóch osi współrzędnych, jakkolwiek w bilansie występują one równocześnie.

Zmiana entalpii elementu związana z przepływem ciepła w kierunku promieniowym wyraża się zależnością:

$$\begin{aligned} \delta H_i^k = & \frac{2\pi\Delta z_j}{2} \left[\frac{\left(r_i + \frac{\Delta r_i}{2}\right) k_B^k (T_{i+1,j} - T_{i,j})}{\Delta r_i} - \frac{\left(r_i - \frac{\Delta r_{i-1}}{2}\right) k_A^k (T_{i,j} - T_{i-,j})}{\Delta r_{i-1}} \right] \delta\tau^k + \\ & + \frac{2\pi\Delta z_{j-1}}{2} \left[\frac{\left(r_i + \frac{\Delta r_i}{2}\right) k_D^k (T_{i+1,j} - T_{i,j})}{\Delta r_i} - \frac{\left(r_i - \frac{\Delta r_{i-1}}{2}\right) k_C^k (T_{i,j} - T_{i-,j})}{\Delta r_{i-1}} \right] \delta\tau^k \end{aligned} \quad (12)$$

zaś w kierunku osi z:

$$\begin{aligned} \delta H_j^k = & \pi \left[\left(r_i + \frac{\Delta r_i}{2}\right)^2 - r_i^2 \right] \left[\frac{k_B^k (T_{i,j+1} - T_{i,j})}{\Delta z_j} - \frac{k_D^k (T_{i,j} - T_{i,j-1})}{\Delta z_{j-1}} \right] \delta\tau^k + \\ & + \pi \left[r_i^2 - \left(r_i - \frac{\Delta r_{i-1}}{2}\right)^2 \right] \left[\frac{k_A^k (T_{i,j+1} - T_{i,j})}{\Delta z_j} - \frac{k_C^k (T_{i,j} - T_{i,j-1})}{\Delta z_{j-1}} \right] \delta\tau^k \end{aligned} \quad (13)$$

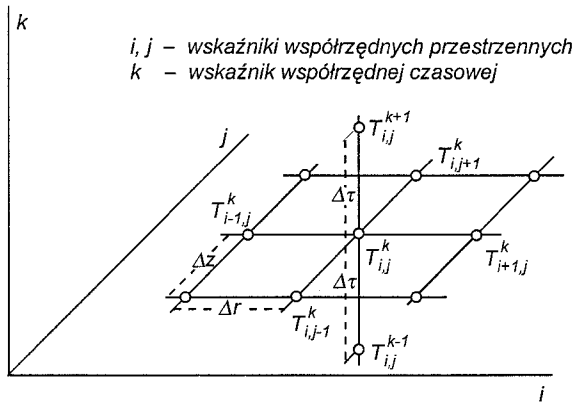
Suma strumieni doprowadzanych i odprowadzanych (12) + (13) przyrównana do (10) daje równanie chwilowego bilansu energii, z którego można wyliczyć przyrost temperatury elementu bilansowanego $\delta T_{i,j}^k$ w funkcji znanej temperatury tegoż elementu oraz elementów otaczających w poprzednich chwilach czasowych. W wyrażeniach (12) i (13) występują jedynie cztery różne wartości przewodności cieplnej, a nie pięć jak w tradycyjnej metodzie objętości kontrolnej, przy czym nie ma konieczności wprowadzania zastępczej przewodności cieplnej.

Dla wyrażenia przyrostów $\delta T_{i,j}^k$ oraz $\delta\tau^k$ w wielkościach skończonych zastosowano schemat DuFort-Frankela [18, 19], w sposób identyczny, jak opisano to przy omawianiu metody rozwiązania dla układu współrzędnych kulistych (7).

Wprowadzenie (7) do (1) oraz (12) i (13) daje w efekcie równanie liniowe o postaci:

$$\begin{aligned} T_{i,j}^{k+1} = & f(\Delta\tau, T_{i,j}^{k+1}, T_{i,j}^{k-1}, T_{i+1,j}^k, T_{i-1,j}^k, T_{i,j+1}^k, T_{i,j-1}^k, \\ & \rho_A, \rho_B, \rho_C, \rho_D, k_A, k_B, k_C, k_D, c_A, c_B, c_C, c_D) \end{aligned} \quad (14)$$

gdzie przewodność cieplna k , ciepło właściwe c i ewentualnie gęstość ρ są funkcjami odpowiednich temperatur w chwili czasu $k \Delta \tau$.



