

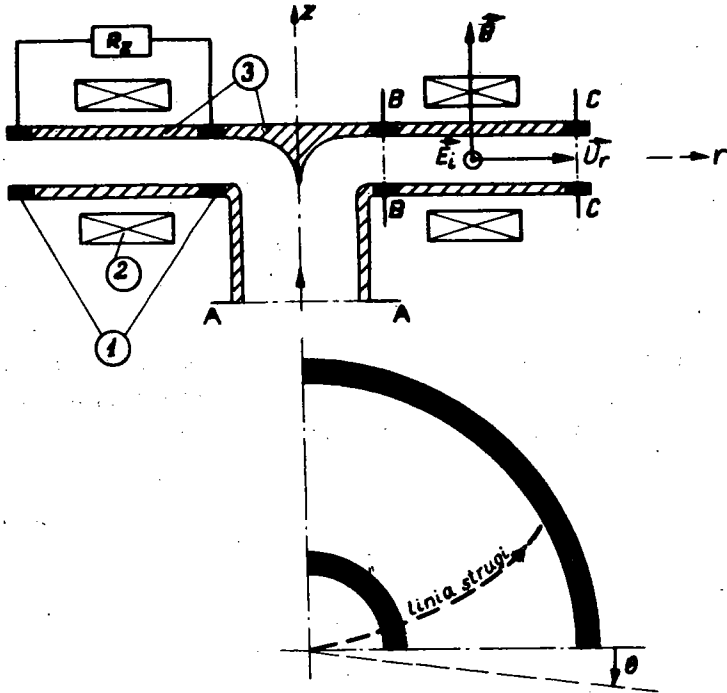
mgr inż. Józef Kunc
Instytut Techniki Ciepłej

**ANALIZA PRZEPŁYWU PLAZMY NISKOTEMPERATUROWEJ
W DYSKOWYM GENERATORZE MHD, W SILNYM POLU MAGNETYCZNYM
Z JONIZACJĄ EKSTRATERMICZNĄ**

1. Wstęp

Praca niniejsza przedstawia teoretyczne studium idei generatora magnetohydrodynamicznego Halla typu dyskowego (rys.1). W takim generatorze przepływ plazmy jest promieniowy, a napięcie uzyskiwane jest między pierścieniowymi elektrodami odbierającymi prąd Halla. Założono ekstratermiczną jonizację plazmy polem elektrycznym według modelu Kerrebrocka ("electron heating"). Ten rodzaj jonizacji dopuszcza niższe temperatury czynnika niż jonizacja termiczna oraz nadaje się szczególnie dobrze do generatora typu dyskowego. Badania nad generatorem impulsowym typu dyskowego prowadzone przez Avco-Everett nie były publikowane, jedynie w pracy [6] podano nieco danych eksperymentalnych oraz półempiryczne zależności dla konkretnego urządzenia.

Celem niniejszej pracy jest przedstawienie równań przepływu w postaci ogólnej oraz rozwiązanie ich dla zadanych warunków pracy i rozmiarów generatora dyskowego MHD, określenie jego sprawności oraz przedstawienie kilku funkcji, istotnych z punktu widzenia pracy generatora.



Rys.1. Schemat dyskowego generatora MHD: 1 - elektrody pierścieniowe, 2 - cewki magnetyczne, 3 - izolacja, R_Z - oporność zewnętrzna

2. Ogólne równania przepływu

Równania te wyprowadzono w oparciu o model płynowy plazmy niskotemperaturowej. Poczyniono typowe dla teorii g-MHD założenia:

- przepływ jest ustalony,
- gaz zachowuje się jak gaz doskonały,
- efekt chłodzenia (straty ciepła) jest pomijany,
- pole magnetyczne jest jednorodne i ustalone.

W polu magnetycznym przewodność elektryczna plazmy jest tensorem. Ze względu na trudności formalne w analizie wzięto pod uwagę jedynie składową wzdłuż linii przepływu (zwaną przewodnością Halla)

$$\sigma_H = \frac{\sigma}{1 + (\omega\tau)^2},$$

ponieważ jest ona najistotniejsza i jej znaczenie jest w równaniach przepływu wyraźnie widoczne. W powyższej zależności σ jest przewodnością skalarną plazmy. Równania przepływu wprowadzono we współrzędnych (r, θ, z) , które są najdogodniejsze ze względu na symetrię osiową generatora. Strefa odbioru energii elektrycznej ma stałą wysokość z_g . Ponieważ odbiór energii elektrycznej ma miejsce na odcinku B - C (międzyelektrodowym) kanału, analizę pracy generatora można ograniczyć tylko do tej strefy.

Podstawowe wektory można przedstawić następująco:

- prędkość przepływu $\vec{u}(u_r, u_\theta, 0)$,
- gęstość prądu elektrycznego $\vec{j}(j_r, j_\theta, 0)$,
- pole elektryczne $\vec{E}(E_r, E_\theta, 0)$,
- indukcja magnetyczna $\vec{B}(0, 0, B)$.

