

doc. dr hab. Kazimierz Brodowicz  
mgr inż. Maria Głowacka  
mgr inż. Mieczysław Poniewski  
mgr inż. Maria Seget-Wisniewska  
mgr inż. Przemysław Szopa

Instytut Techniki Ciepłej  
Politechniki Warszawskiej

## MODEL O PARAMETRACH ROZŁOŻONYCH DYNAMIKI WYMIENNIKÓW CIEPŁA Z RURAMI KONCENTRYCZNYMI

### WYKAZ OZNACZEŃ

$$a_1 = \frac{4 \alpha_t}{\rho_{1t} c_{1t} d_1}; \quad a_2 = \frac{4 d_1 \alpha_t}{\rho_{wt} c_{wt} (d_2^2 - d_1^2)}; \quad a_3 = \frac{4 d_2 \alpha_s}{\rho_{wt} c_{wt} (d_2^2 - d_1^2)};$$

$$a_4 = \frac{4 d_2 \alpha_s}{\rho_{1s} c_{1s} (d_3^2 - d_2^2)}; \quad a_5 = \frac{4 d_3 \alpha_s}{\rho_{1s} c_{1s} (d_3^2 - d_2^2)};$$

$$a_6 = \frac{4 d_3 \alpha_s}{\rho_{ws} c_{ws} (d_4^2 - d_3^2)}; \quad \left[ s^{-1} \right]$$

$$A = \frac{1}{v_{tss}} \frac{a_1 s s a_3}{a_2 s s + a_3}; \quad \left[ m^{-1} \right]$$

$$A_1 = \frac{K(\lambda_2 - \beta h) - f_3}{\lambda_1 - \lambda_2} \quad - \text{ dla współprądu}$$

$$A_1 = -B_1 - K \quad - \text{ dla przeciwprądu}$$

b - wykładnik potęgi przy liczbie Prandtla w równaniach Nusselta.

$$B = \frac{1}{V_s} \frac{a_{2ss} a_4}{a_{2ss} + a_3} \quad [m^{-1}]$$

$B_1 = -A_1 - K$  - dla współprądu

$$-B_1 = \frac{e^{-\beta h} [f_3 + K(\beta h - f_1)] + K(f_1 - \lambda_1) e^{-\lambda_1}}{(f_1 - \lambda_2) e^{-\lambda_2} - (f_1 - \lambda_1) e^{-\lambda_1}} \quad \text{- dla przeciwprądu}$$

c - ciepło właściwe

$$[Jkg^{-1}C^{-1}]$$

C = stały współczynnik w równaniu Nusselta

$d_1$  - średnica wewnętrzna rury

$$[m]$$

$d_2$  - średnica zewnętrzna rury

$$[m]$$

$d_3$  - średnica wewnętrzna płaszczka

$$[m]$$

$d_4$  - średnica zewnętrzna płaszczka

$$[m]$$

$$f_1 = s + \frac{h}{v_{tss}} a_{1ss} - \frac{h^2}{v_{tss}^2} \frac{a_{1ss} a_{2ss}}{s + \frac{h}{v_{tss}} (a_{2ss} + a_3)}$$

$$f_2 = \frac{h^2}{v_{tss}^2} \frac{a_{1ss} a_3}{s + \frac{h}{v_{tss}} (a_{2ss} + a_3)}$$

$$f_3 = \frac{h}{v_{tss}} \frac{a_{1ss} a_3}{a_{2ss} + a_3} \left[ (k_t - 1) - k_t \frac{h}{v_{tss}} \frac{a_{2ss}}{s + \frac{h}{v_{tss}} (a_{2ss} + a_3)} \right]$$

$$f_4 = - \frac{v_{tss}}{v_s} \frac{h^2}{v_{tss}^2} \frac{a_4 a_{2ss}}{s + \frac{h}{v_{tss}} (a_{2ss} + a_3)}$$

$$f_5 = - \frac{v_{tss}}{v_s} \left[ s + \frac{h}{v_{tss}} (a_4 + a_5) - \frac{h^2}{v_{tss}^2} \frac{a_5 a_6}{s + \frac{h}{v_{tss}} a_6} - \frac{h^2}{v_{tss}^2} \frac{a_3 a_4}{s + \frac{h}{v_{tss}} (a_{2ss} + a_3)} \right]$$

$$f_6 = - k_t \frac{v_{tss}}{v_s} \frac{h^2}{v_{tss}^2} \frac{a_{2ss} a_3}{a_{2ss} + a_3} \frac{\varepsilon_4}{s + \frac{h}{v_{tss}} (a_{2ss} + a_3)}$$

$h$  - długość wymiennika

[ m ]

$j$  - jedność urojona

$k$  - wykładniki potęgi przy liczbie Reynoldsa w równaniach Nusselta

$$K = \frac{f_2 f_6 - (\beta h + f_5) f_3}{f_2 f_4 - f_1 f_5 - \beta h (f_1 - f_5) + \beta^2 h^2}$$

$$M_1 = (\phi_t - \theta_t)_{ss} \left( \frac{\partial a_1}{\partial v_t} \right)_{ss} - \left( \frac{\partial \theta_t}{\partial x} \right)_{ss} \quad [^{\circ}\text{C m}^{-1}]$$

$$M_2 = (\theta_t - \phi_t)_{ss} \left( \frac{\partial a_2}{\partial v_t} \right)_{ss} \quad [^{\circ}\text{C m}^{-1}]$$

$$M_3 = (\theta_s - \phi_t)_{ss} \left( \frac{\partial a_3}{\partial v_s} \right)_{ss} \quad [^{\circ}\text{C m}^{-1}]$$

$$M_4 = (\phi - \theta_s)_{ss} \left( \frac{\partial a_4}{\partial v_s} \right)_{ss} + (\phi - \theta_s)_{ss} \left( \frac{\partial a_4}{\partial v_s} \right)_{ss} - \left( \frac{\theta_s}{\partial x} \right)_{ss} \quad [^{\circ}\text{C m}^{-1}]$$

$n$  - liczba naturalna

$$N_1(s) = \frac{(s + a_{1ss})}{v_{tss}} - \frac{a_{1ss} a_{2ss}}{v_{tss} (s + a_{2ss} + a_{3ss})} \quad [m^{-1}]$$

$$N_2(s) = \frac{a_{1ss} a_{3ss}}{v_{tss} (s + a_{2ss} + a_{3ss})} \quad [m^{-1}]$$

$$N_3(s) = \frac{a_{1ss} M_2}{v_{tss} (s + a_{2ss} + a_{3ss})} + \frac{M_1}{v_{tss}} \quad [m^{-1}]$$

$$N_4(s) = \frac{a_{1ss} M_3}{v_{tss} (s + a_{2ss} + a_{3ss})} \quad [m^{-1}]$$

$Nu$  - liczba Nusselta

$p$  - zmienna przekształcenia Laplace'a względem współrzędnej osiowej

[ m<sup>-1</sup> ]

$Re$  - liczba Reynoldsa

$$R_1(s) = \frac{(s + a_{4ss} + a_{5ss})}{v_{sss}} - \frac{a_{4ss} a_{3ss}}{v_{sss} (s + a_{2ss} + a_{3ss})} - \frac{a_{5ss}}{v_{sss} (s + a_6)} \quad [m^{-1}]$$

$$R_2(s) = \frac{a_{4ss} a_2}{v_{sss} (s + a_{2ss} + a_{3ss})} \quad [m^{-1}]$$



## INDEKSY

- i - wartość wlotowa do wymiennika
- l - czynnik
- o - wartość wylotowa z wymiennika
- r - wartość rezonansowa
- s - płaszczyzna lub od strony płaszczyzny
- ss - wielkość w stanie ustalonym
- śr - wartość średnia
- † - rura lub od strony rury
- v - zmienny w czasie składnik danej wielkości na skutek pulsacji prędkości wlotowej do rury

## 1. WSTĘP

W pracy przedstawiono, stosowany w opisie matematycznym, model o parametrach rozłożonych dynamiki wymienników ciepła, w którym temperatury czynników są ciągłymi funkcjami współrzędnej osiowej (długości wymiennika) i czasu. Model ten daje lepszy opis dynamiki wymiennika ciepła niż prostsze modele, jakimi są: model o parametrach skupionych i model sekcyjny o parametrach skupionych, przedstawione w pracy [1]. W cytowanej pracy omówiono również szczegółowo wyrazy macierzy transmitancji wymiennika. Najważniejsze z nich, niezależnie od przyjętego modelu matematycznego, a więc również i dla omawianego modelu o parametrach rozłożonych, to transmitancje  $\bar{\theta}_{to}/\bar{v}_t$  i  $\bar{\theta}_{so}/\bar{v}_t$ . Ich wyznaczenie jest potrzebne do projektowania układów regulacji i temperatur wylotowych wymiennika poprzez zmiany prędkości czynnika.

Natomiast transmitancje typu  $\bar{\theta}_{to}/\bar{\theta}_{ti}$ ,  $\bar{\theta}_{so}/\bar{\theta}_{ti}$  z uwagi, że nie można w prosty sposób zmieniać temperatur wlotowych czynników mają praktyczne zastosowanie jedynie w przypadkach szczególnych (rozdz.5).

Na podstawie obliczeń numerycznych określono wpływ liczb Reynoldsa obu czynników wymieniających ciepło, a także wpływ długości wymiennika na charakterystyki częstotliwościowe.

Omówiono także szczegółowo zjawisko rezonansu dla odpowiedzi temperaturowych oraz przedstawiono schemat strukturalny dynamiki wymienników ciepła z rurami koncentrycznymi.

W przedstawionym modelu o parametrach rozłożonych podane poprzednio [1], [4], [13] założenia upraszczające pozostają nadal ważne, dodatkowo w tym przypadku uwzględniono również pojemność ciepłą ściany płaszczu.