Rys. 6. Siatka schematu różnicowego DuFort-Frankela

Wprowadzając następujące oznaczenia:

$$R_1 = \frac{2\pi \Delta \tau \left(r_i + \frac{\Delta r_i}{2} \right) \left(k_B^k \Delta z_j + k_D^k \Delta z_{j-1} \right)}{2 \Delta r_i \left(V_A c_A^k \rho_A^k + V_B c_B^k \rho_B^k + V_C c_C^k \rho_C^k + V_D c_D^k \rho_D^k \right)}$$

$$R_2 = \frac{2\pi \Delta \tau \left(r_i - \frac{\Delta r_{i-1}}{2} \right) \left(k_B^k \Delta z_j + k_C^k \Delta z_{j-1} \right)}{2 \Delta r_{i-1} \left(V_A c_A^k \rho_A^k + V_B c_B^k \rho_B^k + V_C c_C^k \rho_C^k + V_D c_D^k \rho_D^k \right)} \quad (15)$$

$$Z_1 = \frac{2\pi \Delta \tau \left[\left(\left(r_i + \frac{\Delta r_i}{2} \right)^2 - r_i^2 \right) k_B^k + \left(r_i^2 - \left(r_i + \frac{\Delta r_i}{2} \right)^2 \right) k_A^k \right]}{\Delta z_j \left(V_A c_A^k \rho_A^k + V_B c_B^k \rho_B^k + V_C c_C^k \rho_C^k + V_D c_D^k \rho_D^k \right)}$$

$$Z_2 = \frac{2\pi \Delta \tau \left[\left(\left(r_i + \frac{\Delta r_i}{2} \right)^2 - r_i^2 \right) k_D^k + \left(r_i^2 - \left(r_i + \frac{\Delta r_i}{2} \right)^2 \right) k_C^k \right]}{\Delta z_{j-1} \left(V_A c_A^k \rho_A^k + V_B c_B^k \rho_B^k + V_C c_C^k \rho_C^k + V_D c_D^k \rho_D^k \right)}$$

temperaturę w nowej płaszczyźnie czasowej można wyrazić jako:

$$T_{i,j}^{k+1} = T_{i,j}^{k-1} + R_1 T_{i+1,j}^k + R_2 T_{i-1,j}^k + Z_1 T_{i,j+1}^k + Z_2 T_{i,j-1}^k + \frac{1}{2} \left(T_{i,j}^{k+1} + T_{i,j}^{k-1} \right) \left(R_1 + R_2 + Z_1 + Z_2 \right) \quad (16)$$

co po uporządkowaniu względem $T_{i,j}^{k+1}$ daje:

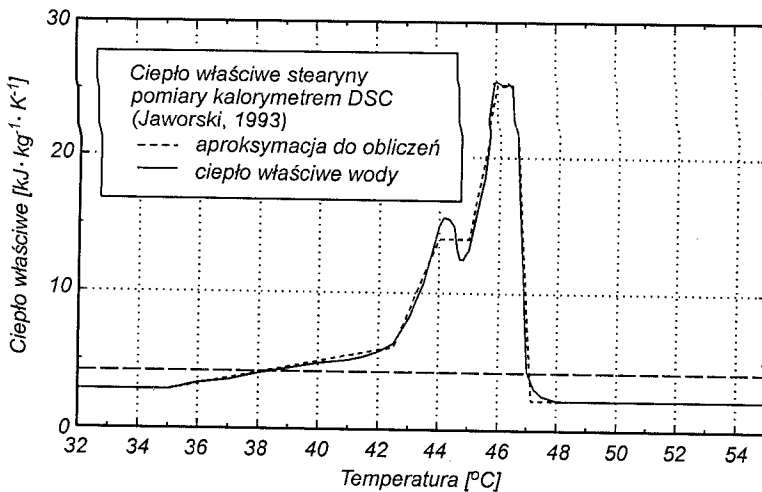
$$T_{i,j}^{k+1} = \frac{R_1 T_{i+1,j}^k + R_2 T_{i-1,j}^k + Z_1 T_{i,j+1}^k + Z_2 T_{i,j-1}^k + \left(1 - \frac{1}{2}(R_1 + R_2 + Z_1 + Z_2)\right) T_{i,j}^{k-1}}{1 + \frac{1}{2}(R_1 + R_2 + Z_1 + Z_2)} \quad (17)$$

Podany powyżej schemat różnicowy spełnia zasadę zachowania energii (energia dostarczona do układu przez granice obszaru równa jest energii zgmagazynowanej w tym samym czasie) i jest stabilny dla kroków czasowych od pięciu do dziesięciu razy większych, niż przy klasycznej metodzie objętości kontrolnej rozwiązywanej tym samym schematem DuFort-Frankela i o ok. 20 razy większym, niż dla jawnego schematu różnicowego Pearsona. Ma to zasadnicze znaczenie w procesach symulacji numerycznej pracy magazynu energii cieplnej, gdzie obliczenia związane z przemianą fazową pochłaniają bardzo dużo czasu pracy CPU.