2.1. Równanie Maxwella

Ogólna postać równań Maxwella [2]:

$$\nabla \times \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t},$$

$$\nabla \times \vec{B} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}, \quad (1)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0.$$

Po rozwiązaniu, przy poczynionych na wstępie założeniach, otrzymano:

$$\begin{aligned} r B_r &= \text{const}, \\ r E_\theta &= \text{const}, \\ r j_r &= \text{const}. \end{aligned} \quad (2)$$

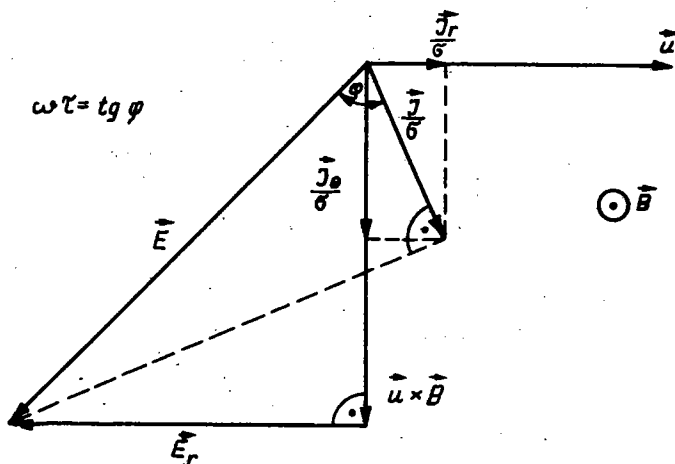
Ostatnią równość można nazwać równaniem ciągłości prądu elektrycznego. Mnożąc obie strony tej równości przez $2\pi z_g$ oraz używając definicji gęstości prądu otrzymano

$$J = \text{const} = 2\pi z_g r j_r. \quad (3)$$

2.2. Prawo Ohma [10]:

$$\vec{j} = \sigma \vec{E} - \frac{\omega_e \tau_e}{B} \vec{j} \times \vec{B} + \frac{\omega_e \tau_e \omega_i \tau_i}{B^2} (\vec{j} \times \vec{B}) \times \vec{B}; \quad (4)$$

ponieważ $m_i \gg m_e$, zatem $\vec{j} = \vec{j}_e + \vec{j}_i \approx \vec{j}_e$, gdzie indeksy "e" oznaczają wielkości dla elektronów, a "i" dla jonów. Można zatem założyć, że $\omega_e \tau_e = \omega \tau$. Wielkość ta zwana jest parametrem Halla. Wpływ poślizgu jonów ("ion slip") jest znikomy [3], jeżeli $\omega \tau < 10$ i można pominąć ostatni człon równania (4).



Rys.2. Wykres wektorowy prądów i napięć generatora dyskowego MHD

Korzystając z wykresu wektorowego (rys.2) i rozwijając równanie (4) otrzymano dla składowej r

$$j_r = \frac{\sigma}{1 + (\omega \tau)^2} (E_r + u_e B + \omega \tau u_r B), \quad (5)$$

oraz dla składowej θ

$$j_\theta = \frac{\sigma}{1 + (\omega \tau)^2} (-u_r B + \omega \tau u_\theta B). \quad (6)$$

2.3. Równanie ruchu [5]

$$\vec{f} = \varrho \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \varrho (\vec{u} \nabla) \vec{u} + \nabla p ; \quad (7)$$

skąd po przekształceniach otrzymuje się:

$$f_r = \varrho u_r \frac{du_r}{dr} - \varrho \frac{u_\theta^2}{r} + \frac{dp}{dr} ,$$

$$f_\theta = \varrho \frac{u_r u_\theta}{r} + \varrho u_r \frac{du_\theta}{dr} .$$

Uwzględniając że

$$\vec{f} = \vec{j} \times \vec{B} ,$$

uzyskuje się ostatecznie dla składowej r

$$\varrho u_r \frac{du_r}{dr} - \varrho \frac{u_\theta^2}{r} = - \frac{dp}{dr} + j_\theta B , \quad (8)$$

oraz dla składowej θ

$$\varrho u_r \frac{du_\theta}{dr} + \varrho \frac{u_\theta u_r}{r} = - j_r B . \quad (9)$$

2.4. Równanie ciągłości płynu [5]

$$\frac{\partial \varrho}{\partial t} + \nabla (\varrho \vec{u}) = 0 . \quad (10)$$

Po przekształceniach

$$\frac{d(\varrho u_r)}{\varrho u_r} = - \frac{dr}{r}$$

oraz

$$\varrho u_r r = \text{const} . \quad (11)$$

Postępując analogicznie jak przy wyprowadzeniu równania (3) otrzymano

$$2\pi z_g r \varphi u_r = \dot{m} . \quad (12)$$

2.5. Równanie energii [5] po przekształceniach ma następującą postać

$$i_2 + \frac{u_2^2}{2} = i_3 + \frac{u_3^2}{2} - q + L . \quad (13)$$

Jest to równanie Bernoulliego, przy czym zgodnie z założeniem $q = 0$ (brak wymiany ciepła), a L oznacza pracę przemiany.

Indeksy 2 oraz 3 oznaczają odpowiednio parametry w przekrojach B - B oraz C - C kanału generatora.

W postaci różniczkowej równanie to można zapisać

$$dL = - d\left(i + \frac{u^2}{2}\right) .$$

Korzystając z definicji mocy

$$dP = \frac{dL}{dt} .$$

Moc na jednostkę objętości można wyrazić jako

$$dP' = \varphi \frac{dL}{dt} = - \varphi \frac{d}{dt} \left(i + \frac{u^2}{2}\right) .$$

Ponadto przy założeniu ruchu ustalonego i symetrii osiowej

$$\frac{d}{dt} = \frac{\partial r}{\partial t} \frac{\partial}{\partial r} = u_r \frac{d}{dr} .$$

Z drugiej strony

$$dP' = - \frac{E_r dr j_r d\Omega}{dv} ,$$

a ponieważ $dV = dr d\Omega$, ostatecznie otrzymuje się

$$\varphi u_r \frac{d}{dr} \left(i + \frac{u_r^2 + u_e^2}{2} \right) = E_r j_r . \quad (14)$$

Z założenia o doskonałości czynnika gazowego wynikają zależności:

równanie Clapeyrona

$$p = \varphi R T \quad (15)$$

oraz związek między entalpią i temperaturą

$$di = c_p dT . \quad (16)$$

Zależności (3), (5), (6), (8), (9), (12), (14), (15) oraz (16) tworzą układ równań dla przepływu plazmy niskotemperaturowej w kanale typu dyskowego, w silnym polu magnetycznym.