## 2. TRANSMITACJE MODELU O PARAMETRACH RÓZKOŻONYCH ZE ZMIENNĄ PRĘDKOŚCIĄ WLOTOWĄ

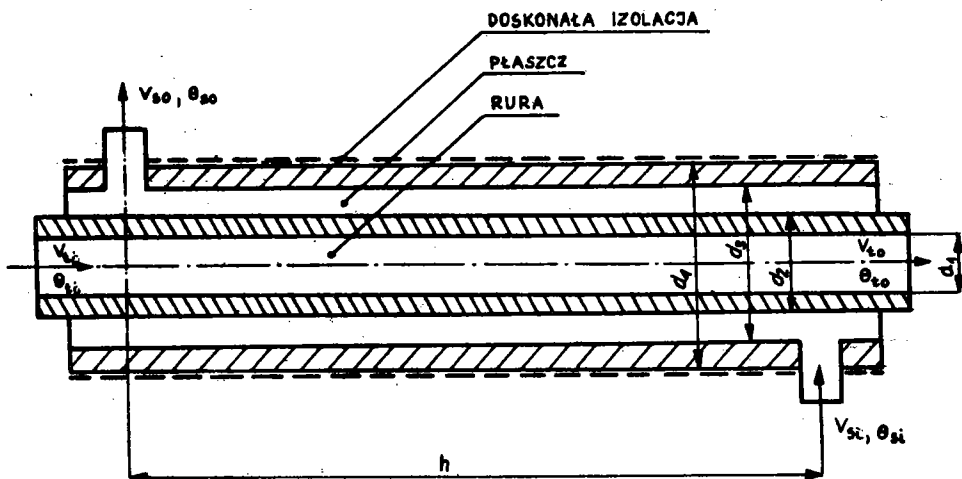
Model o parametrach rozłożonych dynamiki równoległoprądowego wymiennika ciepła opisuje następujący układ równań różniczkowych energii [4], [13], [16]:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \theta_t}{\partial t} + v_t \frac{\partial \theta_t}{\partial x} &= a_1(\phi_t - \theta_t) & (1.1) \\ \frac{\partial \phi_t}{\partial t} &= a_2(\theta_t - \phi_t) + a_3(\theta_s - \phi_t) & (1.2) \\ \frac{\partial \theta_s}{\partial t} + v_s \frac{\partial \theta_s}{\partial x} &= a_4(\phi_t - \theta_s) + a_5(\phi_s - \theta_s) & (1.3) \\ \frac{\partial \phi_s}{\partial t} &= a_6(\theta_s - \phi_s), & (1.4) \end{aligned} \right\} (1)$$

z następującymi warunkami brzegowymi:

$$\left. \begin{array}{ll} \text{współprąd} & \text{przeciwprąd} \\ \theta_{tss} \Big|_{x=0} = \theta_{ti} & \theta_{tss} \Big|_{x=0} = \theta_{ti} \\ \theta_{sss} \Big|_{x=0} = \theta_{si} & \theta_{sss} \Big|_{x=h} = \theta_{si} \end{array} \right\} (2)$$

Równanie (1.1) jest równaniem energii czynnika przepływającego w rurze wewnętrznej, (1.3) - czynnika przepływającego w płaszczu, zaś (1.2) i (1.4) - ściany rury i płaszczu.



Rys.1. Schemat wymiennika ciepła z rurami koncentrycznymi

Wyrażenie  $\frac{\partial \theta}{\partial t}$ ,  $\frac{\partial \phi}{\partial t}$  określają ilość ciepła akumulowaną w jednostkowej objętości płynu lub ściany, zaś  $\frac{\partial \theta_t}{\partial x}$ ,  $\frac{\partial \theta_s}{\partial x}$  - ilość ciepła unoszonego przez jednostkową objętość płynu w kierunku ruchu płynu. Podobnie jak w pracach [4], [5], [6], [7], [8], [9], [13] poszukuje się transmitancji typu  $\frac{\theta_{to}}{\bar{v}_t}$ ,  $\frac{\theta_{so}}{\bar{v}_t}$ , charakterystycznych dla dynamiki wymiennika.

Wyznaczenie tych transmitancji jest możliwe poprzez: rozwiązanie równań opisujących kinetykę wymiennika i wykorzystanie ich do uzyskania rozwiązania dla stanu nieustalonego, wywołanego nałożeniem pulsacji harmonicznym na średnią prędkość czynnika w rurze a następnie linearyzację wyjściowego układu równań różniczkowych energii celem zastosowania przekształcenia Laplace'a.

Rozwiązanie dla stanu ustalonego przedstawia się następująco:

współprąd:

$$\left. \begin{aligned} \theta_{tss} - \theta_{ti} &= -\frac{A}{\beta} (\theta_{si} - \theta_{ti}) (e^{-\beta x} - 1), \\ \theta_{sss} - \theta_{si} &= \frac{B}{\beta} (\theta_{si} - \theta_{ti}) (e^{-\beta x} - 1), \end{aligned} \right\} \quad (3.1) \quad (3)$$

przeciwprąd:

$$\left. \begin{aligned} \theta_{tss} - \theta_{ti} &= -\frac{A}{\beta} (\theta_{so} - \theta_{ti}) (e^{-\beta x} - 1), \\ \theta_{sss} - \theta_{so} &= \frac{B}{\beta} (\theta_{so} - \theta_{ti}) (e^{-\beta x} - 1), \end{aligned} \right\} (3.2)$$

gdzie temperaturę  $\theta_{so}$  określa zależność (3)

$$\theta_{so} - \theta_{ti} = (\theta_{si} - \theta_{ti}) \frac{1 + \frac{B}{A}}{1 + \frac{B}{A} e^{-\beta h}}. \quad (3.3)$$

Zmiany w czasie prędkości czynnika w rurze, zapisane w postaci [1], [4], [5], [6], [7]

$$V_t = V_{tss} + v_t \quad (4)$$

wywołują zmiany w czasie temperatur czynników i ścian, co dla czynnika w rurze można wyrazić następująco

$$\theta_t = \theta_{tss}(x) + \theta_{tv}(x, t). \quad (5)$$

Analogiczne równania otrzymuje się dla pozostałych temperatur.

Współczynniki przejmowania ciepła, zarówno od strony rury, jak i płaszczu, określone są równaniem Nusselta o postaci

$$Nu_{t,s} = C_{t,s} Re^{k_{t,s}} Pr^{b_{t,s}}. \quad (6)$$

Zlinearyzowane współczynniki nieliniowe w układzie równań (1) przyjmują postać [1], [4], [5], [6], [7]:

$$\begin{aligned} a_1 &= a_{1ss} + a_{1v} = a_{1ss} + k_t a_{1ss} \frac{v_t}{V_{tss}}, \\ a_2 &= a_{2ss} + a_{2v} = a_{2ss} + k_t a_{2ss} \frac{v_t}{V_{tss}}. \end{aligned} \quad (7)$$

Po wprowadzeniu do układu równań (1) zależności (4), (5), (7) oraz po wykorzystaniu rozwiązania dla stanu ustalonego (3) otrzymuje się:



dla współprądu:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \theta_t}{\partial t} + V_{tss} \frac{\partial \theta_t}{\partial x} &= a_{1ss} (\phi_t - \theta_t) - (1-k_t) v_t A (\theta_{si} - \theta_{ti}) e^{-\beta x}, \\ \frac{\partial \phi_t}{\partial t} &= a_{2ss} (\theta_t - \phi_t) + a_3 (\theta_s - \phi_t) - k_t v_t A \frac{a_{2ss}}{a_{1ss}} (\theta_{si} - \theta_{ti}) e^{-\beta x}, \\ \frac{\partial \theta_s}{\partial t} + V_s \frac{\partial \theta_s}{\partial x} &= a_4 (\phi_t - \theta_s) + a_5 (\phi_s - \theta_s), \\ \frac{\partial \phi_s}{\partial t} &= a_6 (\theta_s - \phi_s), \end{aligned} \quad (8)$$

dla przeciwprądu:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \theta_t}{\partial t} + V_{tss} \frac{\partial \theta_t}{\partial x} &= a_{1ss} (\phi_t - \theta_t) - (1-k_t) v_t A (\theta_{so} - \theta_{ti}) e^{-\beta x}, \\ \frac{\partial \phi_t}{\partial t} &= a_{2ss} (\theta_t - \phi_t) + a_3 (\theta_s - \phi_t) - k_t v_t A \frac{a_{2ss}}{a_{1ss}} (\theta_{so} - \theta_{ti}) e^{-\beta x}, \\ \frac{\partial \theta_s}{\partial t} + V_s \frac{\partial \theta_s}{\partial x} &= a_4 (\phi_t - \theta_s) + a_5 (\phi_s - \theta_s), \\ \frac{\partial \phi_s}{\partial t} &= a_6 (\theta_s - \phi_s). \end{aligned} \quad (9)$$

Celem uproszczenia zapisu, po wykorzystaniu rozwiązania dla stanu ustalonego, przyrosty zmiennych  $\theta_{tv}$ ,  $\phi_{tv}$ ,  $\theta_{sv}$ ,  $\phi_{sv}$  zastępujemy w równaniach (8) i (9) oraz następujących, po prostu wartościami zmiennych. W tym samym celu wprowadza się następujące zmienne bezwymiarowe:

$$\zeta = \frac{x}{h}; \quad \tau = \frac{V_{tss}}{h} t; \quad w = \frac{v_t}{V_{tss}}$$

dla współprądu:

$$G_t = \frac{\theta_t}{\theta_{si} - \theta_{ti}},$$

$$G_s = \frac{\theta_s}{\theta_{si} - \theta_{ti}},$$

$$l_t = \frac{\phi_t}{\theta_{si} - \theta_{ti}},$$

$$l_s = \frac{\phi_s}{\theta_{si} - \theta_{ti}},$$

dla przeciwprądu:

$$G_t = \frac{\theta_t}{\theta_{so} - \theta_{ti}},$$

$$G_s = \frac{\theta_s}{\theta_{so} - \theta_{ti}},$$

$$l_t = \frac{\phi_t}{\theta_{so} - \theta_{ti}},$$

$$l_s = \frac{\phi_s}{\theta_{so} - \theta_{ti}}.$$

(10)