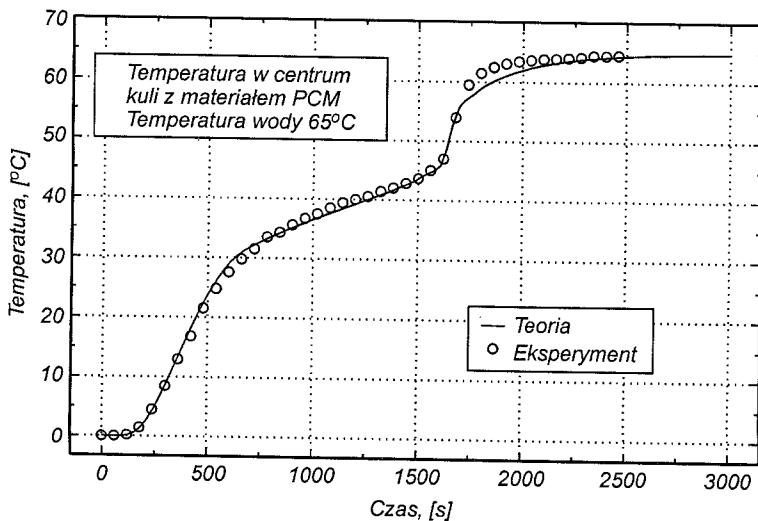
5. WERYFIKACJA EKSPERYMENTALNA SCHEMATU RÓŻNICOWEGO DLA MODELU ZBIORNIKA AKUMULACYJNEGO Z WYPEŁNIENIEM SFERYCZNYM

W badaniach eksperymentalnych zbiornika magazynującego ciepło z dwoma mediami, jako materiał PCM wykorzystano stearynę. Stearyna ulega zmianie fazy ze stałej w ciekłą w zakresie temperatury od 35 do 48°C. Rys. 7 przedstawia otrzymaną z pomiarów kalorymetrem DSC [11] krzywą zmian ciepła właściwego stearyny w tym zakresie. Do symulacji numerycznej krzywą tą aproksymowano łamaną, zaznaczoną na rysunku linią przerywaną.