3. Rozwiązanie równań przepływu dla małych liczb Macha

Dla małych liczb Macha jest dobrze spełnione założenie o stałej gęstości czynnika przepływającego. Wynika to z podanego poniżej rozumowania. Stosunek ciśnień w przepływie ściśliwym określony jest przez

$$\frac{p_{oc}}{p} = \left(1 + \frac{k-1}{2} M^2 \right)^{\frac{k}{k-1}} .$$

Rozwijając powyższe wyrażenie w szereg otrzymano

$$\frac{p_{oc}}{p} = \left(1 + \frac{k}{2} M^2 + \frac{k}{8} M^4 + \dots \right) .$$

Szereg ten jest szybko zbieżny dla małych liczb Macha.

Dla przepływu nieściśliwego

$$p_{oi} = p + \frac{\rho u^2}{2} = p \left(1 + \frac{\rho u^2}{2p} \right) .$$

Wykorzystując zależność

$$\frac{p}{\rho} = \frac{a^2}{k}$$

uzyskuje się

$$p_{oi} = p \left(1 + \frac{k}{2} M^2 \right) .$$

Porównując wyrażenia dla obu rodzajów przepływu otrzymano

$$\frac{p_{oc} - p_{oi}}{p} \approx \frac{k}{8} M^4 .$$

Dla liczby Macha $M = 0,33$ (rozdz.6) otrzymano wartość

$$\frac{p_{oc} - p_{oi}}{p} = 0,0024 .$$

Korzystając bezpośrednio z zależności dla gęstości

$$\frac{\rho_o}{\rho} = \left(1 + \frac{k-1}{2} M^2 \right)^{\frac{1}{k-1}}$$

uzyskano

$$\frac{\rho_o}{\rho} = 1,0041 .$$

Stała gęstość gazu umożliwia utrzymanie stałej gęstości elektronów. Zapobiega to indukowaniu zmiennych prądów $\vec{E} \times \vec{B}$, których cyrkulacje powodują lokalny wzrost ciepła Joule'a. Skalarną przewodność plazmy σ i parametr Halla ωr można przy powyższych ustaleniach traktować jako stałe. Korzystając z tego, otrzymuje się na podstawie ogólnych równań przepływu:

$$j_r = j_{r2} r_2 \frac{1}{r}, \quad (17)$$

$$j_e = j_{r2} r_2 \omega r \frac{1}{r} - \sigma u_r B, \quad (18)$$

$$E_r = j_{r2} r_2 \frac{1 + (\omega r)^2}{\sigma} \frac{1}{r} - \omega r u_r B - u_e B, \quad (19)$$

$$u_r = u_{r2} r_2 \frac{1}{r}. \quad (20)$$

Równanie energii przyjmie więc postać

$$\frac{du_e}{dr} + \frac{u_e}{r} = - \frac{j_{r2} B}{\sigma u_{r2}},$$

a po scałkowaniu

$$u_e = - \frac{j_{r2} B}{2\sigma u_{r2}} \left(r - \frac{r_2^2}{r} \right). \quad (21)$$

Ujemny znak wyrażenia po prawej stronie równania wskazuje na to, że wektor prędkości u_e jest skierowany przeciwnie niż przyjęty kierunek współrzędnej θ .

Z równań (18) i (20) otrzymano

$$j_e = - (\sigma B u_{r2} - \omega r j_{r2}) \frac{r_2}{r}. \quad (22)$$

Po scałkowaniu i przekształceniach równanie ruchu ma postać:

$$p = \left[- (\sigma B u_{r2} - \omega r j_{r2}) B - \frac{1}{2\sigma} \left(\frac{j_{r2} B}{u_{r2}} \right)^2 \right] r_2^2 \ln r +$$

$$- \frac{1}{2} \left[\left(\frac{j_{r2} B}{2 u_{r2}} \right)^2 \frac{r_2^2}{\sigma} + \sigma u_{r2}^2 \right] \frac{r_2^2}{r^2} + \frac{1}{2\sigma} \left(\frac{j_{r2} B}{2 u_{r2}} \right)^2 r^2 +$$

$$\begin{aligned}
 & + (\sigma B u_{r2} - \omega r j_{r2}) B r_2^2 \ln r_2 + \frac{1}{2\varphi} \left(\frac{j_{r2} B}{u_{r2}} \right)^2 \left(\ln r_2 - \frac{1}{4} \right) r_2^2 + \\
 & + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{j_{r2} B}{2 u_{r2}} \right)^2 \frac{r_2^2}{\varphi} + \varphi u_{r2}^2 \right]. \quad (23)
 \end{aligned}$$

Równanie (23) podstawić można do równania Clapeyrona. Kojarząc równania (19), (20) i (21) otrzymuje się

$$\begin{aligned}
 E_r = \frac{j_{r2} B^2}{2\varphi u_{r2}} r - \left[j_{r2} \left(\frac{B^2 r_2}{2\varphi u_{r2}} - \frac{1 + (\omega r)^2}{\sigma} \right) + \right. \\
 \left. + \omega r u_{r2} B \right] r_2 \frac{1}{r}. \quad (24)
 \end{aligned}$$

Potencjał elektryczny, zgodnie z definicją

$$U(r) = - \int_{r_2}^r E_r dr.$$

Po scałkowaniu, z uwzględnieniem równania (24) uzyskano

$$\begin{aligned}
 U(r) - U(r_2) = \left[j_{r2} \left(\frac{B^2 r_2}{2\varphi u_{r2}} - \frac{1 + (\omega r)^2}{\sigma} \right) + \right. \\
 \left. + \omega r B u_{r2} \right] r_2 \ln r - \frac{j_{r2} B^2}{4\varphi u_{r2}} r^2. \quad (25)
 \end{aligned}$$

Wyprowadzić teraz można analityczną postać równania strugi czynnika

$$\frac{u_e}{u_r} = \frac{ds}{dr},$$

gdzie $ds = r d\theta$.