Dla tak zdefiniowanych zmiennych bezwymiarowych poszukiwane transmitancje operatorowe przybiorą postać:

dla współprądu:

dla przeciwprądu:

$$\left. \frac{\bar{\theta}_t}{\bar{v}_t} \right|_{x=h} = \frac{\theta_{si} - \theta_{ti}}{V_{tss}} \left. \frac{\bar{G}_t}{\bar{w}} \right|_{\zeta=1}, \quad \left. \frac{\bar{\theta}_t}{\bar{v}_t} \right|_{x=h} = \frac{\theta_{so} - \theta_{ti}}{V_{tss}} \left. \frac{\bar{G}_t}{\bar{w}} \right|_{\zeta=1},$$

(11)

$$\left. \frac{\bar{\theta}_s}{\bar{v}_t} \right|_{x=h} = \frac{\theta_{si} - \theta_{ti}}{V_{tss}} \left. \frac{\bar{G}_s}{\bar{w}} \right|_{\zeta=1}, \quad \left. \frac{\bar{\theta}_s}{\bar{v}_t} \right|_{x=0} = \frac{\theta_{so} - \theta_{ti}}{V_{tss}} \left. \frac{\bar{G}_s}{\bar{w}} \right|_{\zeta=0}.$$

Aby wyznaczyć poszukiwane transmitancje operatorowe  $\frac{\bar{\theta}_{to}}{\bar{v}_t}$ ,

$\frac{\bar{\theta}_{so}}{\bar{v}_t}$  po wprowadzeniu zmiennych bezwymiarowych (10) do równań

(8) i (9) określa się transmitancje  $\frac{\bar{G}_t}{\bar{w}}$  oraz  $\frac{\bar{G}_s}{\bar{w}}$ . W tym celu

dokonyje się przekształcenia Laplace'a układu równań (8) i (9), przy zerowych warunkach początkowych. Po wykonaniu odpowiednich przekształceń algebraicznych otrzymuje się identyczny układ równań zarówno dla współ- jak i przeciw-prądu:

$$s \bar{\theta}_t + \frac{\partial \bar{\theta}_t}{\partial \xi} = \frac{h}{V_{tSS}} \left[ a_{1SS} (\bar{\varrho}_t - \bar{\theta}_t) - (1 - k_t) V_{tSS} \bar{w} A e^{-\beta h \xi} \right],$$

$$s \bar{\varrho}_t = \frac{h}{V_{tSS}} \left[ a_{2SS} (\bar{\theta}_t - \bar{\varrho}_t) + a_3 (\bar{\theta}_s - \bar{\varrho}_t) - k_t V_{tSS} \bar{w} \frac{a_{2SS}}{a_{1SS}} A e^{-\beta h \xi} \right],$$

$$s \bar{\theta}_s + \frac{V_s}{V_{tSS}} \frac{\partial \bar{\theta}_s}{\partial \xi} = \frac{h}{V_{tSS}} \left[ a_4 (\bar{\varrho}_t - \bar{\theta}_s) + a_5 (\bar{\varrho}_s - \bar{\theta}_s) \right], \quad (12)$$

$$s \bar{\varrho}_s = \frac{h}{V_{tSS}} a_6 (\bar{\theta}_s - \bar{\varrho}_s).$$

Po wyrugowaniu bezwymiarowych temperatur ścian rury i płaszcza,  $\bar{\varrho}_t$  i  $\bar{\varrho}_s$ , otrzymuje się:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{\theta}_t}{\partial \xi} + f_1 \bar{\theta}_t - f_2 \bar{\theta}_s &= f_3 e^{-\beta h \xi} \bar{w}, \\ \frac{\partial \bar{\theta}_s}{\partial \xi} - f_5 \bar{\theta}_s + f_4 \bar{\theta}_t &= f_6 e^{-\beta h \xi} \bar{w}. \end{aligned} \quad (13)$$

Wykorzystując metodę operatorów wielomianowych [17] otrzymuje się poszukiwane transmitancje operatorowe:

$$\frac{\bar{\theta}_t}{\bar{w}} = A_1 e^{-\lambda_1 \xi} + B_1 e^{-\lambda_2 \xi} + K e^{-\beta h \xi}, \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \frac{\bar{\theta}_s}{\bar{w}} &= \frac{1}{f_2} \left[ (f_1 - \lambda_1) A_1 e^{-\lambda_1 \xi} + (f_1 - \lambda_2) B_1 e^{-\lambda_2 \xi} \right] + \\ &+ \frac{1}{f_2} \left[ (f_1 - \beta h) K - f_3 \right] e^{-\beta h \xi}. \end{aligned} \quad (15)$$

Stałe  $A_1$  i  $B_1$  wyznacza się z warunków brzegowych, przedstawionych w postaci bezwymiarowej:

$$\begin{array}{ll}
 \text{dla współprądu:} & \text{dla przeciwprądu:} \\
 \xi = 0 \quad \bar{\theta}_t = 0, & \xi = 0 \quad \bar{\theta}_t = 0, \\
 \bar{\theta}_s = 0 & \xi = 1 \quad \bar{\theta}_s = 0.
 \end{array} \quad (16)$$

Na podstawie otrzymanych transmitancji (14) i (15) określić można przebiegi czasowe drogą odwrotnego przekształcenia Laplace'a, bądź charakterystyki częstotliwościowe.

### 3. NUMERYCZNE WYZNACZANIE CHARAKTERYSTYK CZĘSTOTLIWOŚCIOWYCH

Ze względu na przydatność charakterystyk częstotliwościowych do projektowania układów regulacji są one najczęściej stosowane do opisu własności dynamicznych obiektów. Poprzez podstawienie  $s=j\omega$  z transmitancji operatorowych (17) i (18) otrzymuje się transmitancje widmowe [9].

Moduły transmitancji widmowych  $\left| \frac{\bar{\theta}_{to}}{\bar{v}_t} \right|_{s=j\omega}$  i  $\left| \frac{\bar{\theta}_{so}}{\bar{v}_t} \right|_{s=j\omega}$  określają stosunek amplitudy odpowiedzi temperaturowej do wymuszenia, jakim są pulsacje prędkości czynnika w rurze. Argumenty transmitancji widmowych  $\arg \frac{\bar{\theta}_{tc}}{\bar{v}_t} \Big|_{s=j\omega}$  i  $\arg \frac{\bar{\theta}_{so}}{\bar{v}_t} \Big|_{s=j\omega}$  określają przesunięcie fazowe (opóźnienie) odpowiedzi w stosunku do wymuszenia.

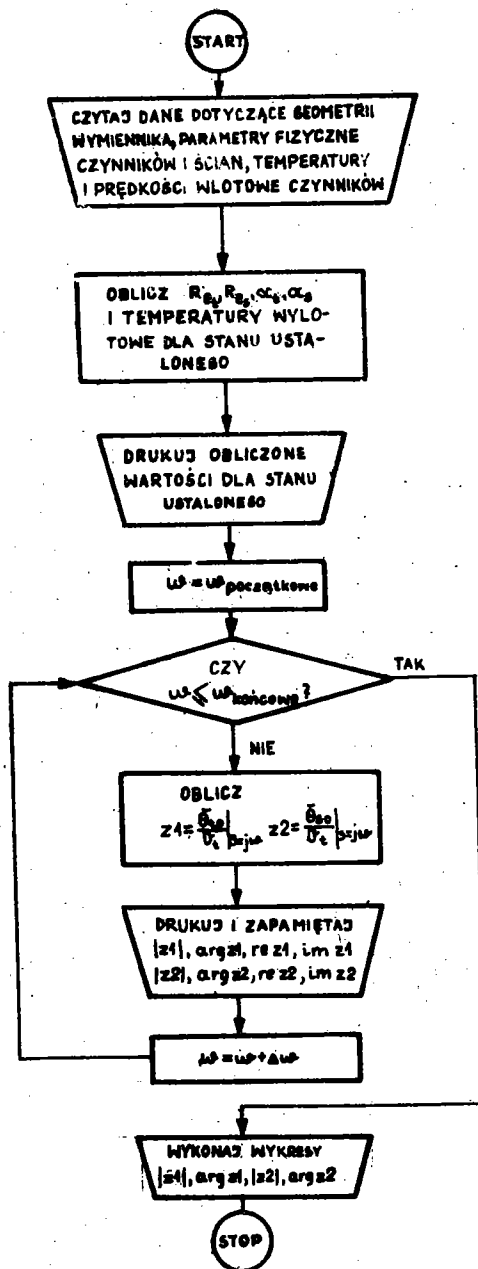
Wyznaczanie liczbowych wartości charakterystyk częstotliwościowych, dla różnych wartości częstotliwości  $\omega$ , przeprowadza się na maszynach cyfrowych. Obliczone wartości służą do wykreślenia charakterystyk amplitudowych i fazowych, jak na rys. 3, 4, 5, 6.

Algorytm postępowania przedstawia rys. 2.