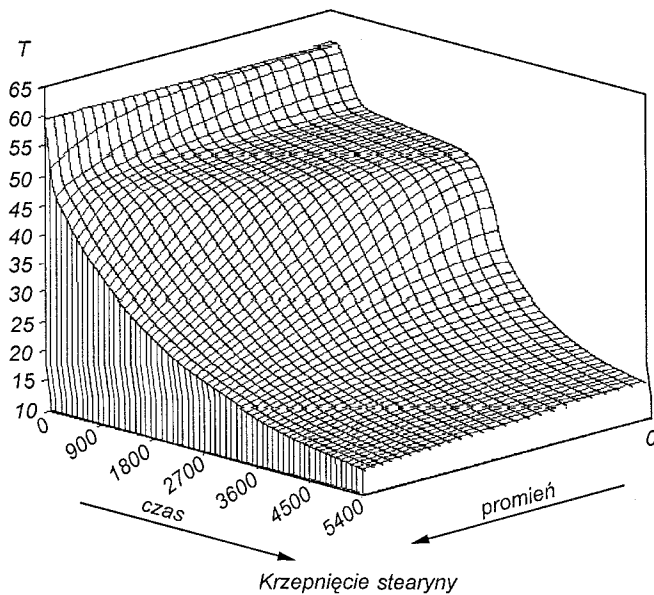
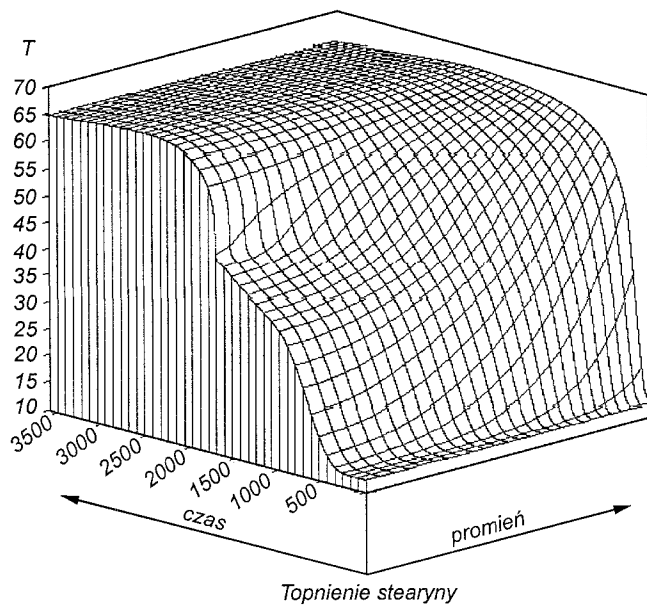
Przed przystąpieniem do budowy kodu numerycznego, opisującego procesy magazynowania w całym zbiorniku akumulacyjnym, zweryfikowano eksperymentalnie samą procedurę modelowania przemiany fazowej dla elementu kulistego. W tym celu pojedynczą kulę o średnicy 38 mm wypełniono stearyną, schłodzono do temperatury 0°C, a następnie przeniesiono do ultratermostatu wypełnionego wodą o stałej, kontrolowanej temperaturze 65°C. Odczytywano wskazania termoelementu umieszczonego w środku kuli. Rysunek 8 przedstawia porównanie zmierzonych wartości temperatury w środku kuli z wartościami obliczonymi schematem różnicowym (8) z funkcją ciepła właściwego przedstawionego na rys. 7. Rysunek 9 pokazuje pola temperatury dla pojedynczego elementu w procesach grzania i chłodzenia (z przemianą fazową) uzyskane z obliczeń numerycznych.



Rys. 7. Ciepło właściwe stearyny w zakresie temperaturowym przemiany fazowej



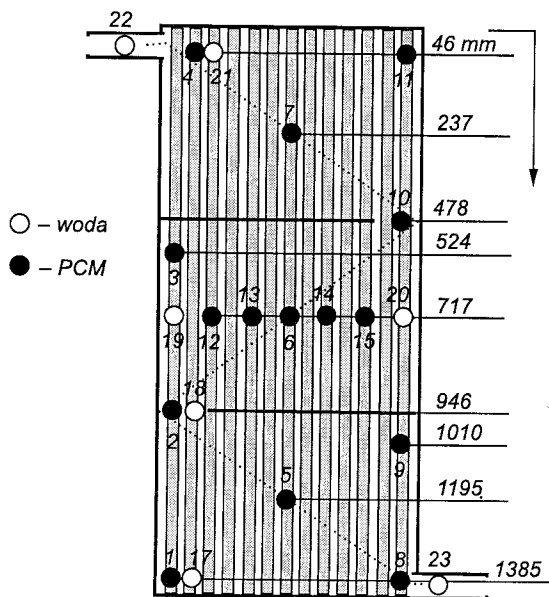
Rys. 8. Porównanie rozwiązania numerycznego z eksperymentem dla pojedynczego elementu kulistego



Rys. 9. Historia przebiegu temperatury przy topnieniu i krzepnięciu pojedynczego elementu kulistego wypełnionego stearyną (symulacja numeryczna)

5. WERYFIKACJA EKSPERYMENTALNA SCHEMATU RÓŻNICOWEGO DLA MODELU ZBIORNIKA AKUMULACYJNEGO Z WYPEŁNIENIEM WALCOWYM WNIOSKI

Badany eksperymentalnie zbiornik akumulacyjny z elementami walcowymi miał wysokość 1430 mm przy średnicy wewnętrznej 290 mm (pojemność 94,5 litra). W jego wnętrzu rozlokowano w układzie heksagonalnym 121 pionowych elementów walcowych wykonanych z rur polistyrenowych o średnicy zewnętrznej 19 mm i grubości ścianki 1 mm, wypełnionych stearyną. Elementy zawierające materiał PCM zajmowały 53% całkowitej objętości zbiornika. Wybrane pojemniki z PCM zostały uzbrojone w termoelementy zlokalizowane dokładnie w osi walców na różnych wysokościach. Na tych samych poziomach mierzona była temperatura wody przepływającej przez zbiornik. Rozmieszczenie punktów pomiarowych pokazano na rys. 10.