Korzystając z równań (20) i (21) otrzymuje się

$$r \frac{d\theta}{dr} = - \frac{j_{r2} B}{2 \varphi r_2 u_{r2}^2} r \left(r - \frac{r_2^2}{r} \right),$$

a po scałkowaniu

$$\theta - \theta_0 = - \frac{j_{r2} B}{2 \varphi r_2 u_{r2}^2} \left(\frac{r^2}{2} - r_2^2 \ln r \right), \quad (26)$$

gdzie θ_0 jest współrzędną początkową ($r = r_2$) dla wektora prędkości.

Moc elektryczna generatora dana jest zależnością

$$P_{el} = - \int_{r_2}^{r_3} 2 \pi z_g r j_r E_r dr = J U_{el}.$$

Nie uwzględniono tutaj przyelektrodowych strat napięcia (są one na ogół małe, około $10 \div 15$ V).

Wartość U_{el} znaleźć można z równania (25) przyjmując $r = r_3$. Wypadkowy prąd elektryczny J zostanie określony w rozdz.4. Gęstość mocy, to znaczy moc przypadającą na jednostkę objętości kanału określić można z równania

$$P_g = - j_r E_r,$$

a uwzględniając zależność (17) oraz (24) otrzymuje się

$$P_g = - \frac{r_2 j_{r2}^2 B^2}{2 \varphi u_{r2}^2} + r_2 j_{r2} \left[j_{r2} \left(\frac{B^2 r_2}{2 \varphi u_{r2}^2} - \frac{1 + (\omega \tau)^2}{\sigma} \right) + \omega \tau B u_{r2} \right] \frac{1}{r^2}. \quad (27)$$

Ciepło Joule'a

$$Q_j = \frac{j^2}{\sigma}. \quad (28)$$

Korzystając z zależności (17) i (18) oraz równania

$$j = \sqrt{j_{\theta}^2 + j_r^2},$$

można wyrazić ciepło Joule'a jako

$$Q_j = \frac{1}{r^2} \frac{[j_{r2}^2 + (\omega r j_{r2} - \sigma_B u_{r2})^2] r_2^2}{\sigma}. \quad (29)$$

Podobnie uzyskuje się wyrażenie na gęstość prądu elektrycznego

$$j = \frac{r_2}{r} \sqrt{j_{r2}^2 + (\omega r j_{r2} - \sigma_B u_{r2})^2}. \quad (30)$$

4. Wielkości charakterystyczne generatora

4.1. Sprawność termodynamiczną zdefiniowano następująco

$$\eta_i = \frac{i_{20} - i_{30}}{i_{20} - i'_{30}}, \quad (31)$$

gdzie indeksy "0" oznaczają parametry spiętrzenia.

Licznik reprezentuje całkowitą pracę oddaną w generatorze na wytworzenie energii elektrycznej, mianownik pracę tę w przypadku przemiany izentropowej. Korzystając z równania Mayera i definicji liczby Macha otrzymano w najogólniejszej postaci

$$\eta_i = \frac{1 - \left(\frac{T_3}{T_2}\right) S}{1 - \left(\frac{p_3}{p_2}\right)^{\frac{k-1}{k}} S}, \quad (32)$$

gdzie $S = \frac{1 + \frac{k-1}{2} M_3^2}{1 + \frac{k-1}{2} M_2^2}$.

4.2. Sprawność elektryczna

$$\eta_{el} = \frac{K_H}{\frac{1}{K_{sr}(\omega\tau)^2} + 1}, \quad (33)$$

gdzie: $K_H = 1 - K_{sr}$ (wsp. obciążenia generatora Halla),

$$K_{sr} = \frac{E_{rsr}}{u_{rsr} B} \frac{1}{\omega\tau} \quad (\text{wsp. odbioru mocy}).$$

Współczynniki powyższe określono na podstawie pracy [11] i rys.2. Z równania (33) wynika, że generator powinien pracować przy dużych wartościach parametru Halla.

4.3. Sprawność konwersji definiuje się jako stosunek energii odebranej w postaci energii elektrycznej, do ciepła dostarczonego

$$\eta_t = \frac{P_{el}}{\dot{m} (i_{20} - i_{30})}. \quad (34)$$

Wyznaczyć teraz można wartość prądu elektrycznego J .

Wprowadzono oznaczenia:

d - odległość elektrod

δU_e - przyelektrodowe straty napięcia (~ 10 V),

$\beta = \frac{j_{r2}}{j_{r2z}}$ - współczynnik obciążenia na wlocie,

gdzie j_{r2z} - gęstość prądu zwarcia na wlocie.