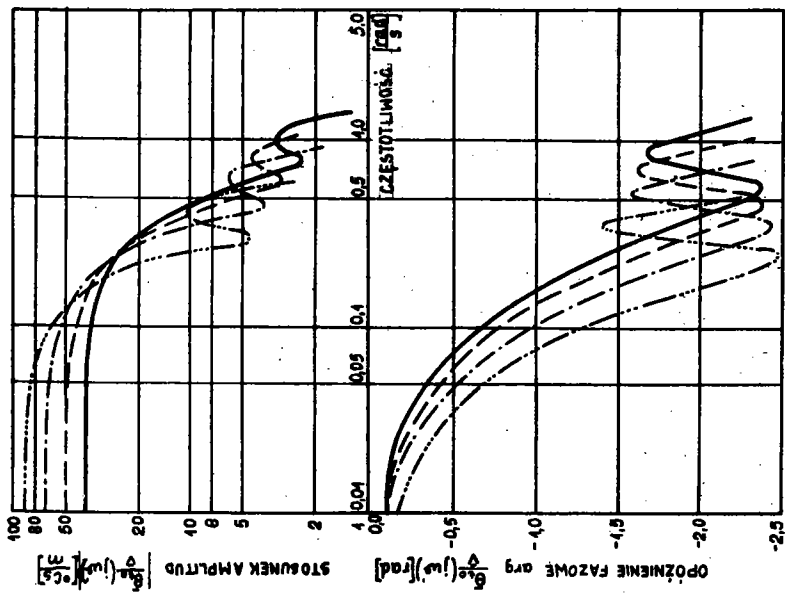
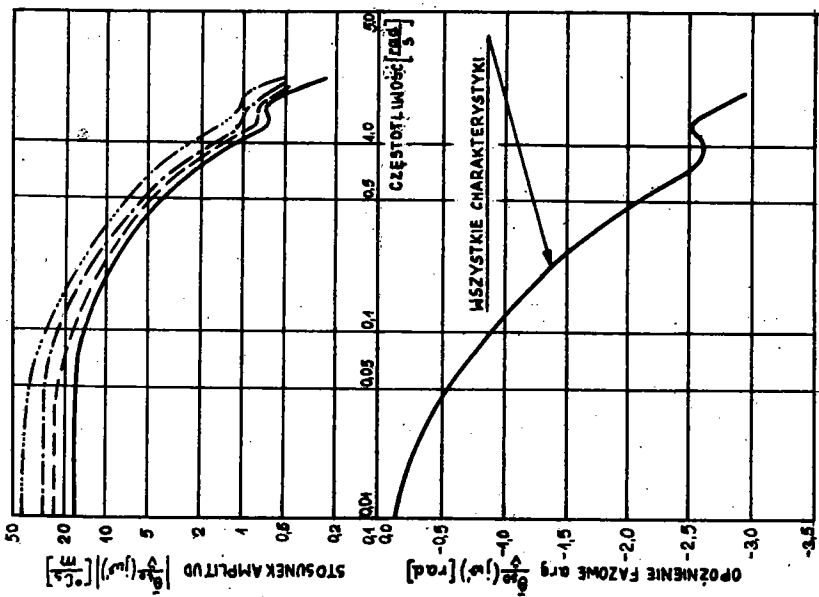
W rozdziale tym przeprowadzono obliczenia numeryczne dla wymienników z rurami koncentrycznymi w układzie przeciwprądowym dla dwu geometrii wymiennika (średnic), przy stałych temperaturach wlotowych, zmiennych prędkościach czynników i zmien-

### 4. OMÓWIENIE CHARAKTERYSTYK CZĘSTOTLIWOŚCIOWYCH

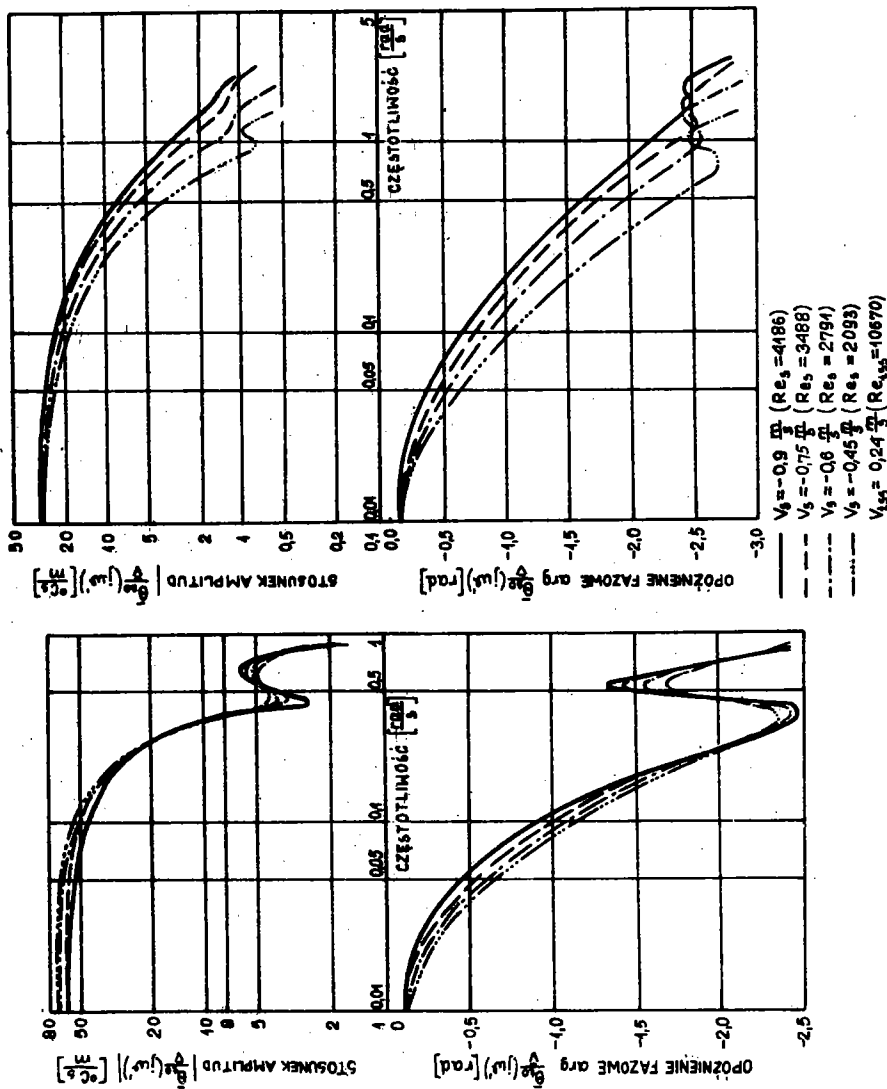
W rozdziale tym przeprowadzono obliczenia numeryczne dla wymienników z rurami koncentrycznymi w układzie przeciwprądowym dla dwu geometrii wymiennika (średnic), przy stałych temperaturach wlotowych, zmiennych prędkościach czynników i zmien-



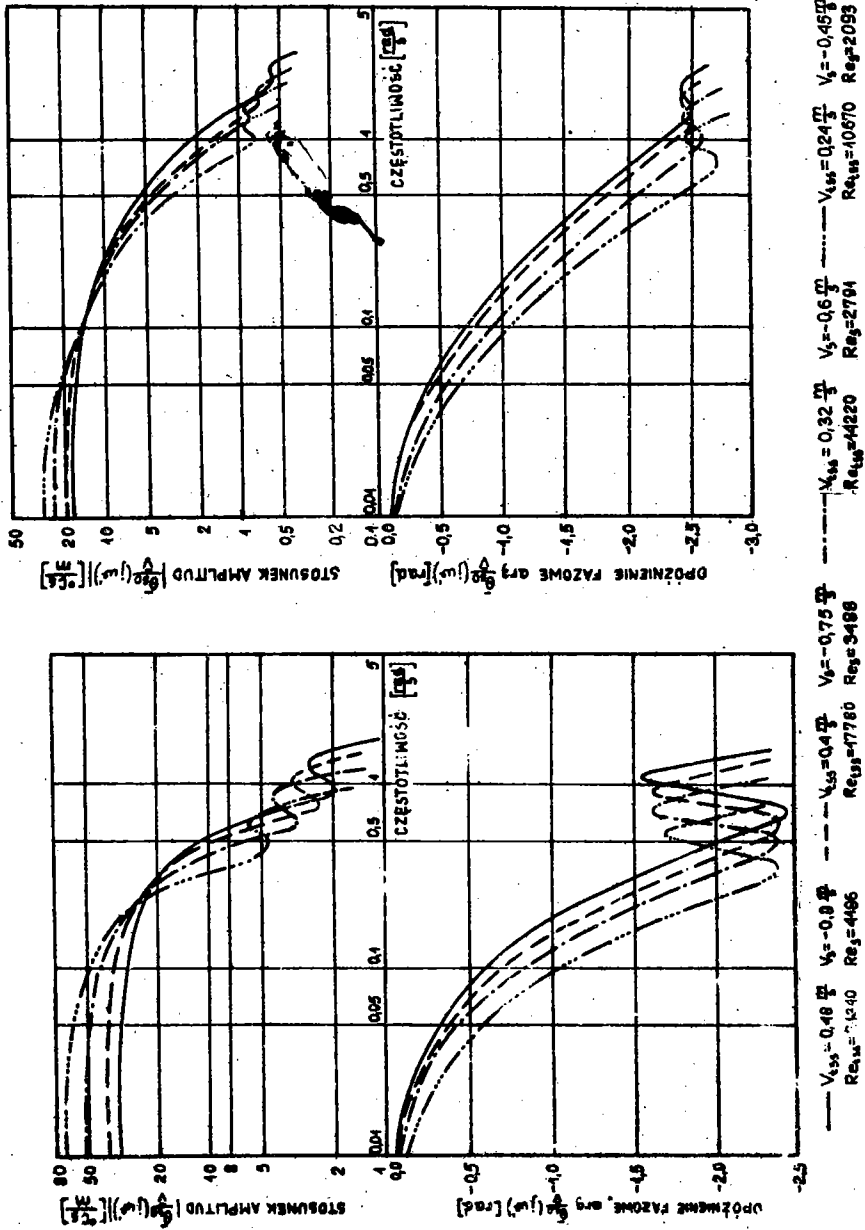
Rys.2. Uproszczony schemat programu wyznaczającego charakterystyki częstotliwościowe



Rys.3. Wpływ zmian prędkości czynnika (liczby Reynoldsa) w rurze na przebieg charakterystyk częstotliwościowych (dla wymiennika A, h = 3,00 m)