Rys. 10. Rozmieszczenie punktów pomiarowych w zbiorniku akumulującym ciepło stanowiska badawczego

Przeprowadzono szereg eksperymentalnych pomiarów, opisanych również w pracach [21, 22, 23], procesów: ładowania zbiornika akumulacyjnego; jednoczesnego ładowania i rozładowania (symulowanego odbioru ciepłej wody przez użytkownika); samego rozładowania oraz postoju zbiornika naładowanego. Przykładowe wyniki dla dwóch pierwszych z wymienionych powyżej procesów

przedstawiono na rys. 11–14. Linie zamieszczone na ww. rysunkach są wynikiem symulacji numerycznej metodą opisaną wcześniej, zaś punkty odnoszą się do badań eksperymentalnych.

Rys. 11 i 12 ilustrują rozkłady temperatur wody i materiału PCM na różnych poziomach zbiornika akumulacyjnego uzyskane podczas procesu ładowania zasobnika. Procedura badawcza zastosowana w tych eksperymentach była identyczna, jak dla zbiornika z wypełnieniem kulistym, tzn. zbiornik o początkowej, jednolitej w całej objętości temperaturze (niższej od zakresu przemiany fazowej stearyny) był zasilany od góry wodą o stałym wydatku i temperaturze. Została ona dokładnie opisana w pracy [9].

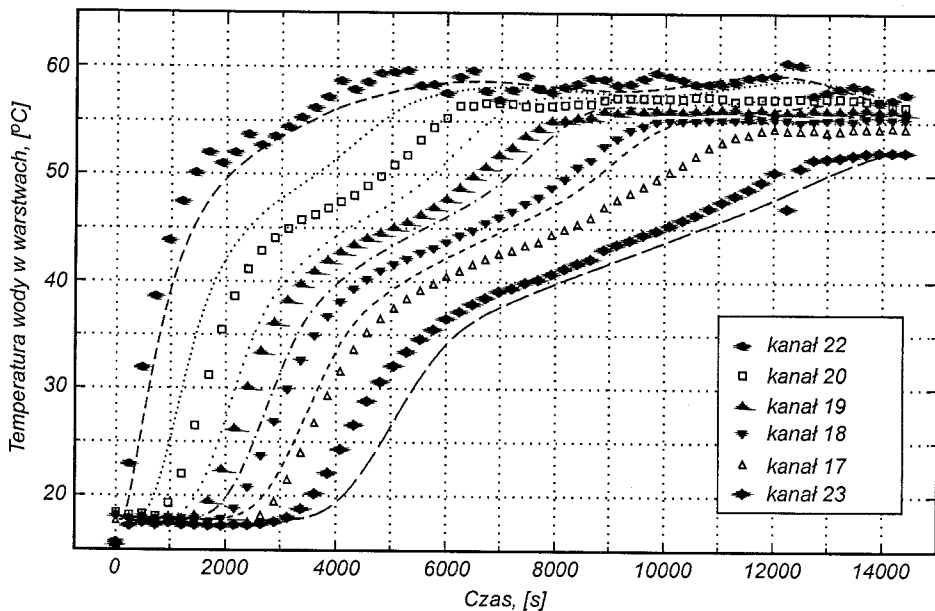
Kolejne dwa rysunki, rys. 13 i 14 dotyczą procesu ładowania, a następnie równoczesnego ładowania i rozładowania zbiornika. Po początkowym okresie 11 500 s, w trakcie którego zbiornik był ładowany od góry wodą gorącą o temperaturze oscylującej wokół 60°C, włączony został obieg odbioru energii magazynowanej (dopływ wody zimnej o temperaturze 20°C do dołu zbiornika i odbiór wody gorącej z jego najwyższej części).

Linie uzyskane z obliczeń numerycznych generalnie odwzorowują przebiegi otrzymane w badaniach eksperymentalnych. Bardziej znaczące różnice między eksperymentem a modelem numerycznym widoczne są w zakresie temperatury odpowiadającej przejściu fazowemu materiału PCM. Obliczenia dają bardziej stromy wzrost temperatury w funkcji czasu, niż wskazują na to wyniki badań. Mogą być różne przyczyny tych rozbieżności. Z jednej strony, w obliczeniach założono jeden tylko mechanizm transportu ciepła – przewodzenia, podczas gdy w rzeczywistości w fazie ciekłej materiału PCM może wystąpić konwekcja swobodna. Dodatkowym elementem niepewnym są przyjęte w obliczeniach parametry fizyczne materiału PCM. Poza ciepłem właściwym stearyny, określonym drogą dodatkowych badań (rys. 7), pozostałe parametry materiału PCM założono stałe, niezależne od temperatury, z uwagi na brak danych literaturowych na ten temat. W obliczeniach numerycznych nie uwzględniano także specyficznego charakteru przepływu w zbiorniku, będącego wynikiem umieszczenia w nim przegród zaznaczonych na rys. 10. Przegrody te pełniły rolę usztywnienia konstrukcji elementów z PCM.