Korzystając z równania (5) oraz analogii z teorią maszyn elektrycznych uzyskano:

Dla biegu jałowego ($j_{r2} = 0$)

$$U_0 = u_{r2} B d (\delta_0 + \omega\tau),$$

gdzie: U_0 - napięcie biegu jałowego,

$$\delta_0 = \frac{\delta U_e}{u_{r2} B d}.$$

Dla zwarcia ($U_{e1} = 0$)

$$j_{r2} = \beta \frac{\sigma}{1 + (\omega\tau)^2} \frac{U_0}{d}.$$

Korzystając z powyższych zależności dla dowolnego obciążenia otrzymano

$$j_{r2} = \frac{\sigma}{1 + (\omega\tau)^2} u_{r2} B (\delta_0 + \omega\tau)\beta. \quad (35)$$

Natężenie prądu elektrycznego można teraz znaleźć z równania (3).

5. Jonizacja ekstratermiczna

Do rozważań przyjęto plazmę He - Ce jonizowaną polem elektrycznym. Energia pola elektrycznego jest odbierana głównie przez elektrony. Przy uproszczeniu zdarzeń sprężystych energia elektronów pozostaje dużo większa od energii cząstek ciężkich. Jonizacja wstępna wywołana jest przez procesy przypadkowe i temperaturę gazu; w rozwiązaniu technicznym należałoby być może wprowadzić "prejonizację" innego rodzaju. Elektrony osiągają poprzez te procesy energie większe od straty jonizacji i rozpoczyna się właściwa jonizacja polem elektrycznym (jonizacja ekstratermiczna). Jonizacja polem elektrycznym znana była już wcześniej, jako wyładowanie jarzeniowe. Ostatnio stwierdzono (Kerrebrock i inni), że podobne efekty osiągane są w gazie szlachetnym z posiewem. W celu osiągnięcia dużej ruchliwości elektronów ciśnienie gazu powinno być małe. W dyskowym kanale przepływu indukuje się siła elektromotoryczna $\vec{u}_r \times \vec{B}$, która powoduje prąd J_0 dodatkowo "grzejący" elektrony. Ten rodzaj jonizacji wydaje się być bardzo korzystny dla generatora MHD - typu dyskowego.

Z teorii kinetyczno-molekularnej [4] można określić średnią stratę energii ϵ_p elektronu o masie m_e , zderzającego się z cząstką o masie m_k

$$\varepsilon_p = 2 \frac{m_e}{m_k} \delta_k \left(\frac{3}{2} k_B T_e - \frac{3}{2} k_B T_k \right),$$

gdzie δ_k - wsp. uwzględniający straty zderzeń niesprężystych.

Energia tracona na jednostkę objętości w jednostce czasu wynosi

$$P_j = \varepsilon_p n_e \nu_{ik};$$

z drugiej strony

$$P_j = \vec{E} \vec{j},$$

więc

$$\frac{T_e}{T_k} = 1 = \frac{k_B M^2 (\omega \tau)^2}{3 \sigma (u_r B)^2 \delta_k} P_j.$$

W stanie równowagi straty powinny być równe jednostkowej pracy ciepła Joule'a, zatem

$$\frac{T_e}{T_k} = 1 + \frac{k_B M^2 (\omega \tau)^2}{3 [1 + (\omega \tau)^2] \delta_k} (1 + (\omega \tau)^2 K_H^2), \quad (36)$$

gdzie $T_k = T$.

Równanie powyższe wyprowadzono pomijając poślizg jonów ("ion slip") co jest słuszne przy $\omega \tau < 10$. Z równania (36) wynika, iż dla uzyskania dużej przewodności plazmy (wysokiej temperatury elektronów) należy utrzymywać duże wartości parametru Halla $\omega \tau$ oraz duże wartości liczby Macha, należy również używać jako czynnika gazu jednoatomowego, który ma $\delta_k \approx 1$. Dla cząstek wieloatomowych $\delta_k \gg 1$, co jak wynika z równania (36), ma ujemny wpływ na proces jonizacji. Znając temperaturę elektronów można określić stopień jonizacji

$$\alpha = \frac{n_e}{n_s}.$$

Można tu użyć równania Saha uwzględniającego temperaturę elektronów, ponieważ przekrój czynny na jonizację jest dużo

większy dla zderzeń elektronów niż cząstek ciężkich. Proces jonizacji słabo zależy od temperatury ciężkich cząstek. Równanie Saha uwzględniające temperaturę elektronów ma postać [10]

$$\frac{n_e^2}{n_s^2 - n_e^2} = \frac{g_i g_e}{g_o} \left(\frac{2\pi m_e k_B T_e}{h^2} \right)^{\frac{3}{2}} \exp \left(- \frac{e U_i}{k_B T_e} \right), \quad (37)$$

gdzie: g_i , g_e oraz g_o są wagami statystycznymi odpowiednio dla jonów, elektronów i atomów.

W przypadku plazmy z posiewem cezowym

$$\frac{g_i g_e}{g_o} = 1.$$

Z teorii pola elektromagnetycznego wiadomo, że:

$$\omega = \frac{e B}{m_e} \quad \text{oraz} \quad \tau = \frac{1}{\nu_e}, \quad (38)$$

więc

$$\omega \tau = \frac{e B}{m_e \nu_e}. \quad (39)$$

Z teorii kinetycznej gazów uzyskano

$$\nu_e = \nu_{sr} \sum_i (n_i Q_i),$$

gdzie: n_i oraz Q_i odpowiednio koncentracja i przekrój czynny na zderzenie dla cząstek i -tego składnika, zaś ν_{sr} z uśrednienia rozkładu Maxwella:

$$\nu_{sr} = \left(\frac{8}{\pi} \frac{k_B T_e}{m_e} \right)^{\frac{1}{2}}.$$

Dla plazmy He - Cs obowiązuje

$$\nu_e = \left(\frac{8}{\pi} \frac{k_B T_e}{m_e} \right) n_{\text{He}} (Q_{e\text{He}} + x Q_{e\text{Cs}}), \quad (40)$$

gdzie $x = \frac{n_{\text{Cs}}}{n_{\text{He}}}$.