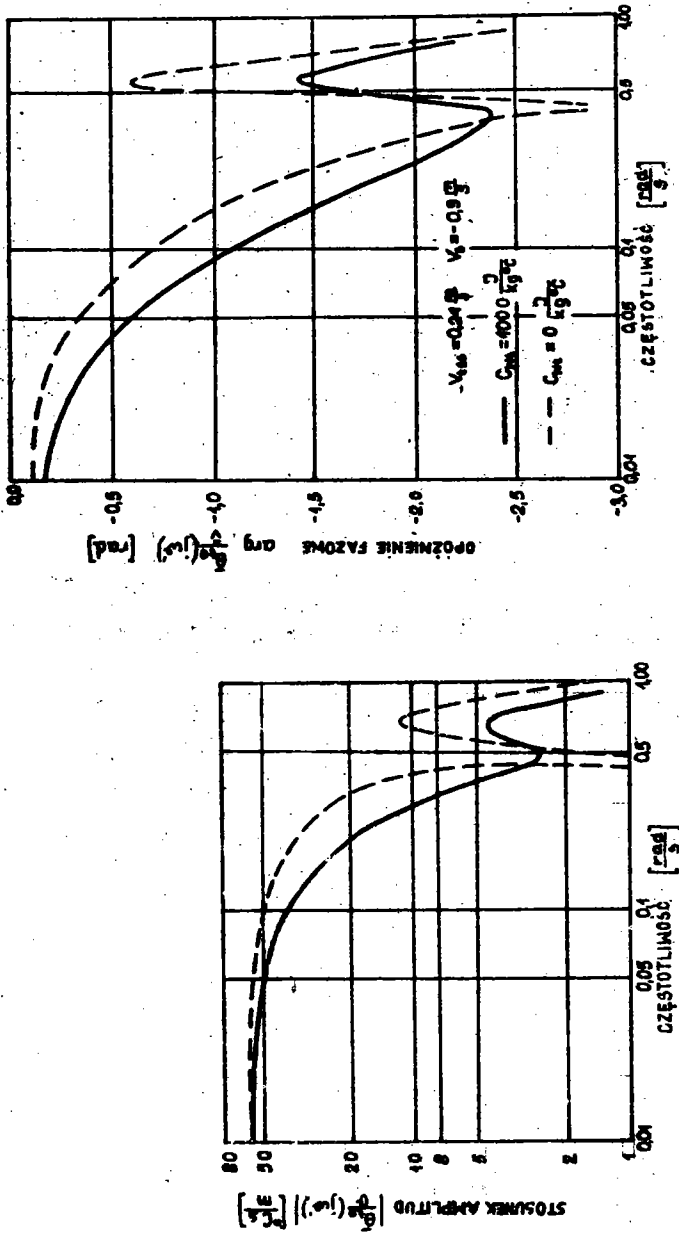


Rys.4. Wpływ zmian prędkości czynnika (liczby Reynoldsa) w płaszczu na przebieg charakterystyk częstotliwościowych (dla wymiennika A, h = 3,00 m)

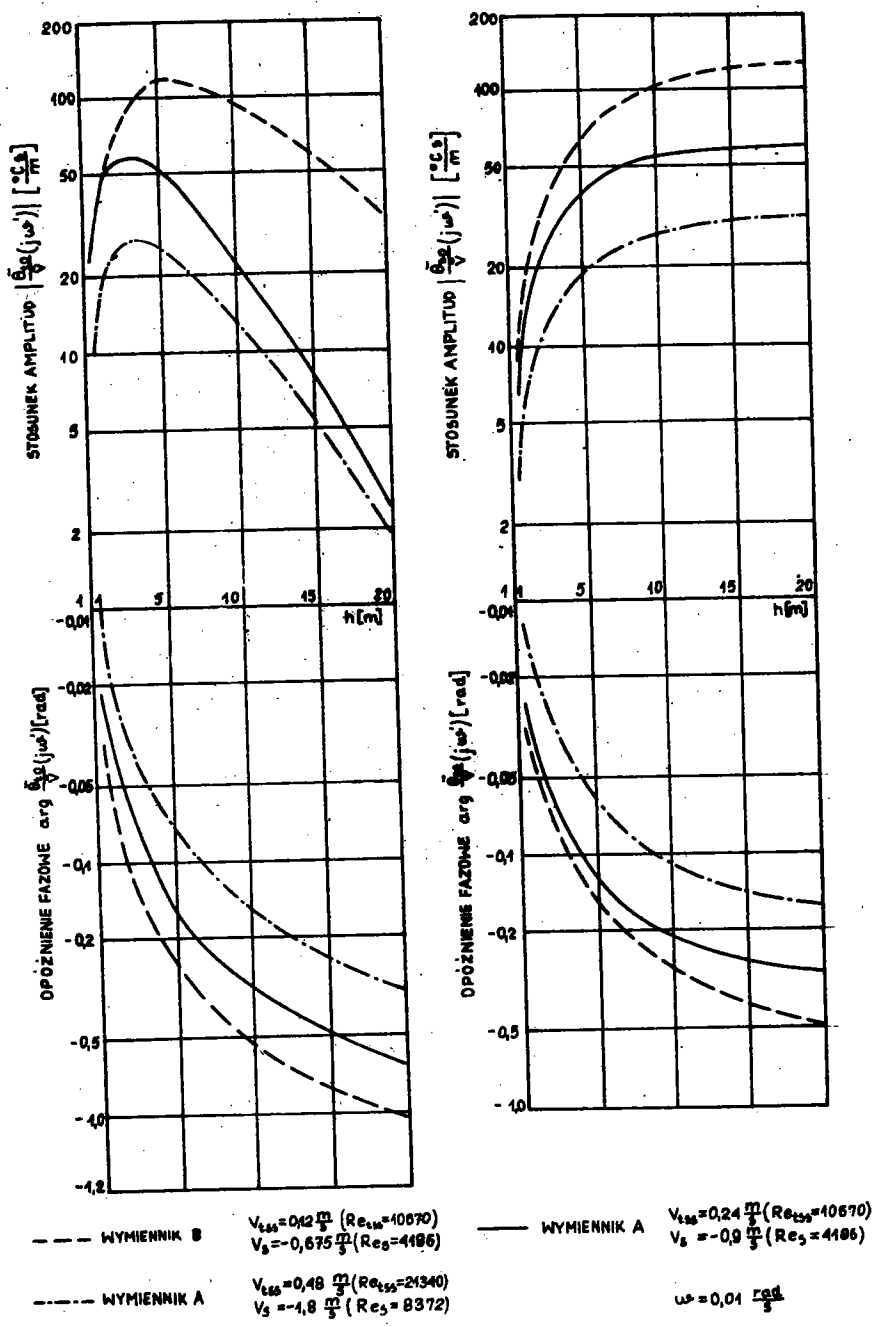


Rys.5. Wpływ jednoczesnych zmian prędkości czynników (liczb Reynoldsa) w rurze i w płaszczu na przebieg charakterystyk częstotliwościowych (dla wymiennika A, h = 3,00 m)





Rys.6. Wpływ pojemności cieplnej ściany rury na przebieg charakterystyk częstotliwościowych (dla wymiennika A,  $h = 3,00 \text{ m}$ )



Rys.7. Wpływ długości wymiennika na jego charakterystyki częstotliwościowe

nych długościach. Uzyskane wyniki porównano z wynikami prac [5], [8], [9].

Szczegółowe dane użyte do obliczeń są następujące:

Tablica 1

Wymiennik	$d_1$	$d_2$	$d_3$	$d_4$	$\theta_{ti}$	$\theta_{si}$	Uwagi
	m	m	m	m	c	c	
A	0,016	0,022	0,028	0,035	81,0	10,0	Zmienne prędkości i długości podane na wykresach
B	0,032	0,038	0,046	0,053	81,0	10,0	

Z przeprowadzonych obliczeń wynikają następujące wnioski dotyczące odpowiedzi temperaturowych na wylocie:

a. Wzrost średniej wartości prędkości (liczby Reynoldsa) po stronie rury powoduje (rys.3):

po stronie rury - zmniejszenie wzmocnienia,  
 - zmniejszenie przesunięcia fazowego,  
 po stronie płaszczka - zmniejszenie wzmocnienia,  
 - przesunięcie fazowe pozostaje praktycznie stałe.

b. Wzrost średniej wartości prędkości (liczby Reynoldsa) po stronie płaszczka powoduje (rys.4):

po stronie rury - zmniejszenie wzmocnienia,  
 - zmniejszenie przesunięcia fazowego,  
 po stronie płaszczka - zmniejszenie wzmocnienia,  
 - zmniejszenie przesunięcia fazowego.

c. Jednoczesny wzrost średnich wartości prędkości po obu stronach wymiennika powoduje spadek wzmocnienia i przesunięcia fazowego po obu stronach wymiennika (rys.5).

d. Wzrost pojemności cieplnej ściany rury powoduje spadek wzmocnienia i wzrost przesunięcia fazowego odpowiedzi  $\frac{\delta_{to}}{\bar{v}_t}$ , (rys.6). Pojemność cieplna ściany rury wywiera również tłumiący wpływ na zjawisko rezonansu.

e. Zjawisko rezonansu jest tym wyraźniejsze im niższa prędkość czynnika, co odpowiada niższej pierwszej częstotliwości rezonansowej, (rys.3 i rys.4).

f. Dla zmiennej długości wymiennika i stałej częstotliwości pulsacji prędkości cieczy w rurze występuje (rys.7):

- po stronie rury - maksimum wzmocnienia dla pewnej wartości długości,  
 - wzrost przesunięcia fazowego wraz ze wzrostem długości.
- po stronie płaszcza - wzrost wzmocnienia ze wzrostem długości,  
 - wzrost przesunięcia fazowego ze wzrostem długości.