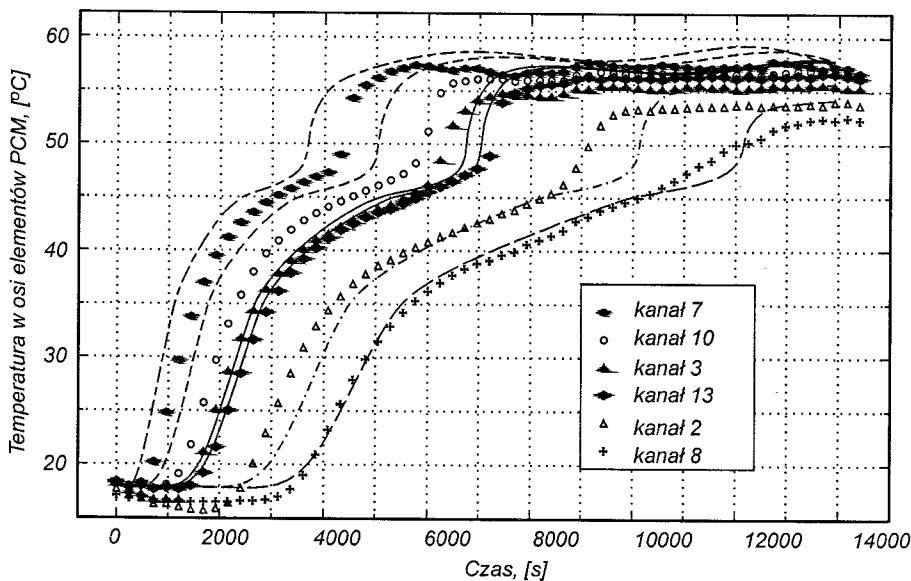
Drugą przyczyną rozbieżności mogą być trudne do oceny błędy pomiaru temperatury spowodowane przewodzeniem wzdłuż termopar. Z przyczyn czysto technicznych, termopary wpuszczane były od góry zbiornika (osiowo wewnątrz elementu z PCM lub między elementami, w przypadku pomiaru temperatury wody). W efekcie na wartość mierzonych temperatury miała wpływ temperatura strefy leżącej bezpośrednio ponad punktem pomiarowym.

Pomimo wspomnianych wcześniej lokalnych rozbieżności między eksperymentem a teorią, zaproponowana metoda obliczeń daje poprawne wyniki w odniesieniu do zbiornika magazynującego jako całości. W tym sensie może być wykorzystywana do modelowania pracy instalacji słonecznych ze zbiornikami z podwójnym medium magazynującym. Dalsze badania powinny pójść w kierunku oceny wpływu przyjętych założeń i uproszczeń na rozwiązanie numery-

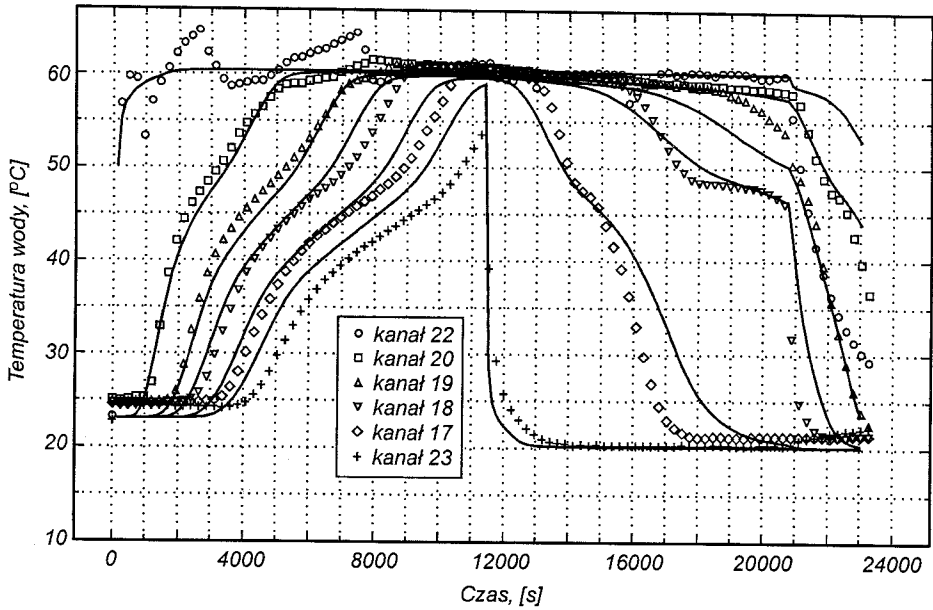
czne, a zwłaszcza wpływu konwekcji swobodnej w materiale PCM na rozkłady temperatury.