Z równania stanu gazu doskonałego

$$n_{\text{He}} = \frac{p_{\text{He}}}{k_B T}. \quad (41)$$

Przewodność skalarną plazmy znaleziono korzystając z równania (39)

$$\sigma = n_e e \mu_e = \frac{n_e e^2}{m_e \nu_e}. \quad (42)$$

6. Obliczenia numeryczne

Przyjęto następujące założenia.

Gzynnikiem roboczym jest mieszanina helu i cezu o udziałach masowych:

$$m_{\text{He}} = 0,99; \quad m_{\text{Cs}} = 0,01.$$

Parametry gazodynamiczne na wlocie:

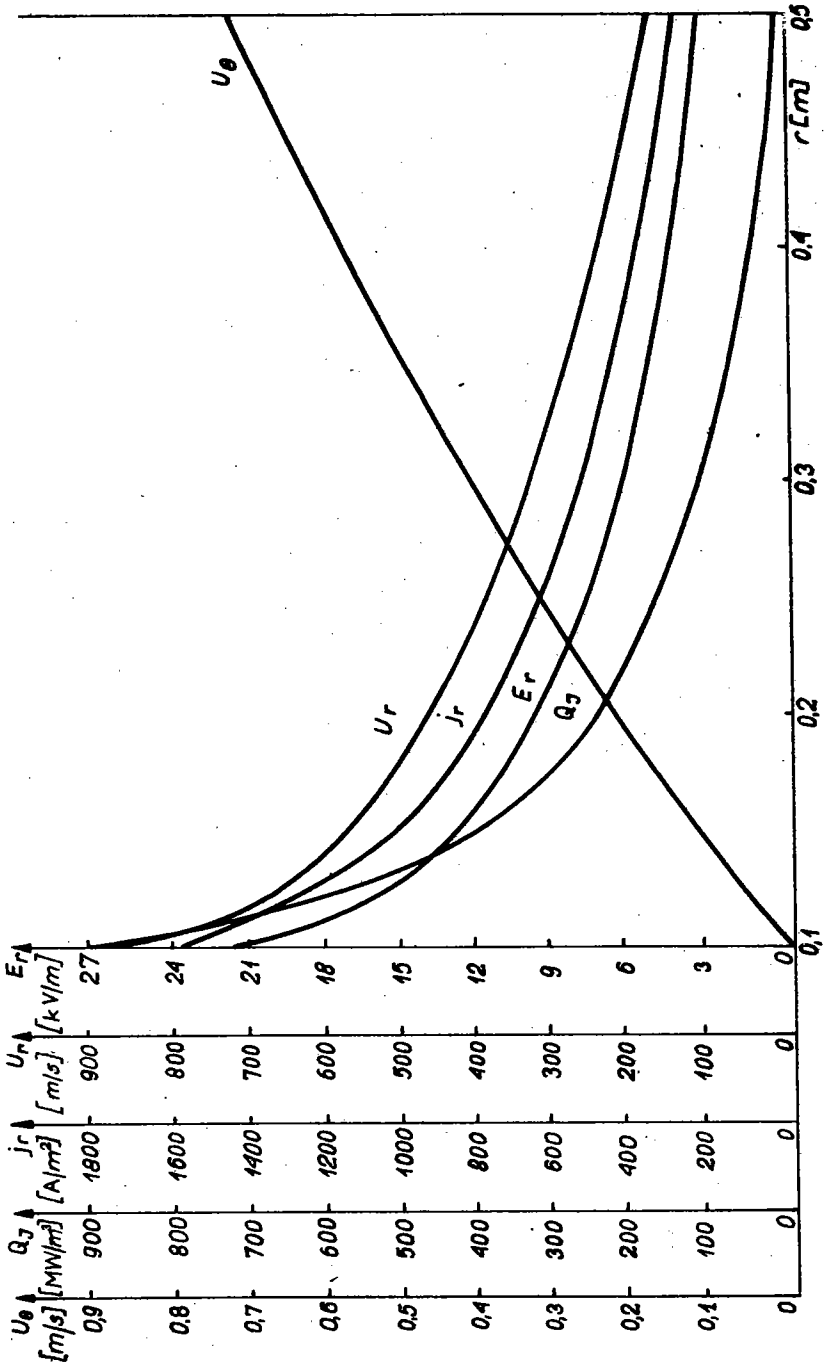
$$p_2 = 0,9807 \text{ [bar]}, \quad T_2 = 1933 \text{ [K]}, \quad M_2 = 0,33,$$

$$B = 4 \text{ [T]},$$

$$U_{i\text{Cs}} = 3,78 \text{ [eV]},$$

$$Q_{e\text{He}} = 6 \cdot 10^{-20} \text{ [m}^2\text{]},$$

$$Q_{e\text{Cs}} = 300 \cdot 10^{-20} \text{ [m}^2\text{]}.$$



Rys.3. Niektóre typowe funkcje przepływu w dyskowym generatorze MHD

Korzystając z równań (36) ÷ (42) otrzymano:

$$\begin{aligned}
 R &= 2055 \text{ [J/kg K]}, & \omega \tau &= 6,78, \\
 c_p &= 5137 \text{ [J/kg K]}, & \alpha &= 0,028, \\
 n_{\text{He}} &= 3,698 \cdot 10^{24} \text{ [m}^{-3}\text{]}, & \sigma &= 85,6 \text{ [\Omega}^{-1} \text{ m}^{-1}\text{]}, \\
 n_{\text{CS}} &= 1,14 \cdot 10^{22} \text{ [m}^{-3}\text{]}, & T_{e2} &= 2510 \text{ [K]}. \\
 n_e &= 3,2058 \cdot 10^{20} \text{ [m}^{-3}\text{]}, & &
 \end{aligned}$$