Z porównania z wynikami obliczeń podanymi w literaturze stwierdza się, że:

a) wnioski dotyczące wpływu zmian liczby  $Re$  i pojemności cieplnej ściany rury na przebieg charakterystyk częstotliwościowych są zgodne z wyjątkiem wpływu zmian liczby  $Re$  po stronie rury na przebieg charakterystyki amplitudowej  $\frac{\bar{\theta}_{so}}{v_t}$  [8]:

b) w pracach [4], [5], [6] podano, że ze wzrostem długości wymiennika - wzmocnienie odpowiedzi temperaturowej na wylocie z rury  $\frac{\bar{\theta}_{to}}{v_t}$  - rośnie. Wynika stąd, że autorzy tych prac przeprowadzali badania, w takim zakresie zmian długości, gdzie takie zjawisko zachodzi. Zwiększając zakres zmian długości stwierdza się, że występuje maksimum wzmocnienia odpowiedzi  $\frac{\bar{\theta}_{to}}{v_t}$ , dla pewnej długości wymiennika. Wartość tej długości rośnie ze wzrostem obu przekrojów wymiennika, po stronie rury i płaszcza, jednocześnie.

## 5. TRANSMITACJE MODELU O PARAMETRACH ROZKOŹONYCH DLA ZMIENNEJ TEMPERATURY WLOTOWEJ

Jak zaznaczano na wstępie dla wymienników pracujących w układzie ciecz-ciecz, poszukiwanie transmitancji operatorowych typu  $\frac{\bar{\theta}_{to}}{\bar{\theta}_{si}}$ ,  $\frac{\bar{\theta}_{so}}{\bar{\theta}_{si}}$  ma małe znaczenie praktyczne. W szczególnym przypadku, jakim jest regulacja temperatury pary wilgotnej, można ją zrealizować w prosty sposób, poprzez dławienie zaworem. Jest to wygodny przypadek do analizy teoretycznej, gdyż temperatura pary wilgotnej jest stała wzdłuż długości wymiennika. Rozwiązano przypadek wymiennika parowo-cieczowego, w którym para

przepływa po stronie płaszcza. Przyjęte dodatkowe założenie, że temperatura pary wilgotnej jest stała wzdłuż długości wymiennika a także przyjęcie równości temperatur  $\phi_s = \theta_s$  wobec wysokiej na ogół wartości współczynnika wnikania od strony pary  $\alpha_s$  i założenia o doskonałej izolacji wymiennika, powodują wyeliminowanie równań (1.3) i (1.4) z układu równań wyjściowych (1), redukując go do równań (1.1) i (1.2). Obok założenia braku oporu cieplnego ścianek, zaniędbuje się również opór cieplny warstwy skroplin. Jeżeli wielkości te są znaczące, wartość oporu ścianek można podzielić na połowy i dodać je do wartości oporów warstw płynów, a wartość pojemności cieplnej warstwy skroplin powinno się dodać do pojemności ścianki. Czyni się również założenie, że współczynnik przejmowania ciepła  $\alpha_s$  nie zależy od temperatury pary. Wówczas wyjściowe równania różniczkowe (1.1) i (1.2) są liniowe i stosując metodykę postępowania omówioną w rozdz. 2 otrzymuje się poszukiwaną transmitancję operatorową, względem pulsacji temperatury pary. W danym przypadku otrzymuje się identyczne rozwiązanie, zarówno dla współ- i przeciwprądu:

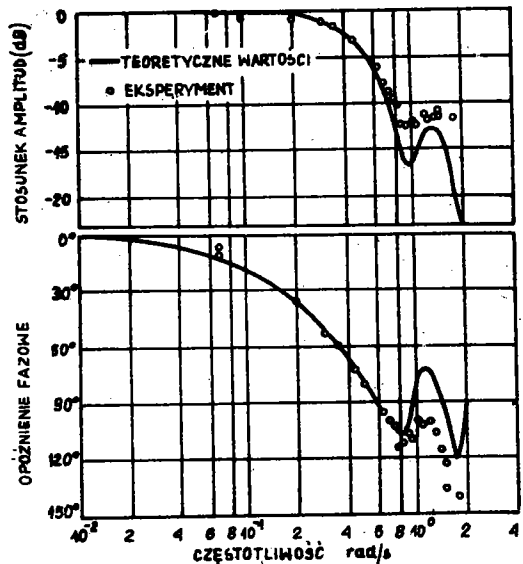
$$\left. \frac{\bar{\theta}_t}{\bar{\theta}_s} \right|_{x=h} = \frac{a_3 a_1}{(s - a_2 + a_3)(s + a_1) - a_1 a_2} \left[ 1 - e^{-\frac{s+a_1}{V_{tss}} h + \frac{a_1 - a_2}{s + a_3 - a_2} \frac{h}{V_{tss}}} \right] \quad (17)$$

Ponieważ w tym przypadku współczynnik przejmowania ciepła od strony pary  $\alpha_s$ , ma dużo większą wartość niż po stronie cieczy, można przyjąć, że:

$$\frac{a_3}{a_3 - a_2} \approx 1 \quad (18)$$

Po zastosowaniu przybliżenia (18) wyrażenie (17) upraszcza się do postaci

Rys.3. Charakterystyki częstotliwościowe otrzymane teoretycznie i doświadczalnie dla zmiany temperatury wlotowej pary



$$\left. \frac{\bar{\theta}_t}{\bar{\theta}_s} \right|_{x=h} = \frac{a_3 a_1}{(s-a_2+a_3)(s+a_1)-a_1 a_2} \left[ 1 - e^{-\frac{s+a_1}{v_{tss}} h} \right] \quad (19)$$

W pracy [11] porównano charakterystyki częstotliwościowe otrzymane z (19) i doświadczalne, co przedstawia rys.8.

I w tym przypadku występuje zjawisko rezonansu, gdy częstotliwość pulsacji temperatury pary osiąga pewną charakterystyczną wartość.

## 6. WYJAŚNIENIE ZJAWISKA REZONANSU [6], [10], [13].

Na wykresach charakterystyk częstotliwościowych dla modelu o parametrach rozłożonych występuje tzw. efekt rezonansowy. Polega on na gwałtownym spadku wzmocnienia odpowiedzi temperaturowej (czyli wzroście tłumienia) oraz wzroście przesunięcia fazowego wokół pewnej charakterystycznej częstości a następnie wokół jej harmonicznych.

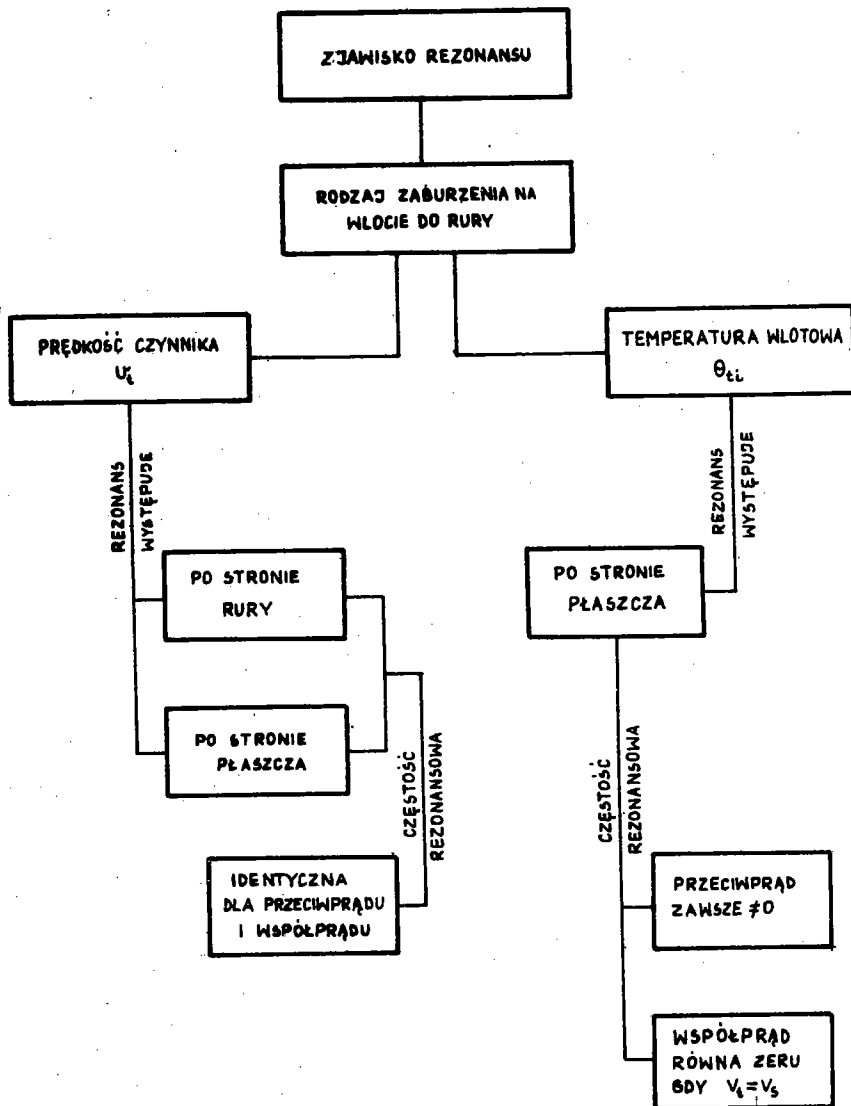
Schemat występowania zjawiska rezonansu przedstawia rys.9.

### 6.1. ODDZIAŁYWANIE PULSACJI PRĘDKOŚCI CIECZY W RURZE

#### 6.1.1. PRZEBIEG ZJAWISKA W PŁASZCZU

Nieściśliwość cieczy powoduje, że zmiany prędkości występują równocześnie na całej długości wymiennika, czyli prędkość czynnika jest taka sama na całej długości. Zmiany prędkości są niewielkie, co daje możliwość przyjęcia liniowej zależności współczynnika przejmowania ciepła od tych zmian. Zatem prędkość cieczy w rurze zmienia się sinusoidalnie i to powoduje sinusoidalne zmiany współczynnika przejmowania ciepła od strony rury. Strumień ciepła przejmowany przez element płynu w płaszczu jest większy w porównaniu do jego wartości w stanie ustalonym, dla półokresu zmian prędkości gdy  $v_t(t) > 0$  i mniejszy dla półokresu gdy  $v_t(t) < 0$ . W pierwszym przypadku  $\alpha_t > \alpha_{tss}$ , bo  $\alpha_{tv} > 0$ , zaś w drugim przypadku  $\alpha_t < \alpha_{tss}$ , bo  $\alpha_{tv} < 0$ , co wynika z zależności (7).