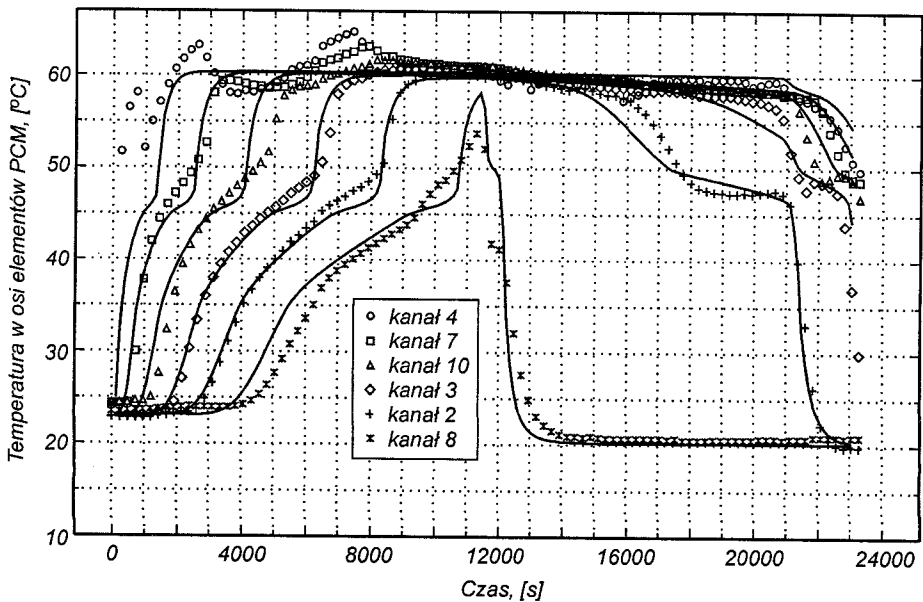
Rys. 11. Przebieg zmian temperatury wody w różnych warstwach podczas ładowania zasobnika. Symbole przedstawiają dane eksperymentalne, linie – wyniki obliczeń. Numery kanałów odpowiadają numerom termoelementów z rys. 10



Rys. 12. Przebieg zmian temperatury PCM w osi walca na różnych wysokościach podczas procesu ładowania zasobnika



Rys. 13. Przebieg zmian temperatury wody w różnych warstwach podczas procesu ładowania, a następnie jednoczesnego ładowania i rozładowania zasobnika



Rys. 14. Przebieg zmian temperatury PCM w osi walców na różnych wysokościach podczas procesu ładowania, a następnie jednoczesnego ładowania i rozładowania zasobnika