Dalsze obliczenia przeprowadzono dla zadanych wymiarów:

$$r_2 = 0,1 \text{ [m]}, \quad r_3 = 0,5 \text{ [m]}, \quad z_g = 0,05 \text{ [m]},$$

i uzyskano

$$\begin{aligned}
 J &= 50 \text{ [A]}, & \eta_i &= 0,81, \\
 U_{e1} &= 3470 \text{ [V]}, & \eta_{e1} &= 0,29, \\
 P_{e1} &= 173 \text{ [kW]}, & \eta_t &= 0,19. \\
 \langle P_g \rangle &= 28,8 \text{ [MWm}^{-3}\text{]}, & &
 \end{aligned}$$

Obliczenia wykonano na EMC GIER w Instytucie Badań Jądrowych.

Przebiegi kilku typowych funkcji przedstawiono na rys.3.

7. Wnioski

Obliczone sprawności są, jak było do przewidzenia, bardzo wysokie, a parametry elektryczne bardzo korzystne. Należałoby jeszcze raz podkreślić, iż analiza była czysto teoretyczna i opierała się na założeniach typowych dla teorii generatorów MHD, koniecznych ze względu na ogromne trudności w opisie matematycznym przepływów plazmowych w silnym polu magnetycznym oraz złożoność fizyki tych procesów. Kanał dyskowy dla generatorów MHD typu Halla jest bardzo korzystny. Usuwa on szkodliwy wpływ segmentowych elektrod, zapewnia większą

moc na jednostkę objętości, a symetria osiowa pozwala na dobre rozłożenie linii sił pola magnetycznego. Dobrze spełniony jest również warunek wysokiej sprawności, to znaczy niski stosunek powierzchni kanału wpływającej na tarcie, do objętości efektywnej zwiększającej moc. Kształt kanału wpływa także na słabą zależność strat cieplnych od warstwy przysciennej związanej z płaszczyznami równoległymi do wektora indukcji magnetycznej. Kanał ten jest szczególnie dobry dla jonizacji ekstratermicznej, co pozwala na stosowanie niższych temperatur czynnika, a to z kolei powoduje dłuższy czas pracy generatora. Ujemną stroną jest fakt, iż rosnące wymiary generatora powodują spadek sprawności konwersji, ponieważ u_{\ominus} rośnie, sprawność tę można jednak polepszyć przez zawirowanie gazu na wlocie w kierunku przeciwnym do składowej stycznej siły Lorentza co może zmniejszyć do zera średnią prędkość styczną u_{\ominus} (rys. 1 i 2). Zawirowanie na wlocie zależy od kształtu części A-B kanału i należy je starannie dobierać z uwagi na straty gazodynamiczne (wzrost turbulencji) powodujące wzrost deformacji oddziaływań elektromagnetycznych. Wydaje się celowe, aby przy wstępnej analizie ewentualnego projektu laboratoryjnego dane dotyczące plazmy (jak na przykład przewodność elektryczna) oprzeć na badaniach eksperymentalnych. Z przedstawionych rozważań wynika, że wpływ pola magnetycznego na własności przepływu jest bardzo istotny i dlatego jego wielkość musi być starannie dobrana. Przyjęta do obliczeń wartość indukcji magnetycznej 4 tesla jest w magnesach z uzwojeniem nadprzewodzącym łatwo osiągalna. Należy dodać iż z równania (5) wynika ważny dla ewentualnego eksperymentu wniosek.

Jeśli w równaniu tym przyjmując $E_r = 0$, to otrzymuje się zależność na prąd zwarcia

$$j_{rz} = \frac{\sigma}{1 + (\omega \tau)^2} (u_{\ominus} B + \omega \tau u_r B) . \quad (43)$$

Przy założeniach zrobionych w niniejszej pracy (duże $\omega \tau$) można pominąć wyrażenie $u_{\ominus} B$ jako małe w stosunku do $\omega \tau u_r B$. Dla przyjętych w rozdz. 6 danych otrzymano

$$\frac{|u_{\ominus} B|}{\omega \tau u_r B} \approx 0,02 .$$

Tego samego rzędu jest wartość wyrażenia $\frac{1}{(\omega \tau)^2}$, a więc śmiało pominąć można jedynkę w mianowniku równania (43). Uwzględniając także równania (39) oraz (42) otrzymano ostatecznie

$$n_e \approx \frac{1}{eu_r} j_{rz} \cdot$$

Wynik powyższy wskazuje na to, że prąd zwarcia jest miarą gęstości elektronów w przepływającej plazmie.

Brak dotychczas na świecie pracujących generatorów tego typu nie pozwala na omówienie trudności eksperymentalnych.

Należy natomiast podkreślić zgodnie z wnioskami z niniejszej teoretycznej pracy, iż w dziedzinie hallowskich generatorów MHD typ dyskowy warty jest głębszego zainteresowania.

W zakończeniu chciałbym podziękować panu doc. dr M. Zgorzelskiemu za cenne uwagi i pomoc przy pracy nad powyższym zagadnieniem.