Te różnice ilości przejmowanego ciepła są równe co do wartości i przeciwne co do znaku, jeśli czas trwania zaburzenia



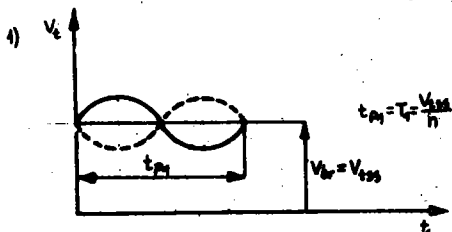
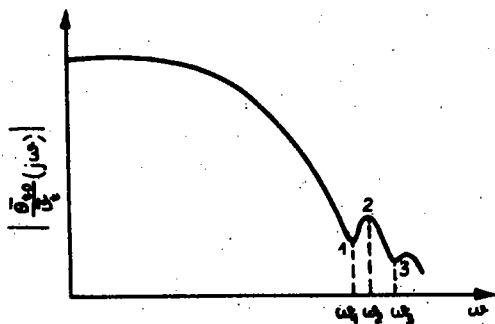
Rys.9. Występowanie zjawiska rezonansu

sinusoidalnego prędkości cieczy w rurze jest równy czasowi przebywania elementu płynu w płaszczu. Zatem zjawisko rezonansu wystąpi dla okresu zmian prędkości wynoszącego

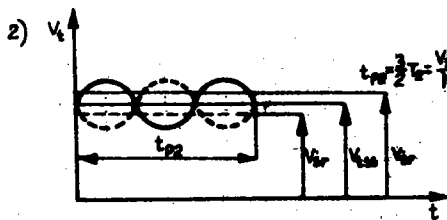
$$T_{rs} = \frac{h}{nV_s}, \quad n=1,2,3,\dots \quad (20)$$

stąd częstość rezonansowa

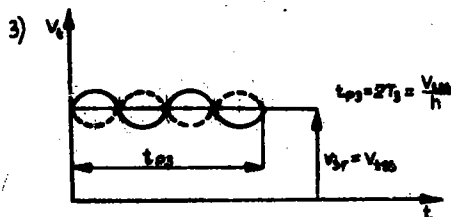
$$\omega_{rs} = \frac{nV_s}{h}. \quad (21)$$



STRUMIEN CIEPLNY WYMIENIANY W WARUNKACH NIEUSTALONYCH = STRUMIEN CIEPLNY WYMIENIANY W WARUNKACH USTALONYCH



STRUMIEN CIEPLNY WYMIENIANY W WARUNKACH NIEUSTALONYCH  $\neq$  STRUMIEN CIEPLNY WYMIENIANY W WARUNKACH USTALONYCH



STRUMIEN CIEPLNY WYMIENIANY W WARUNKACH NIEUSTALONYCH = STRUMIEN CIEPLNY WYMIENIANY W WARUNKACH USTALONYCH

Rys.10. Ilustracja zjawiska rezonansu dla pulsacji prędkości cieczy w rurze



### 6.1.2. PRZEBIEG ZJAWISKA W RURZE

Element płynu po stronie rury (dla  $\theta_t > \theta_s$ ) oddaje więcej ciepła, gdy jego prędkość chwilowa jest większa od  $V_{tss}$  i mniej gdy jest od niej mniejsza. Podobnie jak w płaszczu, efekty te będą się wzajemnie równoważyć, jeśli okres sinusoidalnych zmian prędkości będzie równy czasowi przebywania elementu płynu w rurze a zatem zjawisko rezonansu wystąpi dla okresu

$$T_{rt} = \frac{h}{nV_{tss}}, \quad n = 1, 2, 3, \dots, \quad (22)$$

stąd

$$\omega_{rt} = \frac{nV_{tss}}{h}. \quad (23)$$

Ilustrację graficzną zjawiska rezonansu stanowi rys.10.

## 6.2. ODDZIAŁYWANIE PULSACJI TEMPERATURY WLOTOWEJ CIECZY W RURZE

### 6.2.1. PRZEBIEG ZJAWISKA W PRZECIWPŁADZIE

W przypadku pulsacji sinusoidalnych temperatury wlotowej do rury rozważa się element płynu po stronie płaszczu o prędkości względnej względem elementu płynu w rurze, wynoszącej  $V_t + V_s$ .

Jeżeli ten element płynu w czasie przebywania w płaszczu wynoszącym  $\frac{h}{V_s}$  przechodzi pełny cykl sinusoidalnych zmian temperatury w rurze, to będzie opuszczał wymiennik bez żadnej zmiany temperatury względem temperatury średniej. Zatem tłumienie dla tego przypadku będzie miało wartość maksymalną. Częstotliwość, dla której wystąpi zjawisko rezonansu odpowiada długości fali

$$\lambda = (V_t + V_s) \frac{h}{V_s}. \quad (24)$$

Prędkość czynnika w rurze wynosi  $V_t$ , stąd okres drgań sinusoidalnych, dla których występuje rezonans będzie wynosił:

$$T_r = \frac{\lambda}{V_t} = \frac{V_t + V_s}{V_t V_s} h = \frac{h}{V_t} + \frac{h}{V_s} = T_{rt} + T_{rs}. \quad (25)$$

Tak więc dla zmian temperatury wlotowej do rury pierwszy pik rezonansowy wyjściowej temperatury płynu płaszcza wystąpi, gdy okres zmian sinusoidalnych równa się sumie czasów przebywania obu płynów w wymienniku.

### 6.2.2. PRZEBIEG ZJAWISKA WE WSPÓŁPRĄDZIE

Dla przypadku współprądu względna prędkość elementu płynu po stronie płaszcza wyniesie  $V_t - V_s$ , stąd okres drgań rezonansowych wyniesie

$$T_r = T_{rt} - T_{rs}. \quad (26)$$

Zatem w przypadku współprądu zjawisko rezonansu nie wystąpi, gdy czasy przebywania elementów płynu po stronie rury i płaszcza są jednakowe.

Zjawisko rezonansu nie występuje również dla wylotowej temperatury płynu względem własnych pulsacji sinusoidalnych na wlocie zarówno we współ- jak i przeciwprądzie.

### 6.3. UWAGI OGÓLNE

Rezonans temperaturowy występuje wówczas, gdy zmiany temperatur wynikłe ze zmian prędkości lub temperatur występują na całej długości wymiennika a nie tylko na jednym z jego końców. Tym też tłumaczy się brak występowania rezonansu przy modelu z parametrami skupionymi [1], [10], [13]. Skończona wartość pojemności cieplnej ściany powoduje, że dla częstotliwości rezonansowej wzmocnienie odpowiedzi temperaturowej nie dąży do zera a przyjmuje skończoną wartość, tym większą im większa pojemność cieplna ściany.

## 7. SCHEMAT STRUKTURALNY WYMIENNIKA

Jedną z inżynierskich metod analizy dowolnego procesu, obejmującego przepływ ciepła lub masy, bądź siły działające na różne elementy układu dynamicznego, jest wykreślenie fizycznego schematu procesu.

Schematy strukturalne (blokowe) są pomocne w projektowaniu układów automatycznej regulacji, gdyż wykazują związki funkcjonalne pomiędzy poszczególnymi częściami składowymi układu dynamicznego. Schemat strukturalny jest równoważny równaniom opisującym układ dynamiczny i można go budować bądź analitycznie, w oparciu o równania operatorowe, bądź na podstawie eksperymentalnych badań układu [2], [3], [16].

Celem sporządzenia schematu strukturalnego wymiennika należy założyć możliwość jednoczesnego zaburzenia wszystkich wielkości wlotowych, tj. zarówno temperatur jak i prędkości. W związku z tym należy przeprowadzić linearyzację wszystkich współczynników w równaniach wyjściowych (1), w których występują prędkości czynników. Po jej przeprowadzeniu w otoczeniu punktu pracy w stanie ustalonym oraz zaniedbaniu małych drugiego rzędu układ równań (1) przyjmie postać [[16]:

$$\frac{\partial \theta_t}{\partial t} + V_{tss} \frac{\partial \theta_t}{\partial x} = a_{1ss} (\phi_t - \theta_t) + M_1 v_t,$$

$$\frac{\partial \phi_t}{\partial t} = a_{2ss} (\theta_t - \phi_t) + a_{3ss} (\theta_s - \phi_t) + M_2 v_t + M_3 v_s, \quad (27)$$

$$\frac{\partial \theta_s}{\partial s} + V_{sss} \frac{\partial \theta_s}{\partial x} = a_{4ss} (\phi_t - \theta_s) + a_{5ss} (\phi_s - \theta_s) + M_4 v_s,$$

$$\frac{\partial \phi_s}{\partial t} = a_6 (\theta_s - \phi_s).$$

Zaniedbuje się wpływ pulsacji prędkości w płaszczu na proces akumulacji ciepła w ścianie wewnętrznej. Po wykonaniu przekształcenia Laplace'a względem czasu  $t$  otrzymuje się:

$$V_{tss} \frac{\partial \bar{\theta}_t}{\partial x} + (s + a_{1ss}) \bar{\theta}_t = a_{1ss} \bar{\phi}_t + M_1 \bar{v}_t,$$