BIBLIOGRAFIA

- [1] Domański R.: *Magazynowanie energii cieplnej*. PWN, Warszawa 1990.
- [2] Moore F.E., Bayazoglu Y.: Melting within a spherical enclosure. *Journal of Heat Transfer*, 104, 19–23, 1982.
- [3] De Lucia M., Bbejan A.: Thermodynamics of phase – change energy storage: The effects of liquid superheating during melting and irreversibility during solidification. *Journal of Solar Energy Engineering*, 113, 2–10, 1991.
- [4] Roy S.K., Senagupta S.: Melting of a free solid in a spherical enclosure: Effects of sub-cooling. *Journal of Solar Energy Engineering*, 111, 32–36, 1989.
- [5] Hsiao J.S.: An efficient algorithm for finite – difference analyses of heat transfer with melting and solidification. *Numerical Heat Transfer*, 8, 653–666, 1985.
- [6] Cao Y., Faghari A.: Performance characteristics of a thermal energy storage module: a transient PCM forced convection conjugate analysis. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 34, (1), 93–101, 1991.
- [7] Morrison D.J., Abdel-Khalik S.I.: Effects of phase-change energy storage on the performance of air-based and liquid-based solar heating systems. *Solar Energy*, 20, 57–67, 1978.
- [8] Praca zbiorowa: *Budynki i ich elementy przystosowane do uzysku i akumulacji energii cieplnej ze źródeł odnawialnych promieniowania słonecznego i ciepła powierzchniowych warstw gruntu*. Prace IPPT PAN, 27, 1990.
- [9] Pluta Z., Wnuk R.: Wpływ materiału PCM w zbiorniku magazynującym na działanie słonecznej instalacji przygotowania ciepłej wody użytkowej. *Biuletyn Instytutu Techniki Ciepłej*, 80, 29–52, 1995.
- [10] Domański R.: Badania właściwości cieplnych wybranych materiałów do magazynowania energii cieplnej. *Archiwum Termodynamiki*, 6, 1–2, 1985.
- [11] Jaworski M.: *Badania właściwości cieplnych materiałów do magazynowania energii*. Opracowanie wewnętrzne IPPT PAN, 1993, nie publikowane.
- [12] Kleinbach E.M., Beckman W.A., Klein S.A.: Performance study of one-dimensional models for stratified thermal storage tanks. *Solar Energy* 50, (2), 155–166, 1993.
- [13] Duffie J.A., Beckman W.A.: *Solar engineering of thermal processes*. John Wiley & Sons, New York 1991.
- [14] Patankar S.V.: *Numerical heat transfer and fluid flow*. McGraw-Hill, New York 1986.
- [15] Date A.W.: A strong enthalpy formulation for the Stefan problem. *Int. J. Heat and Mass Transfer*. Vol. 34, No 9, pp. 2231–2235, 1991.
- [16] Date A.W.: Novel strongly implicit enthalpy formulation for multidimensional Stefan problems. *Numerical Heat Transfer, Part B*. Vol. 21, pp. 231–251, 1992.
- [17] Hsiao J.S.: An efficient algorithm for finite – difference analyses of heat transfer with melting and solidification. *Numerical Heat transfer*. Vol. 8, pp. 653–666, 1985.
- [18] Richtmayer R.D., Morton K.W.: *Difference methods for initial value problems*. Interscience Publishers, New York 1967.
- [19] Torrance K.E.: Comparison of finite – difference computation of natural convection. *Journal of Research of the National Bureau of Standards – B*, 72B, 4, 281–301, 1968.
- [20] Potter D.: *Metody obliczeniowe fizyki, fizyka komputerowa*. PWN, Warszawa 1977.

- [21] Wnuk R.: Studies on SDHW system equipped with double medium storage tank. ME-GASTCK'97 Proceedings Volume 1 7th International Conference on Thermal Energy Storage June 18–21 1997 Sapporo, Japan. Editors K. Ochfuji and K. Nagano Hokkaido University N13–W8, Kita-kum Sapporo 060 Japan, 157–162, 1997.
- [22] Wnuk R.: Storage tanks with double medium assigned to solar domestic hot water system – the results of experimental investigations. Proceedings of 6th International Conference on Thermal Energy Storage CALORSTOCK'94, Helsinki 94 (ISBN 951-22-223-X), 543–550, 1994.
- [23] Wnuk R.: Parametric sensitive studies on a direct solar domestic hot water system with double medium storage tank under Polish meteorological conditions. Renewable Energy, Energy Efficiency and The Environment, World Renewable Congress 15–21 June 1996, Denver, Colorado, USA, Volume III. Edited by A A M Sayigh, Pergamon, 1857–1860, 1996.

NUMERIC MODELS OF HEAT-FLOW PROCESSES RELATING TO DOUBLE MEDIUM HEAT STORAGE TANKS

Summary

The mathematical model and numeric simulation of transient heat conduction with simultaneous phase change in heterogeneous structures are presented. The working of a Solar Domestic Hot Water System was considered. The heat storage tanks the main element of this system, is filled with water and regularly placed balls or tubes enclosed in PCM material. The equations describing the overall heat transfer in the storage tank are presented. An original finite difference scheme for solving energy equation for PCM material in spherical and cylindrical co-ordinates was developed. The scheme is based on the control volume method and the Dufort-Frankel method. The results of the numeric simulation were experimentally verified.