Wykaz oznaczeń

- α - stopień jonizacji
- a - prędkość dźwięku, m/s
- B - indukcja magnetyczna, Vs/m²
- c_p - c.wł. przy stałym ciśnieniu, J/kg K
- d - odległość między elektrodami, m
- e - ładunek elektronu, As
- E - wypadkowe natężenie pola elektrycznego, V/m
- E_r - składowa promieniowa natężenia pola elektrycznego, V/m
- σ - przewodność skalarna plazmy, $\Omega^{-1} m^{-1}$
- ν_e - częstość zderzeń elektronów, 1/s
- ω - częstość cyklotronowa elektronu, 1/s
- μ_e - ruchliwość elektronów, m²/Vs
- ωr - parametr Halla
- f - siła ponderomotoryczna na jednostkę objętości, N/m³
- h - stała Plancka, Js
- i - entalpia, J/kg

- J - prąd elektryczny, A
 j - gęstość prądu elektrycznego, A/m^2
 j_r - składowa promieniowa gęstości prądu, A/m^2
 j_e - składowa styczna gęstości prądu, A/m^2
 k - wykładnik adiabaty
 k_B - stała Boltzmana, J/K
 M - liczba Macha
 \dot{m} - wydatek masowy przepływu, kg/s
 m_e - masa spoczynkowa elektronu, kg
 m_k - masa atomu cezu, kg
 n_e - koncentracja elektronów, $1/m^3$
 n_s - koncentracja atomów posiewu, $1/m^3$
 n_{He} - koncentracja atomów helu, $1/m^3$
 p - ciśnienie statyczne gazu, N/m^2
 p_{oc} - ciśnienie spiętrzenia dla przepływu ściśliwego, N/m^2
 p_{oi} - ciśnienie spiętrzenia dla przepływu nieściśliwego, N/m^2
 p_s - ciśnienie statyczne posiewu, N/m^2
 R - stała gazowa czynnika, $J/kg K$
 T - temperatura czynnika, K
 T_e - temperatura elektronów, K
 Q_{eHe} - przekrój czynny na zderzenie elektronu z atomem helu, m^2
 Q_{eCs} - przekrój czynny na zderzenie elektronu z atomem cezu, m^2
 u - prędkość czynnika, m/s
 u_r - składowa promieniowa prędkości czynnika, m/s
 u_e - składowa styczna prędkości czynnika, m/s
 U_{el} - napięcie na zaciskach g-MHD, V
 ρ - gęstość czynnika, kg/m^3
 ρ_o - gęstość spiętrzenia czynnika, kg/m^3
 V - objętość właściwa, m^3/kg
 Ω - powierzchnia prostopadła do wektora j_r , m^2
 z_g - wysokość kanału dyskowego, m .

Bibliografia

- [1] Brown S.C.: Basic data of plasma physics. John Wiley. New York 1959.

- [2] Kaye J., Welsh J.A.: Direct Conversion of Heat to Electricity. John Wiley. New York 1960.
- [3] Kerrebrock J.L.: Conduction in gases with elevated electron temperature. Engin. Asp. of MHD. Columbia University Press 1962.
- [4] Kerrebrock J.L.: Nonequilibrium Ionization Due to Electron Heating. AIAA - Vol.2 N^o=6 - 1964.
- [5] Landau L., Lifszic E.: Mechanika ośrodków ciągłych. PWN. Warszawa 1958.
- [6] Louis J.F.: High Hall coefficient experiments in a large disc - generator. Proc. of Intern. Symp. on MHD Electrical Power Generation 1968.
- [7] Rosa R.J.: Physical Principles in Magnetohydrodynamic Power Generation. Physic of Fluids 4(2) - 1962.
- [8] Shapiro S.H.: The dynamics and thermodynamics of compressible fluid flow. The Ronald Press Company. New York 1956.
- [9] Sporn P., Kantrowitz A.: Magnetohydrodynamics Future Power Proces. Power 103/11 - 1959.
- [10] Sutton G.W., Sherman A.: Engineering Magnetohydrodynamics. Mc Graw Hill 1965.
- [11] Wang R.: Generatory magnetohydrodynamiczne. Inż. reaktora - N^o 44 1965.
- [12] Way S.: Magnetohydrodynamic Power Generation. Scientific Paper - 6 - 40509 -2- Pr Westinghouse Research Laboratories.

АНАЛИЗ ТЕЧЕНИЯ НИЗКОТЕМПЕРАТУРНОЙ ПЛАЗМЫ
В ГЕНЕРАТОРЕ ДИСКОВОГО ТИПА МГД В СИЛЬНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ
С ЭКСТРАТЕРМИЧЕСКОЙ ИОНИЗАЦИЕЙ ПЛАЗМЫ

К р а т к о е с о д е р ж а н и е

В работе выведены на основе макроскопической модели уравнения течения низкотемпературной плазмы в генераторе дискового типа - МГД, в сильном магнитном поле, с учетом отбора голов-

ской составляющей электрического тока. Ионизация плазмы считается экстраатермической из-за электрического поля (электронный нагрев) по модели Керрброка. Указано решение уравнений течения в случае небольших чисел Маха, а также проведены численные расчеты для предположенных параметров. Включены графики самых типичных функций в теории генераторов - МГД.

ANALYSIS OF LOW TEMPERATURE PLASMA FLOW IN DISC-TYPE
MHD GENERATOR IN STRONG MAGNETIC FIELD WITH
EXTRATHERMAL IONIZATION

S u m m a r y

Basing on the given flow model, low temperature plasma flow equations in disc-type MHD Generator in strong magnetic field are deduced, taking into consideration the Hall's Component of Electrical Current. The He-Cs plasma ionization is considered as extrathermal ("electron heating") according to Kerrbrock's Model.

The solutions of flow equations for low Mach numbers and numeral calculations based on the given parameters are presented also.

The most typical functions for the MHD Generator theory are shown in the form of diagrams.