(28)

$$(s + a_{2ss} + a_{3ss}) \bar{\phi}_t = a_{2ss} \bar{\theta}_t + a_{3ss} \bar{\theta}_s + M_2 \bar{v}_t + M_3 \bar{v}_s,$$

$$V_{sss} \frac{\partial \bar{\theta}_s}{\partial x} + (s + a_{4ss} + a_{5ss}) \bar{\theta}_s = a_{4ss} \bar{\theta}_t + a_{5ss} \bar{\theta}_s + M_4 \bar{v}_s, \quad (28)$$

$$(s + a_6) \bar{\theta}_s = a_6 \bar{\theta}_s.$$

Po wyrugowaniu temperatur ścian układ równań (28) przyjmie postać:

$$\frac{\partial \bar{\theta}_t}{\partial x} + N_1(s) \bar{\theta}_t = N_2(s) \bar{\theta}_s + N_3(s) \bar{v}_t + N_4(s) \bar{v}_s, \quad (29)$$

$$\frac{\partial \bar{\theta}_s}{\partial x} + R_1(s) \bar{\theta}_s = R_2(s) \bar{\theta}_t + R_3(s) \bar{v}_s + R_4(s) \bar{v}_t.$$

Wykonanie przekształcenia Laplace'a względem współrzędnej  $x$  prowadzi do następującego układu równań operatorowych:

$$\begin{aligned} [p + N_1(s)] \bar{\theta}_t(p, s) &= \bar{\theta}_t(0, s) + N_2(s) \bar{\theta}_s(p, s) + N_3(s) \bar{v}_t(s) + N_4(s) \bar{v}_s(s) \\ [p + R_1(s)] \bar{\theta}_s(p, s) &= \bar{\theta}_s(0, s) + R_2(s) \bar{\theta}_t(p, s) + R_3(s) \bar{v}_s(s) + R_4(s) \bar{v}_t(s) \end{aligned} \quad (30)$$

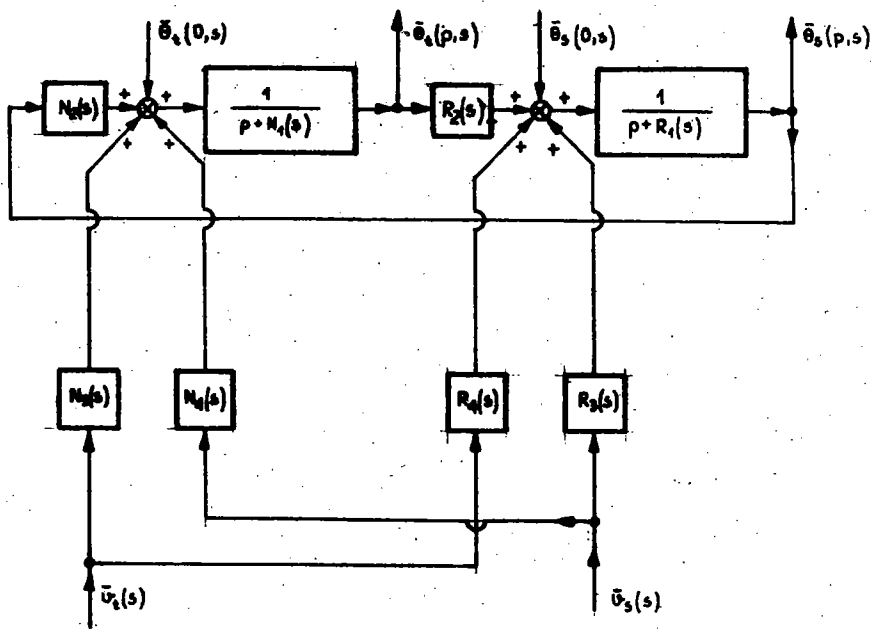
Warunki brzegowe w stanie ustalonym mają postać:

$$\left. \begin{aligned} x = 0 \quad \bar{\theta}_t(x, s) &= \bar{\theta}_t(0, s) = \bar{\theta}_{ti} \\ \bar{\theta}_s(x, s) &= \bar{\theta}_s(0, s) = \bar{\theta}_{si} \end{aligned} \right\} \text{współprąd,} \quad (31)$$

$$\left. \begin{aligned} x = 0 \quad \bar{\theta}_t(x, s) &= \bar{\theta}_t(0, s) = \bar{\theta}_{ti} \\ \bar{\theta}_s(x, s) &= \bar{\theta}_s(0, s) = \bar{\theta}_{so} \end{aligned} \right\} \text{przeciwprąd.}$$

W przypadku przeciwprądu, w warunkach ustalonych temperatury  $\bar{\theta}_s(0, s) = \bar{\theta}_{so}$  i  $\bar{\theta}_s(h, s) = \bar{\theta}_{si}$  wiąże zależność (3.3).

Z równań operatorowych (30) określić można poszczególne transmitancje, przy założeniu, że poza wybraną wielkością wyjściową wszystkie pozostałe są równe zero. Układ (30) pozwala zbudować schemat strukturalny (rys. 11), który przedstawia strukturę układu jakim jest wymiennik oraz podaje kierunki prze-



Rys.11. Schemat strukturalny wymiennika ciepła

pływu sygnałów i związki (określane przez transmitancje) między sygnałami wejściowymi i wyjściowymi poszczególnych części układu.

Metodę dwukrotnego stosowania przekształcenia Laplace'a do równań opisujących dynamikę wymienników ciepła stosuje się wyłącznie do znajdowania równań operatorowych a z nich schematów strukturalnych. Konieczność stosowania metody jednokrotnego odwrotnego przekształcenia Laplace'a w przypadku znajdowania charakterystyk częstotliwościowych zaś dwukrotnego przy znajdowaniu charakterystyk czasowych, czyni tę ostatnią bardzo uciążliwą do efektywnego wyliczenia.

## BIBLIOGRAFIA

- [1] Brodowicz K., Głowacka M., Poniewski M., Szopa P.: "Modele o parametrach skupionych dynamiki wymienników ciepła z rurami koncentrycznymi". Biuletyn Instytutu Techniki Ciepłej PW Nr 44, Warszawa 1974.

- [ 2 ] C a m p b e l D.P.: Dynamika procesów. PWN, Warszawa 1962.
- [ 3 ] C a n n o n R.H.: Dynamika układów fizycznych. WNT, Warszawa 1973.
- [ 4 ] F i n l a y I.C.: "The dynamic response of heat exchangers to disturbances in flowrate". NEL Report No.170, November 1964.
- [ 5 ] F i n l a y I.C., D a l g l e i s h N.:: "The response of single - and two - pass heat exchangers to disturbances in flowrate". NEL Report No.206, November 1965.
- [ 6 ] F i n l a y I.C.: "Determining the dynamic response of heat exchangers". CPE, Heat Transfer Survey, p.142, 1966.
- [ 7 ] F i n l a y I.C., S m i t h J., C r e e D.: "The response of a Single (two - pass liquid) liquid heat exchangers two disturbances in flowrate". NEL Report No.300, July 1967.
- [ 8 ] F i s h e r D.G., K a d l e c R.M.: "Effect of Reynolds and Prandtl number of the frequency response of concentric tube heat exchangers". Can. J. of Chem. Eng., vol.48, p.393, 1970.
- [ 9 ] F i s h e r D.G., K a d l e c R.M.: "Frequency response of different size concentric tube heat exchangers". Can.J. of Chem.Eng., vol. 48, p.398, 1970.
- [ 10 ] H a r r i o t t P.: Regulacja procesów chemicznych. WNT, Warszawa 1967.
- [ 11 ] H e m p e l A.: "On the dynamics of steam (liquid heat exchangers". Trans. ASME, J. of Basic Engineering, vol.83, p.244, 1961.
- [ 12 ] H o b l e r T.: Ruch ciepła i wymienniki. WNT, Warszawa 1971.
- [ 13 ] L a w W.M.: "The dynamic response of shell and tube heat exchangers to flow changes". Nue Technik, vol.4, p.34, 1962.
- [ 14 ] O r d y n c e w W.M.: Opis matematyczny obiektów regulacji automatycznej. WNT, Warszawa 1969.
- [ 15 ] S c h o n e A.: "Osobyj kłass pieredatocznych funkcij dla opisaniy dynamiki ciepłooobmiennikow". Trudy III Międzynarodowo Kongressa Międzynarodowej Federacji po Awtomaticzeskom Uprawleniju, S.233, London, 20-28 V, 1966, III IFAC.
- [ 16 ] S z e w i a k o w A.A., J a k o w l e w a R.W.: Inżyniernyje metody rasczota dynamiki ciepłooobmiennych apparatow. Izd. Maszino-strojenje Moskwa 1968.
- [ 17 ] T r a c z y k T., M ą c z y ń s k i M.: Matematyka stosowana w inżynierii chemicznej. WNT, Warszawa 1970.

**МОДЕЛЬ С РАСПРЕДЕЛЁННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ ДИНАМИКИ  
ТЕПЛООБМЕННИКОВ С КОНЦЕНТРИЧЕСКИМИ ТРУБАМИ****К р а т к о е   с о д е р ж а н и е**

В работе описывается модель динамики теплообменников а параллельными потоками с распределёнными параметрами. Приведено метод получения операторных передаточных функции характерных для динамики теплообменников, а с их помощью частотные характеристики. Проведён анализ влияния на эти характеристики числа Рейнольдса, длины теплообменника и теплоёмкости стенки трубы. Объяснено резонансный эффект. Приведено также структурную схему динамики теплообменника.

**A DISTRIBUTED MODEL OF DYNAMICS OF HEAT EXCHANGERS WITH CONCENTRIC TUBES****S u m m a r y**

The paper supplies a discussion of a distributed model of dynamics within parallel flow heat exchangers.

The method has been quoted herein of obtaining operator transfer functions characteristic for the dynamics of exchangers, and of deriving frequency characteristics out of those former.

An analysis has been performed herein, of the influence of Reynold's numbers, of the length of the heat exchanger concerned, and of the thermal capacitance of the tube wall, upon the above characteristics.

An explanation has been presented herein, to the resonance phenomenon.

A block diagram has furthermore been presented herein, of heat exchangers involved.

Rękopis dostarczone w sierpniu 1974 r.